ПРОСВЕТНИ ГЛАСНИК

СЛУЖБЕНИ ЛИСТ

МИНИСТАРСТВА ПРОСВЕТЕ И ЦРКВЕНИХ ПОСЛОВА

БРОЈ 12 ДЕЦЕМБАР 1913 ГОД. XXXIV

СЛУЖБЕНИ ДЕО

УКАЗИ ЊЕГОВОГА ВЕЛИЧАНСТВА КРАЉА СРБИЈЕ ПЕТРА I

НАРОДНО ПОЗОРИШТЕ

ПОСТАВЉЕЊЕ

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 29 новембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова постављен је:

у Народном Позоришту:

за благајника III класе г. *Михаило Вељковић,* благајник IV класе Народног Позоришта.

СРЕДЊЕ И СТРУЧНЕ ШКОЛЕ

ПОСТАВЉЕЊА, ПРЕМЕШТАЈИ И УНАПРЕЂЕЊА

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 29 новембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова, постављени су:

у Првој Београдској Гимназији:

за суплента: др. *Радосав Јовановић,* суплент Треће Београдске Гимназије, по службеној потреби;

у Другој Београдској Гимназији:

за професора: г. *Вучко Јоксимовић,* професор Врањске Гимназије, по службеној потреби;

у Четвртој Београдској Гимназији:

за суплента: г. *Данило Магазиновић,* суплент Неготинске Гимназије, по молби и *Боривоје Петровић,* привремени предметни учитељ Четврте Београдске Гимназије, с годишњом платом од 1500 динара по пристанку;

у Првој Крагујевачкој Гимназији:

за суплента: г. *Војислав Станишић*, суплент Ужичке Гимназије, по службеној потреби;

у Лесковачкој Реалци:

за суплента: г. *Властимир Милутиновић*, привремени предметни учитељ исте школе са годишњом платом од 1500 динара, по пристанку.

у Нишкој Гимназији:

за суплента: г. *Делимир Лазаревић*, свршени студент Филозофског факултета с годишњом платом од 1500 динара, по пристанку;

у Скопљанској Гимназији:

за вишег учитеља II класе: г. *Стеван Мацура*, виши учитељ исте класе Ужичке Гимназије, по службеној потреби;

у Шабачкој Гимназији:

за професора: г. *Ћира Милић*, виши учитељ III класе исте гимназије;

у Шабачкој Вишој Женској Школи:

за управитеља и професора: г. *Љубомир Павловић*, професор Шабачке Гимназије, по службеној потреби;

за професора: г. *Јован Поповић*, професор Неготинске Учитељске Школе, по службеној потреби;

у Богословији Св. Саве:

за суплента: г. *Драгољуб Јовичић*, суплент Јагодинске Гимназије, по молби.

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 9 декембра 1913 год., на предлог Господина Министра Просвете и Црквених Послова, постављени су:

у Кривопаланачкој Гимназији:

за директора и професора: г. *Војин Х. Поповић*, професор Пожаревачке Гимназије;

у Ђевђелијској Гимназији:

за директора и професора: г. *Глигорије Х. Ташковић*, професор Велеске Гимназије;

у Ресанској Гимназији:

за директора и професора: г. *Драгиша Лазаревић*, професор Битољске Гимназије;

у Новопазарској Гимназији:

за директора и професора: г. *Љубомир Стевановић*, професор Смедеревске Гимназије;

у Пријепољској Гимназији:

за директора и професора г. *Живко Јоксимовић*, професор Лесковачке Реалке — сви по службеној потреби.

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 15 децембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова постављени су:

у Богословији Св. Саве:

за суплента, јеромонах г. *Венијамин*, доктор богословских наука, с платом од 1500 динара годишње, по његову пристанку;

у Другој Крагујевачкој Гимназији:

за професора: г. *Владимир Маринковић*, суплент Прве Крагујевачке Гимназије;

у Пожаревачкој Гимназији:

за професора: г. *Љубомир Радовановић*, суплент исте гимназије;

у Смедеревској Гимназији:

за професора: г. *Милован Ристић*, суплент исте гимназије;

у Ужичкој Гимназији:

за професора: г. *Коста Урошевић*, суплент исте гимназије.

у Битољској Гимназији:

за учитеља вештина: г. *Милан Вијатовић*, учитељ музике и певања у истој гимназији.

у Новопазарској Гимназији:

за професора: г. *Цветко Петковић*, професор Смедеревске Гимназије, по службеној потреби.

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 16 децембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова, постављен је:

у Скопској Гимназији:

за професора г. др. *Милош Перовић*, професор Београдске Гимназије, по службеној потреби.

ПЕНЗИОНИСАЊА

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 29 новембра 1913 године, на предлог Господина Министра Просвете и Црквених Послова а по саслушању Министарског Савета, решено је:

да се г. *Максим Трифковић*, професор Скопске Гимназије, на основи § 70 закона о чиновницима грађанског реда стави у стање покоја с пензијом, која му припада према годинама службе.

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 16 декембра 1913 године, на предлог Господина Министра Просвете и Црквених Послова, а по саслушању Министарског Савета решено је:

да се г. *Велимир Вукићевић*, професор Пиротске Гимназије, по својој молби, а на основи § 69 закона о чиновницима грађанског реда стави у стање покоја с пензијом, која му припада према годинама службе.

УВАЖЕЊЕ ОСТАВКЕ

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 29 новембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова, решено је:

да се г. *Милану Недићу*, суплементу Друге Београдске Гимназије, и г. *Љубиши Глишићу*, суплементу Треће Београдске Гимназије, уваже оставке, које су поднели на државну службу.

ОТВАРАЊЕ НЕПОТПУНИХ ДРЖАВНИХ СРЕДЊИХ ШКОЛА

Указом Његовога Величанства Краља Србије Петра I, од 29 новембра 1913 године, на предлог господина Министра Просвете и Црквених Послова, а по саслушању Министарског Савета, решено је:

да се отворе непотпуне гимназиј у *Кратову*, *Кривој Паланци* и *Ресну*.

ПРЕТПИСИ ГОСПОДИНА МИНИСТРА ПРОСВЕТЕ И ЦРКВЕНИХ ПОСЛОВА

УНИВЕРЗИТЕТ

ПЕРИОДСКЕ ПОВИШИЦЕ

Г. Министар Просвете и Црквених Послова одредио је периодску повишицу плате:

другу, др. Драгиши Ђурићу, сталном доценту. — ПБр. 21584 од 25 октобра 2913.

другу, Бранку Таназевићу, сталном доценту. — ПБр. 23112 од 22 новембра 1913.

трећу, Живојину Перићу, редовном професору (9000 динара). — ПБр. 23113 од 24-XI-1913.

прву, др. Веселину Чајкановићу, сталном доценту. — ПБр. 26021 од 28-XI-1913.

четврту, Милораду Рувидићу, ванредном професору. — ПБр. 18913 од 28-XI-1913.

прву, др. Велизару Митровићу, сталном доценту. — ПБр. 20809 од 28-XI-1913.

трећу, Богдану Поповићу, редовном професору (9000 динара). — ПБр. 20993 од 28-XI-1913.

трећу, др. Браниславу Петронијевићу, ванредном професору. — ПБр. 27818 од 14-XII-1913.

ОДСУСТВА

Г. Министар Просвете и Црквених Послова одобрио је одсуство:

Петру Раносовићу, вишем учитељу, две недеље. — ПБр. 21842 од 25-X-1913.

Милутину Миланковићу, ванредном професору, 14 дана. — ПБр. 23928 од 14-XI-1913.

др. Милану Ћурчину, сталном доценту, за време зимског семестра. — ПБр. 23100 од 4-XI-1913.

др. Богдану Гавриловићу, редовном професору, 10 дана. — ПБр. 24594 од 15-XI-1913.

Сими Лозанићу, редовном професору, 15 дана. — ПБр. 25968 од 28 новембра 1913.

Живојину Перићу, редовном професору, 20 дана. — ПБр. 26696 од 30-XI-1913.

Милићу Радовановићу, редовном професору, 15 дана. — ПБр. 26983 од 3-XII-1913.

Сими Лозанићу, редовном професору, 10 дана. — ПБр. 28846 од 14 децембра 1913.

СРЕДЊЕ И СТРУЧНЕ ШКОЛЕ

ПОСТАВЉЕЊА

Г. Министар Просвете и Црквених Послова поставио је:

Марка Јанковића, ђакона, за хонорарног наставника веронауке у Шабачкој В. Ж. школи. — ПБр. 12071 од 20-IX-1913.

Драгића Михаиловића, свештеника, за хонорарног наставника веронауке у Лозничкој Гимназији. — ПБр. 11005 од 22-IX-1913.

Милана Зарића, професора у пензији, за хонорарног наставника у Ваљевској Гимназији. — ПБр. 11217 од 25-IX-1913.

Станка Ивановића, протојереја, за хонорарног наставника веронауке у Ваљевској Гимназији. — ПБр. 18348 од 1-X-1913.

Милана Цветковића, свештеника, за хонорарног наставника веронауке у Врањској Гимназији. — ПБр. 13866 од 8-X-1913.

Милана Бранковића, свештеника, за хонорарног наставника веронауке у Пожаревачкој Гимназији. — ПБр. 19614 од 11 X-1913.

Аранђела Илића, ђакона, за хонорарног наставника веронауке у Пожаревачкој Гамназији. — ПБр. 19614 од 11-X-1913.

Саву Савића, свештеника, за хонорарног наставника веронауке у Велико Градиштанској Гимназији. — ПБр. 18910 од 10-X-1913.

Ђорђа Ђорђевића, апсолвираног филозофа, за привременог учитеља у Велико Градиштанској Гимназији. — ПБр. 19791 од 26-X-1913.

Јована Куглера, за привременог учитеља вештина у Пиротској Гимназији. — ПБр. 21960 27-X-1913.

Станку Глишићеву, учитељицу у пензији, за хонорарну наставницу у Београдској В. Ж. Школи. — ПБр. 20769 од 31-X-1913.

Косту Страјнића, за привременог учитеља цртања у Трећој Београдској Гимназији. — ПБр. 23293 од 1-XI-1913.

Драгољуба Шундерића, апсолвираног филозофа, за привременог предметног учитеља у II Београдској гимназији. — ПБр. 24059 од 12-XI-1913.

Милорада Симовића, привременог предметног учитеља Прве Београдске Гимназије, за привременог предметног учитеља у Ваљевској Гимназији, по службеној потреби. — ПБр. 25011 од 14-XI-1913.

Миленка Симоновића, привременог предметног учитеља Четврте Београдске Гимназије, за привременог предметног учитеља у Првој Крагујевачкој Гимназији, по службеној потреби. — ПБр. 25011 од 14-XI-1913.

Душана Јовановића, професора у пензији, за хонорарног наставника у Четвртој Београдској Гимназији. — ПБр. 25244 од 18-XI-1913.

Андреју Милићевића, хонорарног наставника, за привременог учитеља вештина у Четвртој Београдској Гимназији. — ПБр. 23158 од 19-IX-1913.

Властимира Милутиновића, привременог предметног учитеља Четврте Београдске Гимназије, за привременог предметног учитеља у Лесковачкој Реалци, по службеној потреби. — ПБр. 26086 од 23-XI-1913.

Светолика Станковића, подинжињера, за хонорарног наставника у Горњомилановачкој Гимназији. — ПБр. 21992 од 24-XI-1913.

др. Косту Ристића, окружног физикуса, за школског лекара у Чачанској Гимназији. — ПБр. 25215 од 24-XI-1913.

Михаила Милутиновића, свештеника, за хонорарног вероучитеља у Другој Београдској Гимназији. — ПБр. 26084 од 24-XI-1913.

Милана Поповића, свештеника, за хонорарног вероучитеља у Другој Београдској Гимназији. — ПБр. 26084 од 24-XI-1613.

Марка Чанковића, за хонорарног наставника вештина у Ваљевској Гимназији. — ПБр. 25645 од 28-XI-1913.

Љубомира Видаковића, привременог предметног учитеља Зајечарске Гимназије, за привременог предметног учитеља у Неготинској Учитељској Школи, по службеној потреби. — ПБр. 26496 од 27-XI-1913.

Живадина Николића, испитаног учитеља гимнастике, за привременог учитеља вештина у Другој Београдској Гимназији. — ПБр. 26492 од 27 новембра 1913.

Живојина Красојевића, Љубомира Ивковића, Тихомира Ђурђевића, Антонина Крала, инжењере и Момчила Поповића, свештеника, за хонорарне наставнике у Горњомилановачкој Гимназији. — ПБр. 15599 од 16-IX-1913.

Ђорђа Поповића, свештеника и Радисава Крупежевића, ђакона, за хонорарне вероучитеље у Смедеревској Гимназији. — ПБр. 16037 од 29 новембра 1913.

Паулину Леблову, свршеног философа, за помоћницу у Београдској В. Ж. Школи. — ПБр. 24915 од 16-XI-1913

Теодору Риперову, свршеног философа, за помоћницу, у Београдској Женској Гимназији. — ПБр. 24915 од 16-XI-1913.

Драгослава Симоновића, привременог предметног учитеља IV Београдске Гимназије, за привременог предметног учитеља у Прилепској Гимназији, по службеној потреби. — ПБр. 26085 од 23-XI-1913.

др. Алексу Станишића, професора Скопске Учитељске Школе, за управитеља III класе у истој школи. — ПБр. 26689 од 28-XI-1913.

Марка Чанковића, хонорарног наставника Ваљевске Гимназије, за наставника Кривопаланачке Гимназије. — ПБр. 27085 од 1-XII-1913.

— Одлуком ПБр. 23835 од 5 новембра постављени су:

у Скопској Учитељској Школи: за професора, Глиша Елезовић, пређашњи професор, под условима, под којима је раније служио; *у Скопској Гимназији:* за разредну учитељицу Косара Елезовићка, разредна учитељица Женске Гимназије у Београду; за привременог учитеља вештина Христифор Црниловић, привремени учитељ вештина Неготинске Гимназије; за привременог учитеља гимнастике III класе Јарослав Вошта, привремени учитељ исте класе Зајечарске Гимназије — сви по службеној потреби; за привремену учитељицу вештина Љубица Петровићева, испитана учитељица музике; *у Битољској Гимназији:* за професора Михаило Ђорђевић, професор Скопске Гимназије; за помоћницу Данка Митрановићева, помоћница Пљеваљске Гимназије, обоје под условима, под којима су досад служили; за привременог учитеља Гимнастике Јосиф Прохаска, привремени учитељ

Лесковачке Реалке — сви по службеној потреби; за хонорарну наставницу језика: Љубица Минићева, пређашња хонорарна наставница; *у Кумановској Гимназији:* за привремену учитељицу вештина Даринка Фртунићка, учитељица цртања Прве Крагујевачке Гимназије, по службеној потреби; *у Велеској Гимназији:* за професора Стеван Симић, професор Скопске Гимназије, под досадашњим условима, а по службеној потреби; *у Штипској Гимназији:* за суплента јеромонах Серафим, суплент Призренске Богословије, под досадашњим условима, за привременог предметног учитеља Риста Јојић, привремени предметни учитељ Београдске Реалке; оба по службеној потреби; *у Дојранској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Живојин Војновић, привремени предметни учитељ Ваљевске Гимназије; *у Охридској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Сава Вучковић, привремени предметни учитељ Четврте Београдске Гимназије — оба по службеној потреби: *у Прилепској Гимназији:* за привремене предметне учитеље Ђорђе Хаџи-Серафимовић, привремени предметни учитељ Зајечарске Гимназије, по службеној потреби и Војислав Нешић, апсолвирани студент философског факултета.

— Одлуком ПБр. 24654 од 14 новембра постављени су:

у Ваљевској Гимназији: за привременог предметног учитеља Радисав Митић, привремени предметни учитељ Пиротске Гимназије; за привременог учитеља V класе Владислав Тихи, привремени учитељ исте класе Треће Београдске Гимназије, оба по службеној потреби; *у Врањској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Константин Поп-Манић, кандидат богословља; *у Лозничкој Гимназији:* за привременог предметног учитеља Драгутин Стевановић, привремени предметни учитељ Прве Београдске Гимназије, по службеној потреби; *у Зајечарској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Дамјан Божић, привремени предметни учитељ Пиротске Гимназије; за учитеља III класе Милан Јевремовић, учитељ исте класе Чачанске гимназије; за привременог предметног учитеља Глигорије Глигоровић, привремени предметни учитељ Друге Београдске гимназије; за учитељицу женског рада Љубица Божићка, учитељица Пиротске Гимназије — сви по службеној потреби; за привременог предметног учитеља Милан Цветинчанин, апсолвирани философ; *у Јагодинској Гимназији:* за привремене предметне учитеље Владимир Шкоф, испитнан професор и Михаило Ђукић, апсолвирани философ; *у Другој Крагујевачкој Гимназији* за привременог предметног учитеља Миодраг Витковић, привремени предметни учитељ Треће Београдске Гимназије, по службеној потреби; *у Крушевачкој Гимназији:* за разредну учитељицу Анка Ракетићка, разредна учитељица Крагујевачке В. Ж. Школе, досад на раду у Приватној Крушевачкој Гимназији, по службеној потреби; за привременог предметног учитеља Славко Рајковић, апсолвирани техничар; *у Лесковачкој Реалци:* за привременог предметног учитеља Коста Дошен, апсолвирани философ; за хонорарну наставницу немачког језика Милана Грбићка, пређашња хонорарна наставница; *у Неготинској Гимназији:* за привремене предметне учитеље Радивој Кончар, привремени предметни учитељ Пиротске Гимназије, по службеној потреби и Лазар Шуваковић, апсолвирани философ; *у Нишкој Гимназији:* за привременог предметног учитеља Божидар Петровић и за разредну учитељицу Зорка Анђелковићева, разредна учитељица Пожаревачке Гимназије, обоје по службеној потреби; *у Пиротској Гимназији:* за привременог учитеља Милан Љиљак, привремени учитељ Зајечарске Гимназије, по службеној потреби; за привремене предметне учитеље Александар Стојковић, Младен Николић, Лазар Пејић и Симеон Митровић, апсолвирани филозофи: *у Приштевској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Драгослав Димитријевић, апсолвирани филозоф; *у Пожаревачкој Гимназији:* за привременог предметног учитеља Божидар Бранковић, привремени предметни учитељ Ваљевске Гимназије, по службеној потреби; *у Чачанској Гимназији,* за разредну учитељицу Касија Теодосисијевић-Пенезићка, разредна учитељица Београдске В. Ж. Школе, по службеној потреби; *у Ужичкој Гимназији:* за разредну учитељицу Зорка Јањушевићева, разредна учитељица Београдске В. Ж. Школе, по молби; за привременог предметног учитеља Душан Поповић, привремени предметни учитељ Крушевачке Гимназије, по службеној потреби; *у Четвртој Београдској Гимназији:* за привременог предметног учитеља Драгослав Симоновић, апсолвирани филозоф; *у Алексиначкој Учитељској Школи:* за привременог предметног учитеља Љубомир Јовановић, апсолвирани филозоф; *у Скопској Учитељској Школи:* за вишег учитеља Риста Огњановић, виши учитељ у пензији, под условима, под којима је раније служио; *у Неготинској Учитељској Школи:* за хонорарног наставника Милутин Стојановић, суплент винодељско-воћарске школе; *у Призренској Богословији:* за суплента Јован Ристић, суплент Скопске Гимназије, по службеној потреби, а под условима под којима је раније служио.

— Одлуком ПБр. 25161 од 18 новембра постављени су за професоре и наставнике, под условима под којима су досад служили — по службеној потреби:

у Ваљевској Гимназији: Антоније Делимировић, професор Пљеваљске Гимназије и Богољуб Тодоровић, професор Битољске Гимназије; *у Јагодинској Гимназији:* Димитрије Дохчевић, професор Скопске Гимназије и за учитељицу женског рада Зорка Дохчевићка, учитељица Скопске Домаћичко-Радничке Школе; *у Нишкој Гимназији:* Јордан Петровић, професор Скопске Гимназије и Јован Алексић, професор Битољске Гимназије; *у Пиротској Гимназији:* Ђорђе Константиновић, професор Пљеваљске Гимназије.

— Одлуком ПБр. 27084 од 29 новембра постављени су под истим условима, под којима су служили по службеној потреби:

у Зајечарској Гимназији: за суплента Јеврем Игумановић, суплент Призренске Богословије; *у Првој Крагујевачкој Гимназији:* за професора Глигорије Џамбазовић, професор Пљеваљске Гимназије; *у Крушевачкој Гимназији:* за професора Стојан Зафировић, професор Призренске Богословије; *у Лесковачкој Реалци:* за професора Коста Лозанић, професор Битољске Гимназије, и *у Крагујевачкој В. Ж. Школи,* за професора Михаило Питовић, професор Призренске Богословије.

— Одлуком ПБр. 27871 од 4 децембра постављене су за хонорарне наставнице вештина, с правом на додатке неуказних наставника:

у Кратовској Гимназији: Видосава Јовановићева, *у Тетовској Гимназији,* Љубица Илићева, *у Новопазарској Гимназији:* Ружица Радонићева, *у Призренској Гимназији:* Славка Кимпановићева.

ПЕРИОДСКЕ ПОВИШИЦЕ

Господин Министар просвете и црквених послова одредио је периодску повишицу плате:

пету, Аћиму Анђелковићу, професору и управитељу Крагујевачке В. Ж. Школе. — ПБр. 11104 од 24-X-1913.

прву, Богољубу Тодоровићу, професору Ваљевске Гимназије. — ПБр. 22009 од 24-X-1913.

прву, Антонију Димитријевићу, професору Ваљевске Гимназије. — ПБр. 22008 од 24-X-1913.

прву, Недељку Дивцу, професору Четврте Гимназије. — ПБр. 18158 од 28-X-1913.

пету, Милану Дукићу, професору Прве Београдске Гимназије. — ПБр. 17825 од 2-XI-1913.

прву, Милеви Куртовићки, разредној учитељици Београдске В. Ж. Школе. — ПБр. 20462 од 9-XI-1913.

пету, Живојину Ђурђевићу, професору Крушевачке Гимназије. — ПБр. 20582 од 12-XII-1913.

другу, Александри Милетићки, наставници Београдске В. Ж. Школе. — ПБр. 21186 од 13-XI-1913.

трећу, Миладину Шеварлићу, професору Друге Београдске Гимназије. — ПБр. 22371 од 12-XI-1913.

трећу, Сави Рабреновићу, професору Четврте Београдске Гимназије. — ПБр. 18159 од 42-XI-1913.

пету, Светиславу К. Матићу, професору Београдске Реалке. — ПБр. 22239 од 7-XI-1913.

четврту, Милораду Павловићу, професору Београдске Реалке. — ПБр. 22169 од 22-XI-1913.

четврту, Зорки Арсенијевићки, разредној учитељици В. Ж. Школе. — ПБр. 16108 од 23-XI-1913.

другу, Душану Динићу, професору Зајечарске Гимназије. — ПБр. 19081 од 23-XI-1913.

пету, Васи Даниловићу, професору Прве Београдске Гимназије. — ПБр. 17826 од 23-XI-1913.

прву, Милошу Московљевићу, професору Треће Београдске Гимназије. — ПБр. 19997 од 23-XI-1913.

шесту, Павлу Софрићу, професору Четврте Београдске Гимназије. — ПБр. 20135 од 23-XI-1913.

пету, Душану Стојићевићу, професору Прве Београдске Гимназије. — ПБр. 22955 од 23-XI-1913.

трећу, Живојину Павловићу, професору Друге Крагујевачке Гимназије. — ПБр. 24960 од 25-XI-1913.

другу, Доброслави Ђорђевићевој, разредној учитељици Београдске В. Ж. Школе, — ПБр. 18253 од 25-XI-1913.

шесту. Николи Врсаловићу, професору Друге Београдске Гимназије. — ПБр. 17037 од 25-XI-1913.

прву, Загорки Крчевинац, разредној учитељици Београдске В. Ж. Школе. — ПБр. 16520 од 25-XI-1913.

прву, Јелени Бошковићки, разредној учитељици Београдске Женске Гимназије. — ПБр. 18209 од 27-XI-1913.

другу, Даници Срећковићки, разредној учитељици Београдске Женске Гимназије. — ПБр. 19123 од 7-XII-1913.

прву, Љубомиру Рајићу професору Скопске Учитељске Школе. — ПБр. 22201 од 7-XII-1913.

ОСТАВКЕ

Господин Министар Просвете и Црквених Послова уважио је оставку:

Милосаву Смиљанићу, привременом предметном учитељу Чачанске Гимназије. — ПБр. 24507 од 14-XI-1913.

Гаври Травњу, привременом предметном учитељу Чачанске Гимназије. — ПБр. 21286 од 16-XI-1913.

др. Михаилу Радовићу, школском лекару Чачанске Гимназије. — ПБр. 21215 од 24-XI-1913.

Милади Розенкранзовој, наставници гимнастике Београдске Више Женске Школе. — ПБр. 26551 од 30-XI-1913.

Петру Тодоровићу, привременом предметном учитељу Горњомилановачке Гимназије. — ПБр. 22047 од 27-X-1913.

РАЗРЕШЕЊА

Господин Министар Просвете и Црквених Послова разрешио је од дужности:

Марију Теофановићеву, привремену учитељицу вештина у Зајечарској Гимназији. — ПБр. 25173 од 14-XI-1913.

Миодрага Поповића, привременог предметног учитеља у Крушевачкој Гимназији. — ПБр. 24778 од 16-XI-1913.

Војислава Нешића, привременог предметног учитеља у Прилепској Гимназији (због војне обавезе). — ПБр. 26082 од 24-XI-1913.

ПРИВАТНЕ СРЕДЊЕ ШКОЛЕ

ПОСТАВЉЕЊА

Господин Министар Просвете и Црквених Послова одобрио је избор:

Божидара Михаиловића, апсолвираног техничара, за хонорарног наставника Алексиначке Гимназије. — ПБр. 16712 од 18-IX-1913.

Данице Стојковићеве, за хонорарну наставницу женског рада Краљевачке Гимназије. — ПБр. 20153 од 12-X-1913.

Љубомира Мирчића, за учитеља музике и певања у Свилајначкој Гимназији. — ПБр. 23016 од 12-XI-1913.

Ђорђа Мијовића, апсолвираног философа, за наставника Ћупријске Гимназије. — ПБр. 23824 од 14-XI-1913.

Андре Матића, професора у пензији, за директора Ћупријске Гимназије. — ПБр. 21256 од 23-X-1913.

Тоше Андрејевића, в. учитеља у пензији, за наставника Параћинске Гимназије. — ПБр. 21789 од 20-X-1913.

Милорада Палеташевића, за хонорарног наставника Краљевачке Гимназије. — ПБр. 26366 од 28-XI-1913.

Добросава Тодоровића, за хонорарног наставника Краљевачке Гимназије. — ПБр. 26367 од 28-XI-1913.

Адама Павловића, апсолвираног философа за наставника Краљевачке Гимназије. — ПБр. 26368 од 28-XI-1913.

НАРОДНЕ ШКОЛЕ

ПОСТАВЉЕЊА

Г. Министар Просвете и Црквених Послова поставио је:

у Београду:

за сталну учитељицу: Љубицу Ковановићеву, нераспоређену учитељицу из Жаркова, по молби. — ПБр. 15906 од 1-XI-1913.

за сталну учитељицу: Катарину Огњановићку, учитељицу у оставци. — ПБр. 13898 од 1-XI-1913.

за сталну учитељицу: Стану Глигорићку, учитељицу из Рипња (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 13063 од 2-XI-1913.

за сталну учитељицу: Новку Ковачевића, учитељицу на расположењу из Београда, по службеној потреби. — ПБр. 24083 од 1-XI-1913.

за сталну учитељицу: Даринку Ћосићку, учитељицу из Краљева (чачански), по молби. — ПБр. 19881 од 7-XI-1913.

у београдском округу:

за сталног учитеља у Винчи: Љубомира Николића, учитеља из Сланаца, по молби. — ПБр. 13111 од 1-XI-1913.

за сталну учитељицу у Лукавици: Даницу Берићеву, учитељицу из Барошевца, по молби. — ПБр. 23484 од 15-XI-1913.

за сталног учитеља у Сопоту: Страшимира Ружића, учитеља из Ђуринца, по молби. — ПБр. 25315 од 20-XI-1913.

за привремену учитељицу у Рипњу: Велу Стефановићеву, учитељицу из Баћевца по молби. — ПБр. 19235 од 25-XI-1913.

за вршиоца учитељске дужности у Дражевцу: Кузмана Јовановића, учитеља у пензији. — ПБр. 14120 од 25-XI-1913.

за вршиоца учитељске дужности у Крушевици: Димитрија Илића, учитеља у пензији. — ПБр. 15230 од 25-XI-1913.

за вршиоца учитељске дужности у Лесковцу: Милосава Матића, свршеног богослова. — ПБр. 25727 од 25-XI-1913.

у ваљевском округу:

за сталну учитељицу у Рабровици: Десанку Гојковићку, учитељицу у оставци. — ПБр. 13663 од 16-IX-1913.

за сталну учитељицу у Ваљеву: Софију Војисављевићку, учитељицу на расположењу, по молби. — ПБр. 16379 од 25-XI-1913.

у врањском округу:

за сталног учитеља у Врању: Велимира Јововића, учитеља из Власине (врањски), по молби. — ПБр. 14670 од 25-XI-1913.

за сталну учитељицу у Врању: Живку С. Бунушевац, учитељицу из Лесковца, по молби. — ПБр. 13563 од 25-XI-1913.

за сталну учитељицу у Врању: Спасенију Ристићку, учитељицу из Врањске Бање (врањски), по молби. — ПБр. 14044 од 25-XI-1913.

за сталног учитеља у Лесковцу: Уроша Ковачевића, учитеља из В. Грабовнице (врањски), по молби. — ПБр. 15604 од 25-XI-1913.

за сталног учитеља у Лесковцу: Јована В. Пешића, учитеља из Мрштана (врањски), по молби. — ПБр. 22143 од 25-XI-1913.

у крушевачком округу:

за сталну учитељицу у Крушевцу: Милку Јањушевићку, учитељицу из Врања, по службеној потреби. — ПБр. 25730 од 20-XI-1913.

у нишком округу:

за сталног учитеља у Нишу: Љубомира Симоничића, учитеља из Врања, по молби. — ПБр. 15413 од 25-XI-1913.

за сталну учитељицу у Нишу: Јелисавету Симоничића, учитељицу из Врања по молби. — ПБр. 15415 од 25-XI-1913.

у пожаревачком округу:

за вршиоца учитељске дужности у Дубокој: Боривоја Јовановића, вршиоца учитељске дужности у Винчи. — ПБр. 26045 од 22-XI-1913.

у битољском округу:

за сталног учитеља у Прилепу: Новицу Ђорђевића, учитеља у Бабама (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

са сталног учитеља у Прилепу: Војислава Дамјановића, учитеља у Лисовићу (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталну учитељицу у Прилепу: Милицу Дамјановићку, учитељицу у Лисовићу (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталне учитеље у Прилепу: Луку и Катарину Рајковић, учитеље у Рогачи (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 21872 од 15-XI-1913.

за сталну учитељицу у Битољу: Лепосаву Перићеву, учитељицу у Стублинама (ваљевски), по службеној потреби. — ПБр. 20243 од 11-X-1913.

за сталног учитеља у Битољу: Јована Филиповића, учитеља у Обреновцу (ваљевски), па службеној потреби. — ПБр. 21114 од 16-X-1913.

за сталног учитеља у Ресну: Константина Мирковића, учитеља у Косанчићу (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Прилепу: Милоша Матовића, учитеља у Клајићу (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Ресну: Јанићија Ложичковића, учитеља у Манојлици (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 21563 од 22-X-1913.

за сталног учитеља у Гопешу: Саву Живковића, учитеља у Цепи (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 24812 од 16-XI-1913.

за учитеља у Битољу: Косту Михаиловића, учитеља у Сурдулици (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за учитеља у Битољу: Јована Ристића, учитеља у Прибоју (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за сталног учитеља у Битољу: Цветка Љубеновића, учитеља у Грделици (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за сталну учитељицу у Битољу; Лепосаву Михајловићку, учитељицу у Сурдулици (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за сталног учитеља у Битољу: Стојадина Петровића, учитеља на Чукарици (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 22103 од 24-X-1913.

у кавадарском округу:

за сталну учитељицу у Ђевђелији: Даринку Поповићеву, учитељицу из Даросаве, по службеној потреби. — ПБр. 20072 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Кавадару: Петра Максимовића, учитеља у Соколову (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 21114 од 16-X-1913.

за привременог учитеља у Стојакову: Антонија Милосављевића, учитеља у Сијарини (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 26724 од 25 новембра 1913.

за сталну учитељицу у Ђевђелији; Даринку Протићку, учитељицу у Београду, по службеној потреби. — ПБр. 29073 од 1-X-1913.

у кумановском округу:

за сталну учитељицу у Куманову: Зорку Пешићку, учитељицу из Губеревца (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитељ у Куманову: Петра Х. Пешића. учитеља из Губеревца (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

у оридском округу:

за сталног учитеља у Ориду: Павла Весовића. учитеља у Пружатовцу (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталну учитељицу у Ориду: Живку Поповићеву, учитељицу у Пироману (ваљевски). по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталну учитељицу у Ориду: Олгу Петровићеву, учитељицу у Осечини (ваљевски), по службеној потреби. — ПБр. 21114 од 16-X-1913

за сталну учитељицу у Ориду: Живку Радосављевићеву, учитељицу у Грабовцу (ваљевски), по службеној потреби. — ПБр. 21114 од 16-X-1913.

у пријепољском округу:

за вршиоца учитељске дужности у Прибоју: Велимира Јоксића, вршиоца дужности учитеља у Новацима (ваљевски). — ПБр 5823 од 1-XI-1913

у приштевском округу:

за сталног учитеља у Вучитрну: Михајла Кијаметовића, учитеља из Предејана (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 15010 од 25-X-1913.

у скопљанском округу:

за сталног учитеља у Скопљу: Спасоја Конића, учитеља у Рипњу (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за сталну учитељицу у Скопљу: Марију Јовановићку, учитељицу у Конатицама (београдски), по службеној потреби. — ПБр 20242 од 11 октобра 1913.

за сталну учитељицу у Велесу: Софију Вучовићку, учитељицу у Боговађи (ваљевски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Скопљу: Јована Шикопарију, учитеља у Скели по службеној потреби. — ПБр. 11691 од 28-XI-1913.

за сталног учитеља у Велесу: Чедомира Вукосављевића, учитеља из Мрштана (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Велесу: Косту Минцића, учитеља из Моштанице (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за сталну учитељицу у Велесу: Даницу Минцића, учитељицу из Моштанице (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

за привременог учитеља у Башином Селу: Симу Игумановића, учитеља из Црвонега (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 21115 од 16 октобра 1913.

за привременог учитеља у Орашцу: Димитрија Ристића, учитеља из Криве Феје (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 21115 од 16 октобра 1913.

за сталну учитељицу у Скопљу: Косару Савковићку, учитељицу из Врањске Бање (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11 октобра 1913.

за сталну учитељицу у Скопљу: Савку Ибровац, пређашњу учитељицу. — ПБр. 21786 од 1-X-1913.

за сталну учитељицу у Скопљу: Нетику Пинкас, испитану учитељицу. — ПБр. 21786 од 1-X-1913.

за сталну учитељицу у Скопљу: Марију Дамњановићку, учитељицу у пензији. — ПБр. 24913 од 16-XI-1913.

за сталног учитеља у Велесу: Трпка Лазаревића, учитеља из Прилепа, по молби. — ПБр. 15007 од 25-XI-1913.

за привремену учитељицу у Велесу: Олгу Лазаревићку, учитељицу у пензији. — ПБр. 26722 од 15-IXI-1913.

за привремену учитељицу у Велесу: Милену Јанковићеву, учитељицу из Крчедина (Срем). — ПБр. 21116 од 16-X-1913.

за привремену учитељицу у Велесу: Катицу Суваџину, учитељицу из Мокрина (Срем). — ПБр. 21116 од 16-X-1913.

за вршиоца учитељске дужности у Велесу: Павлину Илинчићку, свршену ученицу В. Ж. Школе. — ПБр. 23685 од 10-XI-1913.

за сталног учитеља у Бразди: Стојана Урдаревића, испитаног учитеља. — ПБр. 21118 од 11-X-1913.

у тетовском округу:

за сталну учитељицу у Гостивару: Анку Љубисављевићку, учитељицу из Неменикућа, по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Тетову: Саву Милосављевића, учитеља у Конатицама (београдски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

за сталног учитеља у Тетову: Глигорија Богдановића, учитеља у Турековцу (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20073 од 1-X-1913.

у брегалничком округу:

за учитеља у Штипу: Јордана Бабамовића, учитеља из Сурдулице (врањски), по службеној потреби. — ПБр. 20242 од 11-X-1913.

ПЕРИОДСКЕ ПОВИШИЦЕ

Г. Министар Просвете и Црквених Послова одредио је периодску повишицу плате:

трећу, Ђурђу Милинковићу, учитељу у Светлићу (крагујевачки). — ПБр. 16178 од 23-IX-1913.

трећу, Милошу Живковићу, учитељу у Лужницама (крагујевачки). — ПБр. 17345 од 26-IX-1913.

другу, Радосаву Петровићу, учитељу у Милановцу (крагујевачки). — ПБр. 15156 од 24-IX-1913.

пету, Јелисавети Симоничићки, учитељици у Врању (крагујевачки). — ПБр. 15347 од 26-IX-1913.

шесту, Катарини Ж. Јовановићки, учитељици у Београду. — ПБр. 14896 од 26-IX-1913.

пету, Антонију Младеновићу, учитељу у Београду. — ПБр. 13786 од 26-IX-1913.

седму, Стевану Зарићу, учитељу у Београду. — ПБр. 15344 од 26 септембра 1913.

другу, Леписави Ђурчићевој, учитељици у Баћевцу (београдски). — ПБр. 16231 од 27-IX-1913.

шесту, Персиди Дипићки, учитељици у Жаркову (београдски). — ПБр. 13843 од 26-IX-1913.

прву, Војиславу Поповићу, учитељу у Венчанима (београдски). — ПБр. 17236 од 27-IX-1913.

шесту, Јовану Ковачевићу, учитељу у Петци (београдски). — ПБр. 17266 од 27-IX-1913.

шесту, Николи Милошевићу, учитељу у вар. Младеновцу, (београдски). — ПБр. 17320 од 27-IX-1913.

пету, Анки Поповићки, учитељици у Ратају (врањски). — ПБр. 17824 од 28-IX-1913.

прву, Михајлу Кијаметовићу, учитељу у Предејану (врањски). — ПБр. 16640 од 28-IX-1913.

четврту, Стојадину Петровићу, учитељу на Чукарици (београдски). — ПБр. 17045 од 28-IX-1813.

четврту, Ангелини Медурићки, учитељици у Гроцкој (београдски). — ПБр. 15854 од 1-X-1913.

трећу, Зорки Ћерамилац, учитељици у вар. Младеновцу (београдски). — ПБр. 16381од 1-X-1913.

четврту, Милеви Ђорђевићки, учитељици у М. Иванчи (београдски). — ПБр. 17187 од 1-X-1913.

пету, Михаилу Пантелићу, учитељу у Забојници (крагујевачки). — ПБр. 16818 од 1-X-1913.

трећу, Јелени Јекићевој, учитељици у Вучковици (крагујевачки). — ПБр. 17677 од 1-X-1913.

четврту, Милосаву Лазаревићу, учитељу у Сувојници (врањски). — ПБр. 17300 од 16-X-1913.

пету, Љубомиру Симоничићу, учитељу у Врању. — ПБр. 15346 од 1-XI-1913.

пету, Милошу Марјановићу, учитељу у Београду. — ПБр. 14894 од 20-XI-1913.

четврту, Даринки Петровићки, учитељици у Београду. — ПБр. 14894 од 25-XI-1913.

шесту, Јерини Соколовићки, учитељици у Београду. — ПБр. 23706 од 25-XI-1912.

пету, Милеви Сретеновићевој, учитељици у Гроцкој (београдски). — ПБр. 22227 од 24-XI-1912.

другу, Ђорђу Б. Медурићу, учитељу у Гроцкој (београдски). — ПБр. 15983 од 25-XI-1913.

четврту, Драгомиру Ивковићу, учитељу у Лукавици (београдски). — ПБр. 20889 од 26-XI-1913.

четврту, Милеви Јованиђевој, учитељици у Ритопеку (београдски). — ПБр. 21585 од 25-XI-1913.

шесту, Лепосави Димитријевићевој, учитељици у Београду. — ПБр. 18636 од 25-XI-1913.

пету, Јелени Петровићки, учитељици у Београду. — ПБр. 21947 од 25-XI-1913.

четврту, Вукосави Николићевој, учитељици у Београду. — ПБр. 19531 од 25-XI-1913.

трећу, Милораду Петровићу, учитељу на Чукарици (београдски). — ПБр. 19531 од 25-XI-1913.

четврту, Љубици Ковановићевој, учитељици у Београду. — ПБр. 18635 од 28-XI-1913.

трећу, Стојиљку Стаменковићу, учитељу у Големом Селу (врањски). — ПБр. 21673 од 28-XI-1913.

трећу, Кости Минцићу, учитељу у Велесу (скопски). — ПБр. 50507 од 28-XI-1913.

другу, Јордану Костићу, учитељу у Београду (врањски). — ПБр. 18135 од 28-XI-1913.

пету, Стевану Јовановићу, учитељу у Ваљеву. — ПБр. 18370 од 28 новембра 1913.

пету, Надежди Виторовићки, учитељици у Ваљеву. — ПБр. 23085 од 28-XI-1913.

пету, Драги Јовановићки, учитељици у Скели (ваљевски). — ПБр. 21742 од 28-XI-1913.

пету, Алексију Спасојевићу, учитељу у Вукони (ваљевски). — ПБр. 18369 од 28-XI-1913.

шесту, Светозару Стојковићу, учитељу у Забрежју (ваљевски). — ПБр. 20425 од 28-XI-1913.

трећу, Персиди Стојнићки, учитељици у Славковици (ваљевски). — ПБр. 19172 од 28-XI-1913.

пету, Милану В. Поповићу, учитељу у Лесковцу (врањски). — ПБр. 23956 од 28-XI-1913.

другу, Добривоју Васиљевићу, учитељу у Врелу (ваљевски). — ПБр. 22831 од 28-XI-1913.

трећу, Василију Вукомановићу, учитељу у Врчину (београдски). — ПБр. 18438 од 28-XI-1913.

четврту, Милеви Ивановићки, учитељици у Корађици (београдски). — ПБр. 11184 од 28-XI-1913.

трећу, Марици Пашићевој, учитељици у Београду. — ПБр. 18372 од 28-XI-1913

прву, Радмили Катићевој, учитељици у Радљеву (ваљевски). — ПБр. 20111 од 28-XI-1913.

шесту, Сави Јовановићу, учитељу у Штитару (подрински). — ПБр. 10082 од 6-IX-1913.

четврту, Милоју Поповићу, учитељу у Бадњевцима (подрински). — ПБр. 11534 од 16-IX-1913.

пету, Петру Нешићу, учитељу у Смедереву. — ПБр. 11747 од 20 септембра 1913.

шесту, Велимиру Цветковићу, учитељу у Брусници (руднички). — ПБр. 13785 од 23-IX-1913, *шесту*, Даринки Атанасковићки, учитељици у Лапову (крагујевачки). — ПБр. 15149 од 23-IX-1913.

шесту Зорки Глишићки, учитељици у Крагујевцу. — ПБр. 14732 од 23-IX-1913.

шесту, Зорки Ђорђевићки, учитељици у Нишу (нишки). — ПБр. 13522 од 24-IX-1913.

другу, Бисенији Николићки, учитељици у Глоговцу (моравски). — ПБр. 13845 од 24-IX-1913.

другу, Ђорђу Ристићу, учитељу у Сопоту (београдски). — ПБр. 13974 од 24-IX-1913.

четврту, Милану Бркићу, учитељу у Накучанима (подрински). — ПБр. 15537 од 24-IX-1913.

другу, Миленку Цвијовићу, учитељу у Ореовици (пожаревачки). — ПБр. 13114 од 24-IX-1913.

трећу, Ђорђу С. Јовановићу, учитељу у Александровцу (пожаревачки). — ПБр. 13520 од 24-IX-1913.

четврту, Даринки Андрејевићки, учитељици у Зајечару (пожаревачки). — ПБр. 15247 од 24-IX-1913.

четврту, Петронију Раднићу, учитељу у Табановићима (ужички). — ПБр. 15698 од 24-IX-1913.

шесту, Леносави Петровићевој, учитељици у Шапцу. — ПБр. 13266 од 24-IX-1913.

трећу, Проки Милошевићу, учитељу у Бовну (нишки). — ПБр. 13521 од 24-IX-1913

шесту, Сари Вапи, учитељици у Пироту. — ПБр. 15478 од 24-IX-1913.

трећу, Станики Тодоровићки, учитељици у Драгову (моравски). — ПБр. 13588 од 24-IX-1913.

другу, Стојану Глигоријевићу, учитељу у Бошњанима (моравски). — ПБр. 14345 од 24-IX-1913.

трећу, Милутину Стојановићу, учитељу у Драгоцвету (моравски). — ПБр. 14895 од 24-IX-1913.

другу, Наталији Благојевићки, учитељици у Горњанима (крајински). — ПБр. 14018 од 24-IX-1913.

другу, Ђурђи Симоновићки, учитељици у Бруснику (крајински). — ПБр. 13265 од 24-IX-1913.

четврту, Анки Комарчићки, учитељици у Зајечару (крајински). — ПБр. 12836 од 26-IX-1913.

другу, Зорки Лукићки, учитељици у Кладушници (крајински). — ПБр. 17459 од 28-IX-1913.

другу, Милици Врбавчевој, учитељици у Радујевцу (крајински). — ПБр. 17346 од 28-IX-1913.

трећу, Зорки Милијевићки, учитељици у Трњанима (крајински). — ПБр. 16168 од 28-IX-1913.

шесту, Вукосави Анђелковићки, учитељици у Крагујевцу (крајински). — ПБр. 16626 од 28-IX-1913.

четврту, Марији Стефановићки, учитељици у Штубику (крајински). — ПБр. 17395 од 28-IX-1913.

пету, Милутину Цакићу, учитељу у Витошевцу (крушевачки). — ПБр. 16796 од 28-IX-1913.

пету, Михаилу Купчевићу, учитељу у Катуну (моравски). — ПБр. 17357 од 28-IX-1913.

пету, Милораду Миловановићу, учитељу у Ћараћину (моравски). — ПБр. 17122 од 28-IX-1913.

шесту, Стевану Радовановићу, учитељу у Вел. Поповићу (моравски). — ПБр. 17038 од 28-IX-1913.

другу, Ђорђу Живковићу, учитељу у Јаковљу (нишки). — ПБр. 16012 од 28-IX-1913.

пету, Ристи Цветковићу, учитељу из Алексинца — ПБр. 17048 од 28-IX-1913.

пету, Радомиру Вујовићу, учитељу у Трнави (чачански) — ПБр. 17750 од 28-IX-1913.

другу, Смиљку Спасићу, учитељу у Арбанасцу (топлички), — ПБр. 16797 од 28-IX-1913.

другу, Савки Поповићки, учитељици у Мариновцу (тимочки). — ПБр. 17042 од 28-IX-1913.

другу, Цвети Митровићки, учитељици у Вел. Плани (смедеревски). — ПБр. 17731 од 28-IX-1913.

трећу, Михајлу Павловићу, учитељу у Врбовцу (смедеревски). — ПБр. 14218 од 28-IX-1913.

прву, Зорки Стефановићки, учитељици у Браничеву (пожаревачки.) — ПБр. 18022 од 28-IX-1913.

прву, Катарини Васићки, учитељици у Метковићу (подрински). — ПБр. 17616 од 27-IX-1913.

четврту, Марици Николићки, учитељици у В. Шиљеговцу (крушевачки). — ПБр. 17504 од 1-X-1913.

четврту, Вучићу Милуновићу, учитељу у Михаиловцу (крушевачки). — ПБр. 17046 од 1-X-1913.

четврту, Милутину Боранијашевићу, учитељу у Лозници (подрински). — ПБр. 16631 од 1-X-1913.

четврту, Кости Божовићу, учитељу у Шеварицама (подрински). — ПБр. 16230 од 1-X-1913.

другу, Јовану Бошковићу, учитељу у Брзоходу (пожаревачки). — ПБр. 16629 од 1-X--1913.

четврту, Лепосави Кузмановићки,. учитељици у Костоцу (пожаревачки). — ПБр. 17695 од 1-X-1913.

пету, Ђорђу Иличићу, учитељу у Жагубици (пожаревачки). — ПБр. 1283 0од 1-X-1913.

четврту, Стани Алексијевићки, учитељици у Жабарима (пожаревачки). — ПБр. 15150 од 1-X-1913.

четврту, Глигорију Петровићу, учитељу у Вел. Градишту (пожаревачки). — ПБр. 16505 од 1-X-1913.

четврту, Лепосави Максимовићки, учитељици у Мајдану (руднички). — ПБр. 17962 од 1-X-1913.

четврту, Радомиру Милошевићу, учитељу у Нишу. — ПБр. 17679 од 1-X-1913.

четврту, Милки Јањушевићки, учитељици у Б. Башти (ужички). — ПБр. 15701 од 1-X-1913.

четврту, Наталији Козомарићки, учитељици у Зајечару. — ПБр. 17041 од 1-X-1913.

четврту, Јовану Телебаковићу, учитељу у Крњеву (смедеревски). — ПБр. 17680 од 1-X-1913.

другу, Никодију Миленковићу, учитељу у Св. Аранђелу (нишки). — ПБр. 17678 од 1-X-1913.

трећу, Даници Вујовићевој, учитељици у Кусатку (смедеревски). — ПБр. 17047 од 3-X-1913.

трећу, Лепосави Стевановићки, учитељици у Реснику (крагујевачки). — ПБр. 15362 од 8-X-1913.

пету, Милеви Васиљевићки, учитељици у Крупњу (подрински). — ПБр. 15359 од 12-X-1913.

пету, Христифору Милићу, учитељу у Зајечару. — ПБр. 17606 од 12-X-1613.

трећу, Софији Петковићки, учитељици у Видовцу (крајински). — ПБр. 10515 од 12-X-1913.

трећу, Радомиру Перуничићу, учитељу у Слатини (чачански). — ПБр. 19049 од 26-X-1913.

другу, Јелици Хаџи-Поповићевој, учитељици у Рамаћи (крагујевачки). — ПБр. 22401 од 28-X-1913.

другу, Илији Ђорђевићу, учитељу у Разгојни (врањски). — ПБр. 17827 од 7-XII-1913.

четврту, Живки Поповићевој, учитељици у Паланци (смедеревски). — — ПБр. 21187 од 7-XII-1913.

четврту, Јелисавети Радовићевој, учитељици у Врњцима. — ПБр. 19999 од 7-XII-1913.

ОСТАВКЕ

Господин Министар Просвете и Црквених Послова уважио је оставку:

Спири Остојићу, привременом учитељу у Рожанцу (београдски). — ПБр. 18289 од 30-IX-1913.

РАЗРЕШЕЊА

Господин Министар Просвете и Црквених Послова разрешио је од дужности:

Данила Стакића, вршиоца учитељске дужности у Бељену (београдски). — ПБр. 18531 од 30-IX-1913.

Крсту Рајичковића, вршиоца учитељске дужности у Бегаљици (београдски). — ПБр. 22178 од 1-XI-1913.

Милету Радуловића, вршиоца учитељске дужности у Лесковцу (београдски). — ПБр. 17232 од 10-XI-1913.

Петра Кнежевића, вршиоца учитељске дужности у Поћути (ваљевски). — ПБр. 24125 од 14-XI-1913.

ПРОМЕНА ПРЕЗИМЕНА

Господин Министар Просвете и Црквених Послова одобрио је промену презимена:

Љубици Вукосављевићевој, учитељици из Винче (крагујевачки) у: „Тасића“. — ПБр. 7844 од 1-X-1913.

Љубинки Матићевој, учитељици из Беле Паланке (пиротски) у: „Поповићка“. — ПБр. 23710 од 17-XI-1913..

Вукосави Степановићевој, учитељици из Друговца (смедеревски) у: „Јовановићка“. — ПБр. 13789 од 1-X-1913.

Ани Јанкуловићевој, учитељици из Скопља у „Соврлићка". — ПБр. 25577 од 19-XI-1913.

Милеви Симићевој, учитељици из Валакоња (тимочки), у: „Ђорђевићка". — ПБр. 19432 од 5-X-1913.

Јелени Ж. Петровићевој, учитељици из Пољане (пожаревачки), у: „Лазаревићка". — ПБр. 25888 од 23-XI-1913.

Емилији Стојковићевој, учитељици из Сараорада (смедеревски), у: „Павловићка". — ПБр. 26579 од 29-XI-1913.

Катарини Божовићевој, учитељици из Вратарнице (тимочки), у: „Стевановићка". — ПБр. 26711 од 30-XI-1913.

ОДЛУКЕ ГОСПОДИНА МИНИСТРА ПРОСВЕТЕ И ЦРКВЕНИХ ПОСЛОВА

— Према указаној потреби, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се г. Милан Костић, професор Треће Београдске Гимназије, упути на рад у одељење за основну наставу у Министарству, до даље наредбе. — ПБр. 14760 од 3-IX-1913.

— На предлог окружног школског одбора а на основи чл. 12 закона о народним школама, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да општина тамњаничка окр. пиротског, образује за се школску општину у Тамњаници. — ПБр. 16046 од 3-IX-1913.

— Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се у Сењском Руднику, округа моравског, отвори приватна основна школа, у којој ће се предавати по наставном плану и програму државних основних школа. — ПБр. 17427 од 20-X-1913.

— По предлогу Управе Народног Позоришта, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се г.г. Јеврем Божовић и Радован Павловић, стални чланови Народног Позоришта, ставе у пензију. — ПБр. 22085 и 22086 од 28-X-1913.

— У вези са својим ранијим одлукама о Скопском Позоришту, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да г. Бранислав Нушић, књижевник и ранији управник Народног Позоришта у Београду, предузме управу Скопског Позоришта. Дужности, права, одговорност и односи управе и службеника прописаће се нарочитим правилником. — — ПБр. 23295 од 31-X-1913.

— Према указаној потреби, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је да се г. Милош Зечевић, професор Друге Београдске Гимназије, упути на рад у Министарство, до даље наредбе. — ПБр. 24508 од 14-IX-1913.

— Ради уједначавања наставе у средњим и стручним школама на основама дидактичких и методичких начела, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је да се г. др. Миливоје Јовановић, професор Друге Београдске Гимназије, ради тога упути на рад у Министарство Просвете ослобођавајући га од школских дужности у гимназији.

Г. Јовановић ће тај посао вршити: 1) посећивањем часова; 2) држањем и приређивањем угледних предавања и дискусијом поводом истих; 3) држањем конференција, општих и посебних, које ће бити обавезне за позвано наставнике и приступачне и за оне, који се тиме заинтересују.

На овим конференцијама претресаће се наставни план и наставно градиво како су предвиђени и прописани; спремаће се пробна и угледна предавања и водити дискусија по прочитаним методичним списима.

Г. Јовановић ће при овом послу у првом реду обратити пажњу млађим наставницима, споразумевајући се са старешинама школским о свему, а о своме раду подносиће г. Јовановић Г. Министру тромесечне извештаје обавезно а према потреби и чешће. — ПБр. 26699 од 25-XI-1913.

— Према представци Његовога Високопреосвештенства Господина Митрополита, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се г. Милан Дукић, професор, ослободи своје редовне дужности у Првој Београдској Гимназији и упути на рад у Монашку Школу у Раковици, где ће предавати српски језик и математику, по своме пристанку. — ПБр. 25979 од 23-XI-1913.

— По указаној потреби, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се упуте на рад: у Прву Београдску Гимназију г. Никола Николић, професор Четврте Гимназије; у Другу Београдску Гимназију, Миодраг Ибровац, професор Реалке, до сада на раду у Министарству Просвете; у Трећу Београдску Гимназију, г. Момчило Иванић, суплент Друге Гимназије и у Београдску Реалку, г. Миодраг Ристић, професор Прве Гимназије. — ПБр. 26009 од 23-XI-1913.

— Г. Министар Просвете и Црквених Послова изменио је своју одлуку ПБр. 24892 од 1 новембра о. г. о подели школских надзорничких срезова, до даље наредбе и то:

1) седиште школског среза колубарско-тамнавског, округа ваљевског, да буде у Ваљеву место у Мионици, и

2) седиште школског среза рудничког, округа рудничког, да буде у Горњем Милановцу место на Руднику. — ПБр. 27342 од 1-XII-1913.

— На основи чл. 2 закона о регулисању школског рада због рата 1912—1913 године, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је: 1) да овогодишњи Божићњи одмор траје од 23 до 29 децембра закључно; 2) да Ускршњи одмор траје од Велике Среде до трећега дана Ускрса закључно и 3) да школе раде овим празницима: Сабор Јована Крститеља (7 јануара), Три Јерарха (30 јануара), Цар Константин и Царица Јелена (21 маја), Трећи дан Духова (27 маја) и Ивањ-дан (24 јуна). — ПБр. 28009 од 5-XII-1913.

— Према предлогу Правничког Факултета, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се распише стечај за избор двојице питомаца, који ће на страним Универзитетима изучавати судску и економско политичку групу правних наука.

Право учествовања на стечају имају кандидати, који су по положеном испиту зрелости редовно довршили своје студије на Правничком факултету нашега Универзитета и положили дипломски испит, и за које нарочита лекарска комисија утврди да су потпуно здрави. Кандидати морају бити Срби и српски поданици. Поред издржавања (2000—2500 динара годишње), изабрани питомци добиће трошак за одлазак на студије и повратак, са школарином и испитним таксама. Избор питомаца извршиће Правнички факултет, а изабрани питомци биће дужни одслужити у државној служби, колико су провели на студијама на страни. — ПБр. 27866 од 19-XII-1913.

— Према указаној потреби, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да г. Петар Косовић, професор Битољске Гимназије, до даље наредбе заступа директора те гимназије. — ПБр. 29130 од 15-XII-1913.

— Према указаној потреби, Г. Министар Просвете и Црквених Послова одлучио је, да се г-ца Милица Ракићева, разредна учитељица Више Женске Школе, упути до даље наредбе, на рад у Београдску Женску Гимназију. — ПБр. 28466 од 11-XII-1913.

РАСПИСИ ГОСПОДИНА МИНИСТРА ПРОСВЕТЕ И ЦРКВЕНИХ ПОСЛОВА

Директорима средњих школа

Ради уједначавања наставе у средњим и стручним школама на основама дидактичких и методичких начела Господин Министар Просвете и Црквених Послова, одлуком својом од 18 новембра ове године, ПБр. 25690, одлучио је, да се г. д-р Миливоје Н. Јовановић, професор Друге Београдске Гимназије, ради тога упути на рад у Министарство Просвете, ослобођавајући га од школских дужности у гимназији.

Г. Јовановић ће вршити овај посао:

1. посећивањем часова;

2. држањем и приређивањем угледних предавања и дискусија поводом истих;

3. држањем конференција, општих и посебних, које ће бити обавезне за позване наставнике, и приступачне и за оне који се тиме заинтересују. На овим конференцијама претресаће се наставни план и наставно градиво како су предвиђени и прописани; спремаће се пробна и угледна предавања и водити дискусија по прочитаним методским списима.

Г. Јовановић ће при овоме послу у првом реду обратити пажњу млађим наставницима, споразумевајући се са старешинама школским о свему.

О овоме раду подносиће г. Јовановић Господину Министру Просвете тромесечне извештаје обавезно, а према потреби и чешће.

Ова Вам се одлука саопштава ради знања и препоручује Вам се да изволите г. Јовановићу изићи у сусрет и помоћи га у његову послу.

ПБр. 25.899.
25 новембра 1913 год.
у Београду.

По наредби Министар
Просвете и црквених послова,
Начелник,
Милив. Ј. Поповић

Директорима средњих школа

Дознао сам, да многе књиге, које се употребљавају у средњим и стручним школама као уџбеници приватног издања, не одговарају свима погодбама прописаним изменом чл. 40. Правила о штампању уџбеника за народне и средњ школе. Стога налазим за потребно скренути пажњу директорима средњих школа и управитељима стручних школа на такве књиге и препоручити им, да не допусте у својој школи употребу ниједног уџбеника, који не одговара свима прописима поменутог члана Правила о штампању уџбеника. Поменути члан за сваку књигу тражи ове погодбе:

а.) да је хартија боље каквоће;

б.) да је слог чист, читак и штампан словима допуштеним за школске књиге; цицером или гармондом (боргисом само ситније напомене итд.) да су слике јасне и да нема већих штампарских грешака;

в.) да је књига тврдо укоричена и прошивена концем;

г.) да су уџбеници утврђене величине (обична осмина); и

д) да је продајна цена уџбенику умерена.

ПБр. 17772
9 децембра 1913 год.
у Београду.

Министар
Просвете и Црквених Послова,
Љ. Јовановић с. р.

НАСТАВА И КУЛТУРА

ГЕОМЕТРИЈСКА ИСПИТИВАЊА ИЗ ТЕОРИЈЕ ПАРАЛЕЛНИХ ЛИНИЈА

од

Николе Лобачевског

БИВ. ЦАРСКО РУСКОГ ПРАВОГ САВЕТНИКА И РЕД. ПРОФ. МАТЕМАТИКЕ НА УНИВЕРСИТЕТУ У КАЗАНУ.

Превео и примедбе додао

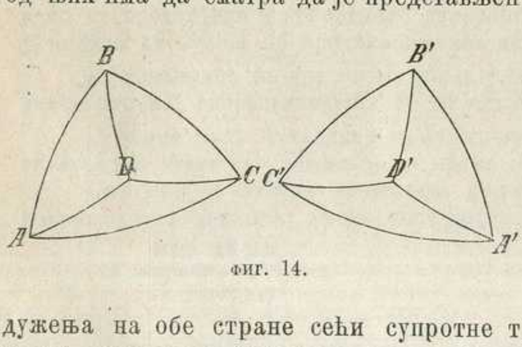
Д-р. Бранислав Петронијевић

(Свршетак).

26. *Троугли, који на површини кугле леже један насрам другог, једнаки су по површини.*

Под супротним троуглима овде подразумевамо троугле, које склапају пресеци куглине површине са три равни на обе стране средишта; с тога у таквим троуглима стране и углови имају супротан правац.

У супротним су троуглима ABC и A'B'C' (фиг. 14), где се један од њих има да сматра да је представљен у обрнутом положају), стране AB = A'B', BC = B'C', CA = = C'A', тако исто једнаки су и одговарајући углови у тачкама A, B, C угловима у другоме троуглу у тачкама A', B', C'. Замислимо једну раван положену кроз тачке A, B, C и управну спуштену на њу из средишта кугле, чија ће продужења на обе стране сећи супротне троугле у тачкама D и D' куглине површине. Остојања тачке D од тачака A, B, C, мерена на сфери луцима највећих кругова, морају бити једнака (12. став) како међу собом тако и са остојањима D'A', D'B', D'C' у другом троуглу



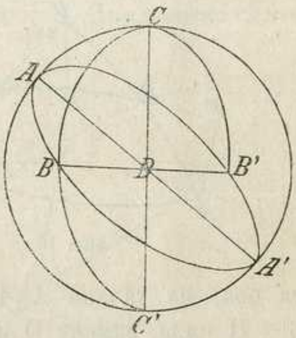
Фиг. 14.

(6. став), према томе су равнокраки троугли око тачака D и D' у оба сферна троугла ABC и A'B'C' конгруентни.

Да бисмо у опште могли судити о једнакости двеју површина, следећи став узимам за основу тога суђења: *две су површине једнаке, ако постају спајањем или одвајањем једнаких делова*[26].

27. *Тространи рогаљ раван је половини суме површинских углова мање једном правом*[27].

У сферном троуглу ABC (Фиг. 15), у коме је свака страна $< \pi$, означимо углове са A, B, C, продужимо страну AB тако да постане један цео круг ABA' B'A, који ће куглу поделити на два једнака дела. Продужимо у оној половини, у којој се налази троугао ABC, и друге две стране његове кроз њихову заједничку тачку пресека C толико, да се оне секу са кругом у A' и B'. На тај начин биће та половина кугле подељена у четири троугла ABC, ACB', B'CA', A'BC, чије величине нека су P, X, Y, Z. Јасно је да су овде[28]



Фиг. 15.

$$P + X = B$$
$$P + Z = A$$

Величина сферног троугла Y једнака је величини супротног троугла ABC', који има заједничку страну AB са троуглом P и чији трећи

---

[26] Лобачевски прави разлику између једнакости (конгруенције) и еквиваленције површина, и за критиријум ове последње узима суму и диференцију конгруентних делова. Новија испитивања показала су, да се мора правити разлика и између једнакости величине (Inhaltsgleichkeit) и еквиваленције фигура, пошто се две по величини једнаке праволинијске фигуре дају раставити у један исти број конгруентних делова само ако се при томе претпостави важност Архимедовог постулата (упор. прим. 13). За полиедре та се разлика мора учинити и кад се претпостави важност овог последњег, пошто се не може поставити као опште правило, да се два полиедра исте запремине дају раставити у један исти број конгруентних делова. О овим врло важним питањима упор. чланак U. Amaldi-a „Ueber die Lehre von der Aequivalenz (Gleichkeit)“ у „Fragen der Elementargeometrie“ hgb. v. F. Enriques, I-er Bd. 1911, стр. 151—202 и D. Hilbert, „Grundlagen der Geometrie“ 4-te Aufl. 1913, стр. 53—63.

[27] Величина телесног угла или рогља пропорционална је површини одговарајућег многоугла на површини кугле, чије се средиште налази у темену рогља. Ако се површина кугле, чији је полупречник јединица, означи са 2π (а не са 4π), што то чини Лобачевски (упор. „Neue Anfangsgründe“ § 44, s. 117), онда горњи став значи, да је мерни број телесног рогља једнак разлици између половине суме мерних бројева површинских углова (углова између равни) и мерног броја правог угла.

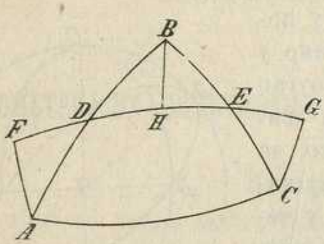
[28] У једначинама $P + X = B$ и $P + Z = A$, B и A означавају двоугле BCB'AB ABA'CA у фиг. 15.

угао C' лежи на крајној тачци оног пречника кугле, који полази од C и пролази кроз средиште њено D (26-ти став). Одавде следује, да је $P + Y = C$ и, пошто је $P + X + Y + Z = \pi$, имамо такође[29]:

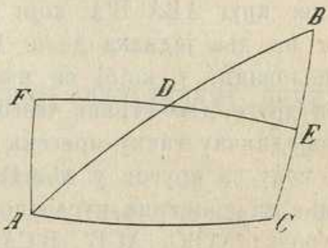
$$P = \frac{1}{2}(A + B + C - \pi).$$

До истог закључка може се доћи и другим путем, ослањајући се само на горњи став о једнакости површина (26. став).

У сферном троуглу ABC (фиг. 16) преполовимо стране AB и BC, положимо кроз средишне тачке D и E један највећи круг и спустимо

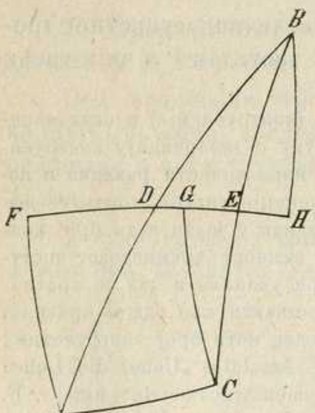


Фиг. 16.



Фиг. 17.

на овај из тачака A, B, C управне AF, BH и CG. Ако управна из B у H пада између D и E, онда ће троугао BDH бити раван AFD и BHE раван EGC (6. и 15. став), из чега следује да је површина ABC равна површини четвороугла AFGC (26. став). Ако се тачка H поклапа са средишном тачком E стране BC (фиг. 17), онда ће постојати само два једнака правоугла троугла AFD и BDE, чијом се изменом места доказује једнакост површина троугла ABC и четвороугла AFEC. Ако напослетку тачка H пада ван троугла ABC (фиг. 18) и управна CG иде кроз троугао, онда ћемо прећи од троугла ABC четвороуглу AFGC ако додамо троугао FAD = DBH, па затим одузмемо троугао CGE = EBH. Ако у четвороуглу AFGC замислимо кроз тачке A и G, као и кроз тачке F и C положене највеће кругове, луци њихови између AG и FC биће једнаки (15. став), према томе



Фиг. 18.

[29] Како је збир $P + X + Y + Z$ раван половини куглине површине, чија је величина 2π (в. прим. 27), то је тај збир раван π. Кад се од збира једначина

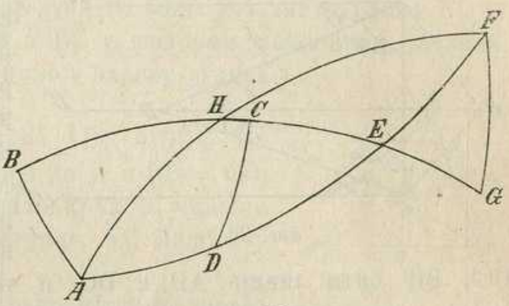
$$P + X = B$$
$$P + Z = A$$
$$P + Y = C$$

т. ј. од једначине $3P + X + Y + Z = A + B + C$ одузме једначина $P + X + Y + Z = \pi$ излази $P = \frac{A + B + C}{2} - \frac{\pi}{2}$.

биће конгруентни троугли FAC и ACG (15. став) и угао FAC раван углу ACG[30].

Одавде следује, да је у свима претходним случајевима сума сва три угла у сферном троуглу једнака суми оба једнака угла у четвороуглу који нису прави. Према томе може се сваком сферном троуглу, у коме је сума његова три угла S, наћи четвороугао с истом површином, у коме се налазе два права угла и две једнаке управне стране и у коме је сваки од друга два угла раван $\frac{1}{2}$ S.

Нека је сада ABCD (фиг. 19) сферни четвороугао, у коме су стране AB = DC управне на BC[31] и углови у A и D сваки $\frac{1}{2}$ S. Продужимо стране AD и BC тако да се оне секу у E и продужимо их и даље од E, начинимо DE = EF и спустимо на продужење линије BC управну FG. Цео лук BG преполовимо и спојимо средишну тачку H луцима највећег круга са A и F. Троугли EFG и DCE конгруентни су (15. став), према томе је FG = DC = AB. Троугли ABH и HGF такође су конгруентни, јер су правоугли и имају једнаке катете, према томе AH и HF[32] припадају *једном* кругу, лук AHF раван је π, ADEF такође је $= \pi$, угао HAD = HFE = $\frac{1}{2}$ S — BAH = $\frac{1}{2}$ S — HFG = $\frac{1}{2}$ S — — HFE — EFG = $\frac{1}{2}$ S — HAD — $\pi + \frac{1}{2}$ S. Према томе је: угао HFE = $\frac{1}{2}(S - \pi)$, или, што је исто: раван величини исечка AHFDA[33].



Фиг. 19.

---

[30] Једнакост лукова AG и FC следује из конгруенције сферних троуглова AGF и FCG, који су по ставу 15-ом конгруентни с тога што имају једнаке две стране и захваћени угао (FG = FG, AF = GC и угао AFG = CGF = R). Троугли FAC и ACG, из чије конгруенције следује једнакост углова FAC и ACG, конгруентни су (по ставу 15-ом) такође с тога што имају једнаке две стране и захваћени угао (FC = AG, AF = GC и $\sphericalangle$ AFC = AGC).

[31] У оригиналу стоји AB, што је очевидно штампарска погрешка.

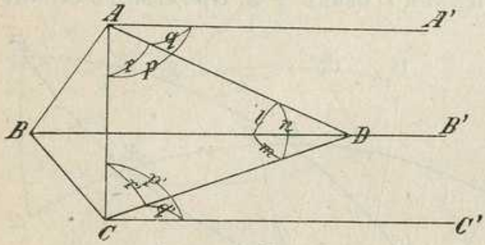
[32] У оригиналу стоји погрешно AF.

[33] Луци AH и HF припадају једном кругу с тога што су углови AHB и GHF једнаки, што следује из конгруенције правоуглих троуглова ABH и GFH. Лук AHF раван је π с тога што је AH $= \frac{\pi}{2}$ и HF $= \frac{\pi}{2}$. Угао HFE раван је $\frac{1}{2}(S - \pi)$ с тога што је HFE $= \frac{1}{2}S - HFE - \pi + \frac{1}{2}S$, а једначина $\frac{1}{2}S - HFE - EFG = \frac{1}{2}S - HAD - - \pi + \frac{1}{2}S$ следује отуда што је HFE = HAD и EFG = CDE $= \pi - \frac{1}{2}S$. Како је угао HFE угао двоугла AHFDA, то је мерни број његове величине раван мерном броју површине овог последњег.

Величина овог равна је опет четвороуглу ABCD, што се лако види ако се од једног пређе на други додајући најпре троугао EFG и BAH а затим одузимајући троугле DCE и HFG, који су им равни. Према томе је $\frac{1}{2}(S - \pi)$ величина четвороугла ABCD и у исто доба величина и сферног троугла, у коме је сума сва три угла равна S.

28. *Ако се три равни секу у паралелним линијама, сума њихова три површинска угла износи два права.*

Нека су AA', BB', CC' (фиг. 20) три паралелне линије које постају пресецањем трију равни (25. став). Узмимо на њима три произвољне тачке A, B, C и замислимо кроз њих положену једну раван, која ће према томе сећи равни паралелних у правим линијама AB, AC, BC. Даље положимо кроз линију AC и ма коју тачку D на линији BB' још једну раван, чији ће пресеци са равнима паралелних AA', BB' и CC', BB' бити линије AD и DC, и чији ћемо нагиб према трећој равни паралелних AA' и CC' означити са w. Углове између равни, у којима се налазе паралелне линије, означићемо са X, Y, Z на линијама AA', BB' и CC'; напослетку нека су линеарни углови BDC = a, ADC = b, ADB = c. Замислимо око A као средишта описану једну куглину површину, на којој пресеци њени са правима AC, AD и AA' одређују сферни троугао, чије стране нека су p, q, r а површина α, а чији су углови: w наспрам стране q, x наспрам стране r и према томе $\pi + 2\alpha - w - X$[34] наспрам стране p (27. став). На исти начин секу CA, CD, CC' куглину површину око средишта C и одређују троугао величине β са странама p', q', r' и угловима: w наспрам q', z наспрам r' и према томе $\pi + 2\beta - w - Z$[35] наспрам p'. На послетку пресеци куглине површине око D са линијама DA, DB, DC одређују сферни троугао, чије су стране l, m, n а супротни углови $w + Z - 2\beta$,



Фиг. 20.

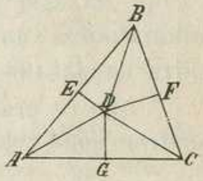
[34] У сферноме троуглу, чије су стране p, q и r, лежи наспрам стране q сферни угао, чија је величина равна величини нагибног угла између равни ACA'C' и ACD, т. ј. равна величини угла w. На исти начин одговара страни r нагибни угао између равни AA'C'C и AA'B'B, т. ј. угао X, и страни p нагибни угао између равни ADA'B' и ADC, чија је величина по ставу 27-ом равна $\pi + 2\alpha - w - X$.

[35] У сферноме троуглу, чије су стране p', q' и r', лежи наспрам стране q сферни угао, који је раван нагибном углу између равни ACA'C' и ACD, т. ј углу w, наспрам стране r' сферни угао, који је раван нагибном углу између равни AA'C'C и BB'C'C т. ј. углу Z, према томе наспрам страни p' сферни угао, који је раван нагибном углу између равни CDB'C' и CDA, чија је величина по ставу 27-ом равна $\pi + 2\beta - w - Z$.

$w + X - 2\alpha$ и Y, чијаје површина према томе $\delta = \frac{1}{2}(X + Y + Z - \pi) - \alpha - \beta + w$[36]. Кад w опада опадају и површине троуглова α и β тако да $\alpha + \beta - w$ може постати мање од сваког датог броја. У троуглу могу се стране l и m смањити такође до у бесконачност (21. став), према томе може се троугао δ једном од својих страна l или m положити на највећи круг кугле колико се хоће пута а да тиме половина кугле не буде испуњена, према томе δ ишчезава у исто доба са w; из чега следује да је нужним начином $X + Y + Z = \pi$[37].

29. *У праволинијском троуглу или се управне подигнуте у срединама страна не секу или се све три секу у једној тачци.*

Претпоставимо да се у троуглу ABC (Фиг. 21) две управне ED и DF, подигнуте на странама AB и BC у њиховим средишним тачкама E и F, секу у тачци D, и повуцимо у оквиру углова троуглових линије DA, DB, DC.



Фиг. 21.

У конгруентним је троуглима ADE и BDE (10. став) AD = BD, тако исто следује да је и BD = CD; троугао ADC је према томе равнокрак и управна спуштена из темена D на основицу AC пашће у њену средишну тачку G.

Доказ остаје исти и кад тачка пресека управних ED и FD лежи у линији AC или кад пада ван троугла.

У случају дакле кад се претпостави, да се две од оних управних не секу, не може се ни трећа са њима сећи[38].

---

[36] У сферном троуглу, чије су стране l, m и n, лежи насрам стране l сферни угао, који је раван нагибном углу између равни BDC и ADC, чији је збир са нагибним углом између равни CDB'C' и CDA раван π (пошто равни BDC и CDB'C' леже обе у равни BB'CC'). Како је овај последњи нагибни угао (види претходну примедбу) раван $\pi + 2\beta - w - z$, то је први раван $w + Z - 2\beta$. На исти начин је угао, који одговара страни m, раван $w + X - 2\alpha$. Ако се са δ означи површина тога сферног троугла, биће по ставу 27-ом $\delta = \frac{1}{2}\left(w + Z - 2\beta + w + X - 2\alpha + Y - \pi\right) = \frac{1}{2}\left(X + Y + Z - \pi\right) - \alpha - \beta + \omega$.

[37] Што год будемо тачку D више удаљавали од тачке B у правцу паралелизма, нагибни угао w, луци q и q' као и луци l и m (одн. одговарајући сферни троугли) постајаће све мањи, према томе при прелазу ка граници количине w, δ, α и β постаће равне нули, па ћемо имати $\frac{1}{2}\left(X + Y + Z - \pi\right) = 0$, одакле следује $X + Y + Z = \pi$.

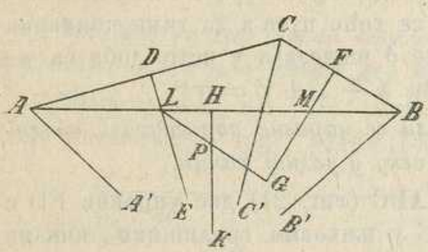
[38] У Евклидовој равни увек се управне на срединама страна (симетрале страна) троуглових секу у једној тачци. У Лобачевсковој равни то не мора да буде случај, и ту важи став:

Симетрале страна троуглових или се секу у једној тачци или дивергирају или су паралелне.

(Упор. „Neue Anfangsgründe“ § 111, s. 182 f.).

30. *Управне подигнуте у срединама страна праволинијског троугла морају све три бити паралелне, ако се претпостави паралелизам двеју од њих.*

Нека су у троуглу ABC (фиг. 22) линије DE, FG, HK управне на странама у њиховим средишним тачкама D, F, H. Ми ћемо најпре



фиг. 22.

претпоставити, да су управне DE и FG паралелне, које линију AB секу у L и M, и да се управна HK налази између њих. У оквиру угла BLE повуцимо произвољну праву линију LG, која ће морати FG сећи негде у G ма како мали био угао оступања GLE (16. став). Пошто се у троуглу LGM управна HK не може сећи са MG (29. став)[39], она мора сећи LG негде у P, одакле следује, да HK мора бити паралелна са DE (16. став) и MG (18. и 25. став)[40].

Ако се стави страна BC = 2a, AC = 2b, AB = 2c и углови супротни овим странама означе са A, B, C, онда имамо у горњем случају

$$A = \Pi(b) - \Pi(c)$$
$$B = \Pi(a) - \Pi(c)$$
$$C = \Pi(a) + \Pi(b)$$

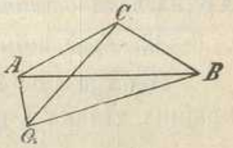
Важно је споменути, да у случају кад симетрале страна троуглових дивергирају, све три симетрале имају једну исту заједничку управну (упор. примедбу 9-у), и да су у томе случају темена троуглова подједнако удаљена од те заједничке управне, другим речима да она леже на тако званој *линији једнаког остојања,* која је геометријско место свих тачака, које су подједнако удаљене од једне дате праве (упор. H. Liebmann, „Nichteuklidische Geometrie" 2-te Aufl. 1912, стр. 44). У својим списима спомиње Лобачевски само на једноме месту ту линију (упор. „Ueber die Anfangsgründe der Geometrie" § 24, s. 34 и примедбу Енгелову на стр. 265), док се Бољај њоме служи за многа своја извођења (упор. „Appendix" § 27, § 32, § 39 и др.) Као што је на кугли линија једнаког остојања мали круг, дакле крива линија, тако је исто и линија једнаког остојања у Лобачевсковој равни крива линија. Линијама једнаког остојања одговарају у простору *површине једнаког остојања,* за које важи геометрија Лобачевскога (упор. H. Liebmann, н. н. м. стр. 59), т. ј. у троуглу, чије су стране линије једнаког остојања, збир углова мањи је од 2R. Напротив, као што је показао Бољај (в. „Appendix" § 39), збир углова у троуглу у Бољај — Лобачевсковој равни, чија је једна страна линија једнаког остојања, износи 2R, одакле се непосредно да закључити, да збир тих углова у троуглу те равни, чије су све три стране праве линије, мора бити мањи од 2R (упор. и V. Varićak, „Prvi osnivači neeuklidske geometrije", 1907, стр. 157 и д.).

[39] Пошто је MG део праве FG, а FG и DE као паралелне не секу се, то се ни HK не може по ставу 29-ом сећи са њима, према томе MG и HK не секу се.

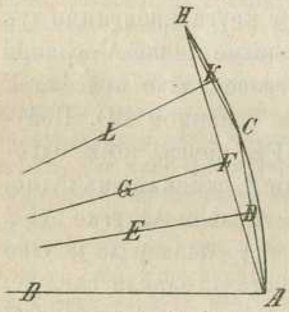
[40] HK мора бити паралелно са DE на основу друге Лобачевскове дефиниције паралелних линија (в. прим. 10), а како су по претпоставци MG и DE паралелне међу собом, то је по ставу 25-ом HK паралелно и са MG.

о чему се лако уверавамо помоћу линија AA', BB', CC', које су из тачака A, B, C повучене паралелно управној HK и које су према томе паралелне и са друге две управне DE и FG (23. и 25. став).

Нека су сада управне HK и FG међу собом паралелне, трећа управна DE тада их неће сећи (39. став), према томе она је или паралелна са њима или сече AA'. Последња претпоставка не значи друго до да је угао $C > \Pi(a) + \Pi(b)$. Смањи ли се овај угао тако да постане раван $\Pi(a) + \Pi(b)$, што ће бити ако се линији AC да нов положај CQ (фиг. 23), и дужина треће стране BQ означи са $2c'$, онда мора угао CBQ у тачци B, који је постао већи, према ономе што је горе доказано, бити раван $\Pi(a) - \Pi(c') > \Pi(a) - \Pi(c)$, одакле следује $c' > c$ (23. став). Али у троуглу ACQ углови у A и Q су једнаки, према томе мора у троуглу ABQ угао код Q бити већи од угла у тачци A, према томе је $AB > BQ$ (9. став); што значи да је $c > c'$ [41].



Фиг. 23.



Фиг. 24.

31. *Граничном линијом (орициклом) називамо ону криву линију у равнини, код које су све управне подигнуте у средишним тачкама тетива међу собом паралелне.*

У сагласности са овом дефиницијом можемо произвођење граничне линије замислити на тај начин, што ћемо на датој правој AB из једне од њених тачака A повлачити под разним угловима $CAB = \Pi(a)$ тетиве $AC = 2a$ [42]; крај C једне такве тетиве лежаће на граничној линији, чије тачке можемо постепено одредити на тај начин. Управна DE на тетиви AC у њеној средини D биће паралелна са линијом AB, коју ћемо назвати *осовином граничне линије*. Исто тако биће и свака друга управна

---

[41] Кад би управна DE секла $AA' \| CC'$ онда би подножна тачка њена D лежала ближе тачци A него тачци C (јер би угао DAA' у том случају био мањи од угла паралелизма), према томе угао DCC' био би угао паралелизма за линију већу од b, одакле следује да је угао $C > \Pi(b) + \Pi(a)$. Ова претпоставка међу тим доводи до резултата, по коме је $c' > c$, који стоји у притворености са резултатом по коме је $c' < c$. Према томе не може DE сећи AA', мора дакле бити паралелно са HK.

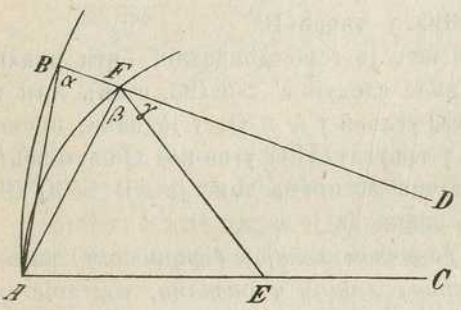
Овај доказ Лобачевсков непотпун је међутим у толико у колико се може закључити, да је $c' < c$ (што следује из $2c' < 2c$) само ако се претпостави, да је $AC > BC$, као што је учињено у фиг. 22 (ову је замерку Лобачевсковом доказу учинио још Гаус — види примедбу Engel-ову у „Zwei geometrische Abhandlungen etc." на стр. 453). Ако је $AC < BC$, онда угао ACQ треба учинити равним $\Pi(a) + \Pi(b)$ и $CQ = CB$ и даље доказивати као у тексту. Ако је пак $AC = BC$, треба опет ACQ направити равним $\Pi(a) + \Pi(b)$, $CQ = AC = BC$ и доказивати даље као у тексту.

[42] Конструкција тетиве 2a, која склапа дати угао са правом AB, не значи ништа друго до конструкцију управне a, која одговара датоме углу као углу па-

подигнута у средишној тачци ма које тетиве AH паралелна са AB, према томе ова особина мора припадати и свакој другој управној KL у опште, која је подигнута у средишној тачци K ма које тетиве CH, која је повучена између ма којих тачака C и H на граничној линији (30. став)[43]. Такве управне морају се дакле такође без разлике као и AB назвати *осовинама граничне линије.*

32. *Круг чији полупречник расте прелази у граничну линију.*

Нека је AB (фиг. 25) тетива граничне линије, повуцимо из њених крајних тачака A и B две осовине AC и BD, које ће према томе склапати са тетивом два једнака угло $BAC = ABD = \alpha$ (31. став). На једној од ових осовина AC узмимо ма где тачку E за средиште једног круга и повуцимо лук AF од почетне тачке A осовине AC до његове тачке пресека F са другом осовином BD. Полупречник FE круга, који одговара тачци F, склапаће на једној страни са тетивом AF угао $AFE = \beta$ а на другој страни са осовином BD угао $EFD = \gamma$. Излази да је угао између обе тетиве $BAF = \alpha - \beta < \beta + \gamma - \alpha$ (22. став), одакле следује: $\alpha - \beta < \frac{1}{2}\gamma$[44]. Пошто се пак угао γ смањује до нуле како кретањем средишта E у правцу AC, при чему F остаје непромењено (21. став), тако и приближавањем тачке F тачци B, при чему средиште E остаје у своме положају (22. став), то следује да таквим смањивањем угла γ



Фиг. 25.

ралелизма [углу Π(a)]. Како се ова конструкција може извести (као и обрнута конструкција угла паралелности Π(a) за дату дужину a, односно паралелне са једном датом правом), о томе упореди Engel — Lobatschewsky, н. н. м. стр. 242 и 256, B. Bonola, н. н. м. стр. 109 и V. Varićak, н. н. м. стр. 137—138.

Кад смо конструисали тетиву AC = 2a, онда сама конструкција показује, да ће права повучена из C паралелно управној DE бити паралелна и са правом AB и да ће бити ∢ BAC раван одговарајућем углу код C.

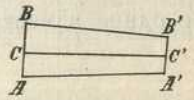
Горње две конструкције у Лобачевсковој равни не могу се практично извести, пошто је искуствени простор евклидске природе. Њихов значај је чисто теоријски, оне показују егзистенцију паралелних у Лобачевсковој равни. И Евклид у својим „Елементима“ употребљава конструкције само у теоријском смислу, као теореме којима се доказује егзистенција фигура.

[43] У троуглу AHC на име имамо $FG \perp AH$, $KL \perp HC$ и $DE \perp AC$, према томе је по ставу 30-ом $FG \parallel KL \parallel DE$. Како је пак $DE \parallel AB$, то су и $FG \parallel AB$ и $KL \parallel AB$.

[44] У равнокраком троуглу AFE углови код A и F су једнаки, како је пак $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABD = \alpha$, то је $\sphericalangle BAF = \alpha - \beta$. У праволинијском троуглу ABF збир углова је по ставу 22-ом мањи од 2 R т. j. $\alpha + (\alpha - \beta) + AFB < 2R$; како је пак $AFB + \beta + \gamma = 2R$, то је $2\alpha - \beta < \beta + \gamma$ дакле $\alpha - \beta < \frac{\gamma}{2}$.

ишчезава и угао $\alpha - \beta$, односно узајмни нагиб тетива AB и AF, па према томе и остојање тачке B на граничној линији од тачке F на кругу[45]. Према томе може се гранична линија назвати и *кругом са бесконачно великим полупречником.*

33. Нека су AA' = BB' = x (Фиг. 26) две линије паралелне међу собом на страни идући од A ка A', чије су паралелне осовине граничних лукова (лукова на двема граничним линијама) AB = s, A'B' = s', тада је

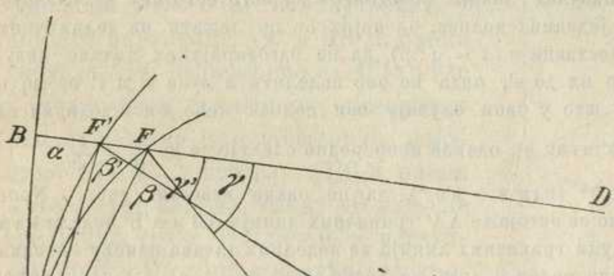


Фиг. 26.

$$s' = s\,e^{-x}$$

где је e независно од лукова s, s' и праве x, која преставља остојање лука s' од s.

[45] У првом случају, на име кад тачка F остаје непромењена а полупречник FE бива све већи, тачка A помера се у правцу паралелизма, али увек за све мање коначно остојање од првобитног положаја. Према томе помера се и гранична линија (при чему осовине BD и AC остају исте), којој се на овај начин све више приближује круг, што му полупречник постаје већи, тако да ће круг, кад му полупречник постане бесконачно велики, пасти уједно са граничном линијом, која пролази кроз тачку F. Гранична линија може се дакле сматрати за круг са бесконачно великим полупречником, чији су полупречници идентични са осовинама граничне линије, које су све међу собом паралелне. У Евклидовој равни, у којој паралелне свуда подједнако одстоје једна од друге, круг са бесконачно великим полупречником пада уједно са правом линијом; у Лобачевсковој равни, где паралелне (по ставу 24-ом) конвергирају на страни паралелизма и могу се према томе сматрати као линије које се секу у бесконачности, круг са бесконачним полупречником није идентичан са правом линијом, већ преставља једну специјалну криву линију (граничну линију), којој у Еклидовој равни не одговара никаква специјална линија, баш као што је и линија једнаког остојања (в. примедбу 38) једна специјална крива линија Лобачевскове равни, којој не одговара никаква специјална линија у Евклидовој равни.



Фиг. 3.'

Да гранична линија преставља границу, којој се приближује круг повећавањем његовог полупречника, Лобачевски изводи у „Neue Anfangsgründe“ § 114, стр. 187 на један начин, при коме нема померања граничне линије, као што је то случај у фиг. 25. Ако на име (фиг. 3') при повећавању полупречника FE тачка F мења свој положај, она ће бити све ближа тачци B, угао γ биће све мањи, према томе и угао $\alpha - \beta$, и кад FE постане бесконачно велико, круг AF прећи ће у граничну линију AB

Из саме дефиниције граничне линије излази, да је тангента њена у датој тачци управна на осовини њеној у истој тачци и да гранична линија стоји управно на свима својим осовинама.

Да бисмо ово доказали претпоставимо, да је однос лука s према луку s' раван односу два цела броја n и m. Између осовина AA', BB' повуцимо трећу осовину CC', која ће на тај начин одсецати од лука AB део AC = t и од лука A'B' на истој страни део A'C' = t'. Нека је однос између t и s раван односу два цела броја p и q, тако да је

$$s = \frac{n}{m} s', \quad t = \frac{p}{q} s$$

Поделимо сада s осовинама у nq једнаких делова тако да ће таквих делова бити mq на s и np на t. Како ови једнаки делови на s и t одговарају тако исто једнаким деловима на s' и t' имамо[46]

$$\frac{t'}{t} = \frac{s'}{s}$$

Ма где дакле узели луке t и t' између осовина AA' и BB', увек ће њихов однос остати исти, докле год остојање њихово x остаје исто. Ако се с тога за x = 1 стави s = es' онда ће за свако x морати бити

$$s' = se^{-x}$$

Пошто је e непознат број а подлежи само услову $e > 1$ и пошто се даље јединица дужине за x може узети произвољно, то је можемо ради рачунског упрошћавања тако изабрати, да се под e разуме основа Неперових логаритама[47].

Још се овде може приметити, да је за $x = \infty$, $s' = 0$, према томе не само што се смањује остојање између две паралелне (24. став),

---

[46] У »Neue Anfangsgründe« § 117, стр. 189—190 простији је доказ става, *да је однос лукова двеју граничних линија константан за исто остојање тих линија.* Ако лук s поделимо у nq једнаких делова, од којих ће np лежати на делимичном луку t (пошто је по претпоставци s : t = q : p), па из одговарајућих тачака повучемо осовине и продужимо их до s', онда ће оне поделити и луке s' и t' на nq и np једнаких делова (само што у овом случају ови делови неће бити једнаки са одговарајућим деловима на луку s), одакле непосредно следује да је $\frac{t}{t'} = \frac{s}{s'}$.

[47] Једначина $s' = se^{-x}$ (или $s = s'e^{x}$), да се овако извести (упор. »Neue Anfangsgründe« н. н. м.). Ако се остојање AA' граничних линија AB и A'B' подели на x једнаких делова, повуку луци граничних линија из поделних тачака између осовина AA' и BB', и ти луци означе редом с лева на десно са $s_1, s_2, \ldots s_3 \ldots . s_{x-1}$, биће:

$$s : s_1 = e,\ s_1 : s_2 = e,\ s_2 : s_3 = e,\ \ldots .\ s_{x-1} : s' = e$$

Множењем ових једначина добијамо:

$$\frac{s}{s_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{s_2}{s_3} \ldots . \frac{s_{x-1}}{s'} = e^x, \text{ дакле:}$$

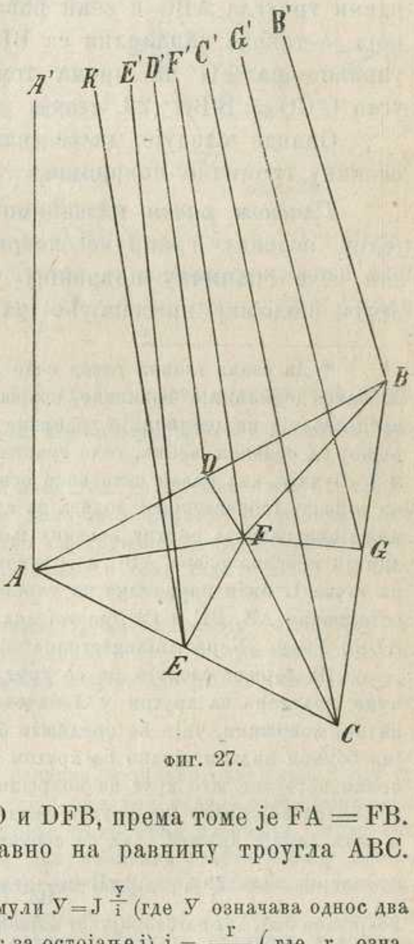
$$s = s' \cdot e^x.$$

Да је $e > 1$ следује непосредно из претпоставке, да је $e = \frac{s}{s_1}$, а $s > s_1$. Јединица дужине за остојање x два лука (односно остојање лукова s и s_1, s_1 и s_2 и т. д.) може се, пошто је произвољна, узети тако да e буде равно броју 2,7182818.... т. ј. бази природних логаритама. Ако се узме у обзир кривина Лобачевскове равни и полупречник кривине означи са к (види примедбу 3), онда се да показати да је, кад се јединица дужине стави = к, однос $\frac{s}{s_1}$ раван e, и према томе $s = s' \cdot e^{\frac{x}{k}}$. То следује по-него оно на послетку сасвим ишчезава при продужењу паралелних на страни паралелизма. Паралелне линије имају дакле карактер асимтота.

34. *Гранична површина* (орисфера) *назива се она* површина која постаје обртањем граничне линије око једне од њених осовина, која ће заједно са свима осталима осовинама граничне линије бити осовина и граничне површине.

Тетива склапа једнаке углове са осовинама повученим кроз њене крајне тачке, па ма где да се узму на граничној површини ове две крајне тачке.

Нека су A, B, C (фиг. 27) три тачке на граничној површини, AA' осовина обртања, BB' и CC' две друге осовине, према томе AB и AC тетиве које са осовинама склапају једнаке углове A'AB = B'BA, A'AC = C'CA (31. став); осовине BB', CC' повучене кроз крајне тачке треће тетиве BC такође су паралелне и леже у једној равни (25. став). Управна DD' подигнута у средини D тетиве AB и у равни паралелних AA', BB' мора бити паралелна са осовинама AA', BB', CC' (23. и 25. став); иста таква управна EE' на тетиви AC у равни паралелних AA', CC' биће паралелна са осовинама AA', BB', CC' и управном DD'. Угао између равни, у којој су паралелне AA' и BB', и равни троугла ABC означићемо са $\varPi$ (a), где a може бити позитивно, негативно или нула. Ако је a позитивно, повуцимо FD = a у троуглу ABC и равни његовој управно на тетиву AB из њене средишне тачке D; ако је a негативан број, FD се мора повући ван троугла на другој страни тетиве AB, ако је a = o, тачка F поклапа се са тачком D. У свима овим случајевима постају два конгруетна правоугла троугла AFD и DFB, према томе је FA = FB. Подигнимо сада у F линију FF' управно на равнину троугла ABC.



Фиг. 27.

средно из Бољајевог доказа, да је, кад је у формули $У = J^{\frac{y}{i}}$ (где У означава однос два гранична лука за остојање y > i, a J тај однос за остојање i) $i = \frac{r}{\operatorname{tg} z}$ (где r означава полупречник граничног круга, чија је тетива 2y, a z угао $\frac{\pi}{2} - \varPi(y)$), J = e (Упор. „Appendix“ § 30 у вези за § 27 и 24).

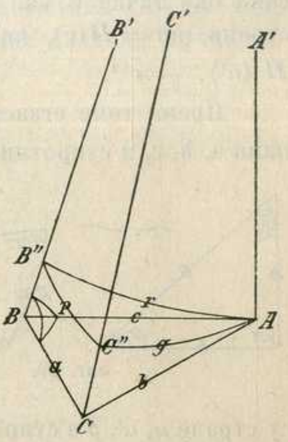
Пошто је угао D'DF $= \Pi$(a), DF $=$ a, то је FF' паралелно са DD' и линијом EE', са којом лежи у једној истој равни, која је управна на равни троугла ABC. Замислимо сада да је у равни паралелних EE', FF' спуштена на EF управна EK, та ће управна стајати управно и на равни троугла ABC (13. став) и на линији AE која лежи у тој равни (11. став), према томе мора AE, која је управна на EK и EE', бити у исто доба управна и на FE (11. став). Троугли AEF и FEC су конгруентни, пошто су правоугли и имају једнаке катете, према томе је AF $=$ FC $=$ FB. Управна спуштена из темена F равнокраког троугла BFC на основицу BC пролази кроз њену средишну тачку G; раван положена кроз ову управну FG и линију FF' мора бити управна на равни троугла ABC и сећи раван паралелних BB', CC' у линији GG', која је такође паралелна са BB' и CC' (25. став); пошто је пак CG управно на FG на према томе у исто доба и на GG', то је дакле угао C'CG $=$ B'BG (23. став).

Одавде следује, да се свака осовина може сматрати за обртну осовину граничне површине.

Главном равни назваћемо сваку раван која је положена кроз једну осовину граничне површине. Према томе свака *главна раван* сече граничну површину у граничној линији, док је за сваки други положај пресецајуће равни овај пресек круг[48]. Три главне

[48] Да свака главна раван сече граничну површину у граничној линији следује из саме дефиниције граничне површине (упор. J. Bolyai, „Appendix“ § 11). Тако исто следује из дефиниције граничне површине, да свака раван, која је управна на једној од осовина њених, сече граничну површину у кругу. Да је тај пресек круг и у случају, кад раван сече косо осовину граничне површине, следује непосредно из горњег Лобачевсковог доказа за став, да се свака од осовина граничне површине може сматрати за обртну осовину њену. Јер ако узмемо једну четврту тачку L на линији пресека равни ABC и граничне површине, онда ће осовина ове последње из тачке L бити паралелна са управном FF' и према томе остојање LF биће равно остојањима AF, BF и CF (до тог закључка лако ћемо доћи ако направимо троугао ALB.) Упор. „Neue Anfangsgründe“ § 119, стр. 191 f.

Из горњег следује, да се круг на граничној површини својим обимом потпуно подудара са кругом у Лобачевсковој равни (тако ће у фиг. 27 круг на граничној површини, чије ће средиште бити тачка кроз коју пролази осовина FF', својим обимом падати уједно са кругом у равнини троугла ABC, чије је средиште F), онако исто као што круг на површини кугле пада својим обимом уједно са кругом у Евклидовој равни (са кругом раван која сече површину кугле). Као што је једна и иста линија кружна, кад се посматра као периферија круга у куглиној површини, по својој величини $= 2\pi R \sin\frac{1}{R}$ (где 1 означава полупречник круга на куглиној површини одн. лук одговарајућег највећег круга, а R полупречник кугле), а равна $2\pi r$ (где r означава полупречник круга у Еклидовој равни) кад се посматра као периферија круга у Евклидовој равни, тако исто једна и иста кружна линија, кад се посматра као периферија круга у Лобачевсковој равни, равна је по својој величини равни[49], које се узајмно секу, склапају међу собом углове чија је сума π (28. став). Ове ћемо углове сматрати за углове граничног троугла, чије су стране луци граничних линија, које су пресеци граничне површине са оним трима главним равнима. Код граничних троуглова постоји дакле иста зависност између углова и страна, каква се доказује у обичној геометрији за праволинијске троугле[50].



Фиг. 28.

35. У следећем означаваћемо величину линије једним писменом са додатим акцентом, нпр. x', да бисмо нагласили, да њена величина стоји у једном односу са величином друге линије, која је обележена истим знаком x без акцента, који је изражен једначином

$$\Pi(x) + \Pi(x') = \frac{1}{2}\pi$$

Нека је сада ABC (Фиг. 28) један праволинијски правоугли троугао, у коме је хипотенуза AB = c, катете AC = b, BC = a, а супротни углови BAC = $\Pi(\alpha)$, ABC = $\Pi(\beta)$. Подигнимо у тачци A управну AA' на раван троугла ABC и из тачака B и C повуцимо BB' и CC' паралелно са AA'. Равни, у којима леже ове три паралелне, склапају међу собом углове: Π (α) на ивици AA', прав

(за полупречник r) $\pi k \left(e^{\frac{r}{k}} - e^{-\frac{r}{k}} \right)$, а равна $2\pi l$ (где l означава полупречник круга на граничној површини), кад се посматра као периферија круга у граничној површини.

Далеко би нас одвело кад бисмо хтели показати, да кружна линија у Лобачевсковој равни не пада уједно са кружном линијом у Евклидовој равни, и ако кружна линија Лобачевскове равни пада уједно са кружном линијом граничне површине, за коју важи Евклидова геометрија (види о томе даље у тексту и 50-у примедбу).

Треба још напоменути, да су *права линија, гранична линија* (орицикл), *линија једнаког гостојања* (еквидистанта или хиперцикл) и *круг* четири униформне линије у Лобачевсковој равни, док су *права линија* и *круг* две једине униформне линије у Еклидовој равни.

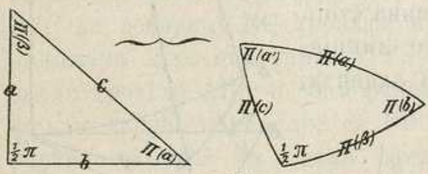
[49] У оригиналу стоји „Hauptflächen“.

[50] Пошто главне равни пролазе кроз осовине граничне површине, а све су осовине ове последње међу собом паралелне, то ће се три главне равни увек сећи у линијама које су међу собом паралелне, према томе збир нагибних углова тих равни биће по ставу 28-ом раван π. Како је пак величина углова између лукова граничних линија на граничној површини као кривој површини равна величини нагибних углова одговарајућих равни (слично величини сферних углова на површини кугле — упор. примедбу 34-у), то ће и збир углова у троуглу граничне површине, чији су стране луци граничних линија, износити такође π. А како из става, да је збир углова у праволинијском троуглу раван 2R, следује Евклидов V-ти постулат, то очевидно на граничној површини важи Евклидова геометрија.

угао на ивици CC' (11. и 13. став), према томе $\Pi(\alpha')$ на ивици BB' (28. став)[51].

Пресеци линија BA, BC, BB' са површином кугле, која је описана око тачке B као средишта, одређују сферни троугао, у коме је страна $\mathfrak{mn} = \Pi(\mathfrak{c})$, $\mathfrak{kn} = \Pi(\beta)$, $\mathfrak{mk} = \Pi(\mathfrak{a})$ а супротни углови $\Pi(\mathfrak{b})$, $\Pi(\alpha')$, $\frac{1}{2}\pi$[52].

Према томе егзистенција једног праволинијског троугла са странама $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, и супротним угловима $\Pi(\alpha)$, $\Pi(\beta)$, $\frac{1}{2}\pi$ повлачи за собом егзистенцију једног сферног троугла (Фиг. 29) са странама Π $\Pi(\beta)$, $\Pi(\mathfrak{a})$ и супротним угловима $\Pi(\mathfrak{b})$, $\Pi(\alpha')$, $\frac{1}{2}\pi$. Али и обрнуто, егзистенција датог сферног троугла условљава егзистенцију једног новог праволинијског троугла, чије су стране α, α', β а супротни углови $\Pi(\mathfrak{b}')$, $\Pi(\mathfrak{c})$, $\frac{1}{2}\pi$[53].



Фиг. 29.

[51] Да је нагибни угао између равни AA'BB' и AA'CC' раван $\Pi(\alpha)$ следује из тога што, пошто је AA' управно на раван троугла ABC, AA' стоји управно и на AB и AC, а угао је BAC $= \Pi(\alpha)$. Нагибни угао између равни CC'AA' и CC'BB' раван је $\frac{\pi}{2}$ с тога, што је прво $\mathfrak{a} \perp$ CC'AA' ($\mathfrak{b}$ је пресек равни CC'AA' и равни ABC, а $\mathfrak{a}$ је $\perp \mathfrak{b}$, према томе је по ставу 13-ом $\mathfrak{a} \perp$ CC'AA'), и друго с тога што је $\mathfrak{a} \perp$ CC' (пошто CC' лежи у равни CC'AA'). Нагибни угао између равни BB'CC' и BB'AA' мора бити по ставу 28-ом раван $\frac{\pi}{2} - \Pi(\alpha)$ и, сходно једначини $\Pi(x) + \Pi(x') = \frac{\pi}{2}$, раван $\Pi(\alpha')$.

[52] Ако се теме сферног троугла, које лежи на правој BB' означи са $\mathfrak{m}$, теме на правој BA са $\mathfrak{n}$, а теме на правој BC са $\mathfrak{k}$, онда страни $\mathfrak{mn}$ одговара у равни B'BA, која пролази кроз куглино средиште B, угао B'BA $= \Pi(\mathfrak{c})$, страни $\mathfrak{nk}$ у равни ABC угао ABC $= \Pi(\beta)$, страни $\mathfrak{mk}$ у равни B'BC угао B'BC $= \Pi(\alpha)$, ово последње с тога што је $\mathfrak{a} \perp$ CC' (в. претходну примедбу). Према томе је $\mathfrak{mn} = \Pi(\mathfrak{c})$, $\mathfrak{kn} = \Pi(\beta)$, $\mathfrak{mk} = \Pi(\mathfrak{a})$.

У самоме сферном троуглу $\mathfrak{mnk}$ наспрам стране $\mathfrak{mn}$ лежи сферни угао $\mathfrak{mkn}$, који је по величини раван нагибном углу између равни BCB'C' и BCA, а овај је угао раван углу C'CA у равни C'CAA' (и то с тога што је C'C $\perp \mathfrak{a}$ и $\mathfrak{b} \perp \mathfrak{a}$), који је опет $= \Pi(\mathfrak{b})$. Наспрам стране $\mathfrak{nk}$ лежи сферни угао $\mathfrak{kmn}$, који је раван нагибном углу између равни B'BAA' и B'BCC', а овај је угао, као што смо видели у претходној примедби, раван $\Pi(\alpha')$. Страни $\mathfrak{mk}$ одговара сферни угао $\mathfrak{mnk}$, који је раван нагибном углу између равни BAA'B' и BAC, а овај је угао раван $\frac{\pi}{2}$, и то с тога што је по претпоставци AA' $\perp$ BAC.

[53] Да једном истом сферном троуглу одговарају *два* праволинијска, изводи Лобачевски у „Pangeometrie“ стр. 14 овако.

Праволинијском троуглу ABC (Фиг. 28) са странама:

$\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$

Према томе може се од a, b, c, α, β прећи на b, a, c, β, α као и на a, α', β, b', c [54].

Замислимо да је кроз тачку A' (фиг. 28) положена гранична површина са осовином AA', површина која друге две осовине BB', CC' сече у B'' и C'', и чији пресеци са равнима паралелних склапају гранични

и супротним угловима:

$$\Pi(\alpha),\ \Pi(\beta),\ \frac{\pi}{2}$$

одговара сферни троугао (фиг. 29) са странама:

$$\Pi(c),\ \Pi(\beta),\ \Pi(a)$$

и супротним угловима:

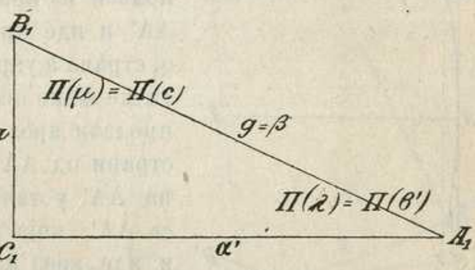
$$\Pi(b),\ \Pi(\alpha'),\ \frac{\pi}{2}.$$

Нацртајмо један други праволинијски троугао $A_1B_1C_1$ (фиг. 4') чије ће стране бити

a, α', g

а супротни углови:

$$\Pi(\lambda),\ \Pi(\mu),\ \frac{\pi}{2}.$$



Фиг. 4.'

Ако на исти начин као у фиг. 28 за троугао ABC будемо потражили сферни троугао, који одговара овоме праволинијском троуглу, наћићемо да му одговара сферни троугао са странама:

$$\Pi(g),\ \Pi(\mu),\ \Pi(a)$$

и угловима:

$$\Pi(\alpha'),\ \Pi(\lambda'),\ \frac{\pi}{2}.$$

Ако овај сферни троугао упоредимо са оним пређашњим (из фиг. 29), видимо, да оба имају једнаку хипотенузу $\Pi(a)$ и један угао, $\Pi(\alpha')$, на њој, а пошто су то правоугли троугли они су конгруентни. Према томе $g = \beta$, $\mu = c$, $\lambda' = b$, из чега очевидно следује, да праволинијском троуглу:

a, b, c

$$\Pi(\alpha),\ \Pi(\beta),\ \frac{\pi}{2}$$

одговара праволинијки троугао:

a. α', β

$$\Pi(b'),\ \Pi(c),\ \frac{\pi}{2}.$$

Како се до истог резултата може доћи без помоћи тродимензионалног простора, само употребом фигура у Лобачевсковој равни, показао је X. Либман (упор. „Nichteuklidische Geometrie“ стр. 37—41).

[54] У праволинијском правоуглом троуглу:

a, b, c

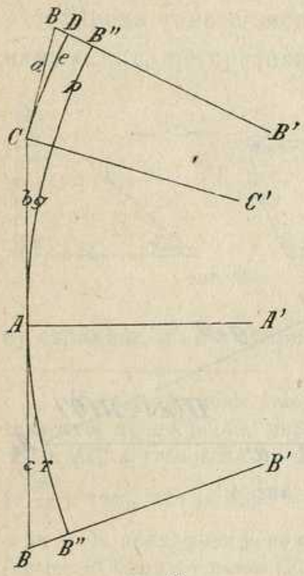
$$\Pi(\alpha),\ \Pi(\beta),\ \frac{\pi}{2}$$

можемо на име или претворити a у b, b у a, α у β и β у α или задржавајући a претворити b у α', c у β, α у b' и β у c.

троугао, чије су стране $B''C'' = p$, $C''A = q$, $B''A = r$ а супротни углови $\Pi(\alpha)$, $\Pi(\alpha')$, $\frac{1}{2}\pi$, и где је према томе (34. став):

$$p = r \cdot \sin \Pi(\alpha) \quad , \quad q = r \cos \Pi(\alpha)$$ [55]

Ако сада спој дате три равни расклопимо дуж линије BB' (фиг. 30) и те равни развијемо тако, да оне са свима својим линијама дођу у једну раван, тада ће се очевидно луци p, q, r спојити у један једини лук једне граничне линије, која ће пролазити кроз тачку A и имати AA' за осовину. Осим тога налазиће се на једној страни од AA': луци q и p, страна b троугла, која је у A управна на AA', осовина CC', која полази из крајне тачке линије b паралелно са AA' и иде кроз додирну тачку C'' линија p и q, страна a управно на CC' у тачци C и из крајње тачке њене осовина BB' паралелна са AA', која пролази кроз крајну тачку лука p. На другој страни од AA' налазиће се: страна c управна на AA' у тачци A, и осовина BB' паралелна са AA', која полази из крајне тачке линије c и иде кроз крајну тачку B'' лука r. Величина линије CC'' зависи од b, и ту ћемо зависност означити са $CC'' = f(b)$. На исти начин биће $BB'' = f(c)$. Ако се са CC' као осовином опише једна нова гранична линија из тачке C па до пресека њеног D са осовином BB' и лук CD означи са t, биће $BD = f(a)$; $BB'' = BD + DB'' = BD + CC''$ према томе:



Фиг. 30.

$$f(c) = f(a) + f(b)$$

Осим тога видимо да је (32. став[56]):

$$t = p\, e^{f(b)} = r \sin \Pi(\alpha)\, e^{f(b)}$$

Да је место у тачци A подигнута управна у тачци B на раван троугла ABC (фиг. 28), линије c и r остале би исте, али луци q и t

[55] Пошто по ставу 34-ом на граничној површини важи Евклидова геометрија, то се у њој могу дефинисати тригонометријске функције на исти начин као и у равни. Према томе је у правоуглом граничном троуглу AB''C'' са правим углом код C'':

$$p = r \sin \Pi(\alpha); \; q = r \cos \Pi(\alpha).$$

На основу тригонометрије на граничној површини изводи Лобачевски даље тригонометрију равни и сферну тригонометрију у простору негативне кривине.

[56] По формули $s = s' . e^x$ (в. прим. 47-у) на име имаћемо:

$$t = p .\, e^{f(b)}.$$

претворили би се у t и q, праве a и b у b и a и угао $\boldsymbol{\Pi}(\alpha)$ у $\boldsymbol{\Pi}(\beta)$, према томе имали бисмо[57]

$$q = r \sin \boldsymbol{\Pi}(\beta)\, e^{f(a)}$$

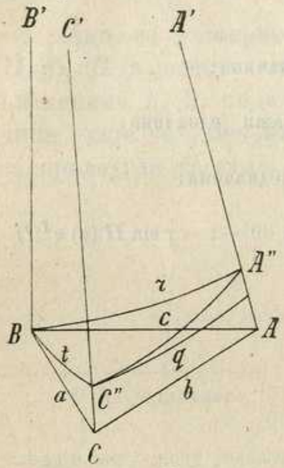
одакле следује, кад се место q стави његова вредност[58]

$$\cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha) = \sin \boldsymbol{\Pi}(\beta)\, e^{f(a)}$$

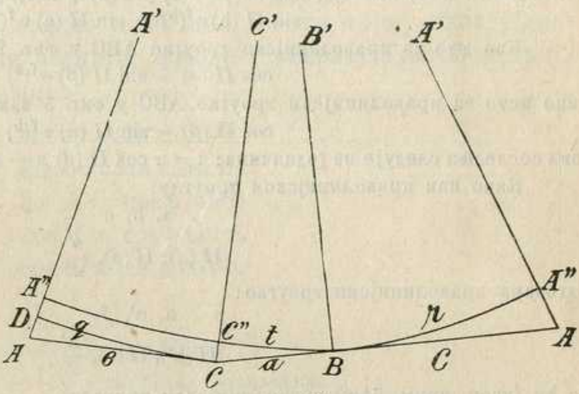
а кад се место α и β ставе b' и c[59]

---

[57] Ако на име на равни троугла ABC подигнемо управну у тачци B (фиг. 5') и повучемо на исти начин као у фиг. 28 гранични троугао A''BC'', биће страна BA''



фиг. 5.'



фиг. 6.'

равна страни B''A = r у фиг. 28, пошто је c остало исто, BB' ∥ AA' у оба случаја а прав угао код B одговара правом углу код A у фиг. 28. Осим тога угао A''BC'' биће сада = $\boldsymbol{\Pi}(\beta)$, док је одговарајући угао у фиг. 28 био = $\boldsymbol{\Pi}(\alpha)$. Ако сада расклопимо равни фиг. 5' као у ранијем случају, добићемо фиг. 6', из које је очевидно, да су c и r остали исти, као и у фиг. 28, да је се a претворило у b а b у a (пошто су равни AA'CC' и BB'CC' промениле места у односу на праву CC') и да је се q претворило у t а t у q (из истог разлога).

По формули $s = s' . e^x$ биће и овде:

$$CD = A''C''.\, e^{f(a)},$$

а како је у граничном троуглу у фиг. 5', $A''C'' = r \sin \Pi(\beta)$, то ћемо имати:

$$q = r \sin \Pi(\beta).\, e^{f(a)}.$$

[58] Кад се вредности за q:

$$q = r \cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha) \text{ и}$$
$$q = r \sin \boldsymbol{\Pi}(\beta)\, e^{f(a)}$$

упореде, излази:

$$\cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha) = \sin \boldsymbol{\Pi}(\beta)\, e^{f(a)}$$

[59] Овде Лобачевски чини употребу од праволинијских троуглова, који одговарају једном и истом сферном троуглу (в. прим. 53-у и 54-у), па пошто је

$$\boldsymbol{\Pi}(b) + \boldsymbol{\Pi}(b') = \frac{\pi}{2},$$

то је $\cos \boldsymbol{\Pi}(b') = \sin \boldsymbol{\Pi}(b)$, према томе једначина

$$\cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha) = \sin \boldsymbol{\Pi}(\beta)\, e^{f(a)}$$

прелази, претварањем α у b' и β у c, у једначину:

$$\sin \boldsymbol{\Pi}(b) = \sin \boldsymbol{\Pi}(c)\, e^{f(a)}.$$

$$\sin \Pi(b) = \sin \Pi(c)\, e^{f(a)},$$

и даље множењем са $e^{f(b)}$

$$\sin \Pi(b)\, e^{f(b)} = \sin \Pi(c)\, e^{f(c)}.$$

Одавде следује да је и [60]:

$$\sin \Pi(a)\, e^{f(a)} = \sin \Pi(b)\, e^{f(b)}.$$

Пошто су пак праве a и b независне једна од друге, и осим тога $f(b) = o$, $\Pi(b) = \frac{1}{2}\pi$ за $b = o$, то је за сваку праву линију a [6]

---

[60] Кад се једначина:

$$\sin \Pi(b) = \sin \Pi(c)\, e^{f(a)}$$

помножи са $e^{f(b)}$ постаје, пошто је $f(c) = f(a) + f(b)$, једначина:

$$\sin \Pi(b)\, e^{f(b)} = \sin \Pi(c)\, e^{f(c)}.$$

Као што за праволинијски троугао ABC у Фиг. 28 важи једначина:

$$\cos \Pi(\alpha) = \sin \Pi(\beta)\, e^{f(a)}$$

тако исто за праволинијски троугао ABC у Фиг. 5' важи једначина:

$$\cos \Pi(\beta) = \sin \Pi(\alpha)\, e^{f(b)}$$

(ова последња следује из једначина: $t = r \cos \Pi(\beta)$ и — Фиг. 30 — $t = r \sin \Pi(\alpha)\, e^{f(b)}$)

Како пак праволинијском троуглу:

$$a,\ b,\ c$$
$$\Pi(\alpha),\ \Pi(\beta),\ \frac{\pi}{2}$$

одговара праволинијски троугао:

$$a,\ \alpha',\ \beta$$
$$\Pi(b'),\ \Pi(c),\ \frac{\pi}{2}$$

то ће (упор. прим. 54-у) праволинијском троуглу:

$$b,\ a,\ c$$
$$\Pi(\beta),\ \Pi(\alpha),\ \frac{\pi}{2}$$

одговарати праволинијски троугао:

$$b,\ \beta',\ \alpha$$
$$\Pi(a'),\ \Pi(c),\ \frac{\pi}{2}$$

Претварањем β у a' и α у c у једначини

$$\cos \Pi(\beta) = \sin \Pi(\alpha)\, e^{f(b)}$$

добићемо (упор. прим. 59-у) једначину:

$$\sin \Pi(a) = \sin \Pi(c)\, e^{f(b)}$$

и множењем обе стране са $e^{f(a)}$ једначину:

$$\sin \Pi(a)\, e^{f(a)} = \sin \Pi(c)\, e^{f(c)}.$$

Кад се напослетку ова последња једначина упореди са једначином:

$$\sin \Pi(b)\, e^{f(b)} = \sin \Pi(c)\, e^{f(c)}$$

излази једначина:

$$\sin \Pi(a)\, e^{f(a)} = \sin \Pi(b)\, e^{f(b)}.$$

(Упор. и V. Varićak, н. н. м. стр. 148 f.).

[61] Из једначине:

$$\sin \Pi(a)\, e^{f(a)} = \sin \Pi(b)\, e^{f(b)}$$

следује, за $b = 0$, најпре једначина:

$$e^{f(a)} \sin \Pi(a) = 1,$$

а одавде једначина:

$$e^{-f(a)} = \sin \Pi(a).$$

$$e^{-f(a)} = \sin \Pi (a)$$

према томе[62]:

$$\sin \Pi (c) = \sin \Pi (a) \sin \Pi (b)$$
$$\sin \Pi (\beta) = \cos \Pi (\alpha) \sin \Pi (a).$$

Одавде се још добија изменом писмена[63]:

$$\sin \Pi (\alpha) = \cos \Pi (\beta) \sin \Pi (b)$$
$$\cos \Pi (b) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\alpha)$$
$$\cos \Pi (a) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\beta).$$

Ако се у сферном правоуглом троуглу (фиг. 29) стране $\Pi (c)$, $\Pi (\beta)$, $\Pi (a)$ означе писменима a, b, c а супротни углови $\Pi (b)$, $\Pi (\alpha')$ писменима A, B, онда ће нађене једначине добити форму оних једначина, које се, као што је познато, изводе у сферној Тригонометрији за правоугле троугле, на име:

$$\sin a = \sin c \sin A$$
$$\sin b = \sin c \sin B$$
$$\cos A = \cos a \sin B$$
$$\cos B = \cos b \sin A$$
$$\cos c = \cos a \cos b.$$

---

[62] Из једначине:

$$\sin \Pi (b) = \sin \Pi (c) e^{f(a)}$$

следује, на основу једначине $e^{-f(a)} = \sin \Pi (a)$, једначина:

$$\sin \Pi (b) = \sin \Pi (c). \frac{1}{\sin \Pi (a)}, \text{ а одатле:}$$

$$\sin \Pi (c) = \sin \Pi (a) \sin \Pi (b).$$

Ако се у овој последњој једначини претвори b у α' а c у β (упор. прим. 54-у) добићемо једначину:

$$\sin \Pi (\beta) = \cos \Pi (\alpha) \sin \Pi (a).$$

[63] Ако се у једначини:

$$\sin \Pi (a) e^{f(a)} = \sin \Pi (b) e^{f(b)}$$

стави a = 0 (в. прим. 61-у) добићемо једначину:

$$e^{f(b)} = \frac{1}{\sin \Pi (b)}$$

Кад се у једначини (в. прим. 60):

$$\cos \Pi (\beta) = \sin \Pi (\alpha) e^{f(b)}$$

замени ова вредност од $e^{f(b)}$ добије се једначина:

$$\sin \Pi (\alpha) = \cos \Pi (\beta) \sin \Pi (b)$$

Кад се у овој последњој једначини (в. прим. 54-у) претвори α у b', b у α' а β у c, добићемо једначину:

$$\cos \Pi (b) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\alpha).$$

Ако се пак у овој једначини место b стави a, а место α стави β (в. прим. 54-у) добићемо једначину:

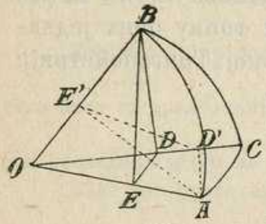
$$\cos \Pi (a) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\beta).$$

(За ову и претходну примедбу упор. „Neue Anfangsgründe“ § 137, стр. 213 и Varićak, н. н. м. стр. 149).

са којих се једначина може прећи на једначине за све сферне троугле уопште[64].

[64] Да би се разумела веза коју на овај начин поставља Лобачевски између тригонометрије равни и тригонометрије сфере, која постоји у тродимензионалном простору негативне кривине, као и идентитет сферних тригонометрија у Евклидовом и неевклидовом тродимензионалном простору, ми ћемо овде извести тригонометријске формуле за правоугле сферне троугле у Евклидовом простору.

Нека су стране a, b, c и углови A, B у правоуглом сферном троуглу ABC (фиг. 7') мањи од $\frac{\pi}{2}$. Ако из B спустимо управну BD на OC и BE $\perp$ OE, и спојимо E и D, биће BD управно на раван троугла AOC (пошто је раван OBC $\perp$ AOC), с тога BD $\perp$ DE, DE $\perp$ OA и $\sphericalangle$ BED $= \sphericalangle$ A. Стави ли се полупречник кугле = 1, имаћемо у правоуглом троуглу BED:



Фиг. 7'.

$\operatorname{Sin} A = \frac{BD}{BE} = \frac{\sin a}{\sin c}$ (пошто је у правоуглом троуглу OBD, BD = sin BOD = = sin a и у правоуглом троуглу OBE, BE = sin BOE = sin c) дакле:

$$\sin a = \sin c \sin A.$$

На исти начин следује, ако се направи AD' $\perp$ OC и AE' $\perp$ OB, из правоуглог троугла AE'D':

$$\sin b = \sin c \cdot \sin B.$$

Пошто је у троуглу OED:

$$\frac{OE}{OD} = \cos b,$$

у троуглу OBE, OE = cos c, а у троуглу OBD, OD = cos a, то је:

$$\cos c = \cos a \cos b.$$

Даље је у троуглу BED:

$$\cos A = \frac{ED}{EB} = \frac{OE \operatorname{tg} b}{OE \operatorname{tg} c} = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} c}.$$

Ако у једначини $\cos A = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} c}$ заменимо tg b и tg c са њиховим вредностима $\frac{\sin b}{\cos b}$ и $\frac{\sin c}{\cos c}$ и sin b заменимо његовом вредношћу $\sin c \cdot \sin B$, а cos c његовом вредношћу cos a cos b добићемо:

$$\cos A = \cos a \sin B.$$

На исти начин следује из:

$$\cos B = \frac{E'D'}{E'A} = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} c}$$

једначина:

$$\cos B = \cos b \sin A$$

Из ових пет формула за правоугле троугле, чије су стране $< \frac{\pi}{2}$, дају се извести све остале тригонометријске формуле за ове и за правоугле сферне троугле у опште. А како се сваки оштроугли сферни троугао да раставити на два правоугла, то се из њих дају извести и све тригонометријске формуле за оштроугле сферне троугле.

Прелазак од одговарајућих пет формула за праволинијске правоугле троугле у равни негативне кривине на формуле за правоугле сферне троугле у тродимензионалном простору негативне кривине, које су идентичне са формулама за правоугле сферне троугле у обичном Евклидовом простору, изводи Лобачевски на основу кореспонденције, која постоји између праволинијског правоуглог троугла (фиг. 29 у вези са фиг. 28):

Према томе сферна тригонометрија не зависи од тога, да ли

a, b, c

$\Pi(\alpha), \Pi(\beta), \frac{\pi}{2}$

и сферног правоуглог троугла:

$\Pi(c), \Pi(\beta), \Pi(a)$

$\Pi(b), \Pi(\alpha'), \frac{\pi}{2},$

означујући стране овог последњег редом са a, b, c, а углове са A и B.

Формуле за правоугли сферни троугао могу се у Лобачевсковом простору извести и директно из фиг. 7' ако се претпостави, да је описана кугла кугла у простору негативне кривине, да су дакле правоугли праволинијски троугли DEB, AE'D' и т. д. праволинијски троугли у Лобачевсковој равни. То је извођење међу тим немогуће без помоћи тако званих хиперболних функција, с којима се с тога (а и из разлога њихове даље употребе) најпре морамо упознати.

Хиперболне функције означавају се са sinh, cosh, tgh, cotgh, sech, cosech и њихове аналитичке дефиниције гласе:

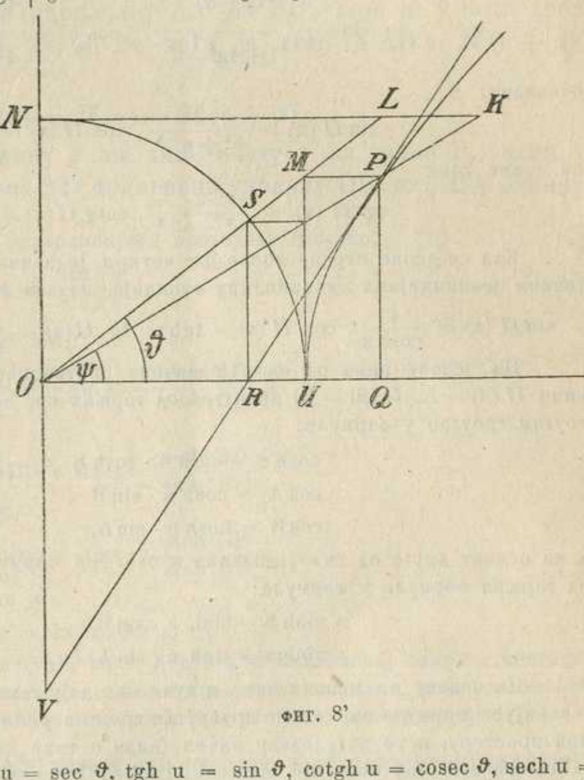
$$\sinh u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}; \quad \cosh u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$$

$$\operatorname{tgh} u = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}; \quad \operatorname{cotgh} u = \frac{e^u + e^{-u}}{e^u - e^{-u}}$$

$$\operatorname{sech} u = \frac{2}{e^u + e^{-u}}; \quad \operatorname{cosech} u = \frac{2}{e^u - e^{-u}}$$

Као што тригонометријске функције стоје у вези са кругом, тако хиперболне стоје у вези са равностраном хиперболом, чија је једначина $x^2 - y^2 = 1$. Као што (фиг. 8') углу SOU = ϑ (одн. кружном луку SU = v или двострукој површини кружног сектора OSU) одговарају тригонометријске функције: $\sin\vartheta$ = SR, $\cos\vartheta$ = OR, $\operatorname{tg}\vartheta$ = UM, $\operatorname{cotg}\vartheta$ = NL, $\sec\vartheta$ = OM, $\operatorname{cosec}\vartheta$ = OL, тако углу POU = φ (односно двострукој површини хиперболног сектора OPU, која је = u) одговарају (пошто је OU = 1) хиперболне функције:

sinh u = PQ = y, cosh u = OQ = x, tgh u = UT, cotgh u = NK, sech u = OR, cosech u = VO.



Фиг. 8'

Лако се даје показати да је (пошто је MP ‖ OQ и $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tgh} u$):

$\sinh u = \operatorname{tg}\vartheta$, $\cosh u = \sec\vartheta$, $\operatorname{tgh} u = \sin\vartheta$, $\operatorname{cotgh} u = \operatorname{cosec}\vartheta$, $\operatorname{sech} u = \cos\vartheta$, $\operatorname{cosech} u = \operatorname{cotg}\vartheta$, из чега излази, да свакој хиперболној функцији је збир углова у праволинијскоме троуглу раван давма правима

хиперболног сектора и одговара тригонометријска функција кружног лука v и угла ϑ.

Да бисмо тригонометријске формуле за праволинијски правоугли троугао у Лобачевсковој равни:

$$\sin \Pi (c) = \sin \Pi (a) \sin \Pi (b)$$
$$\sin \Pi (\beta) = \cos \Pi (\alpha) \sin \Pi (a)$$
$$\sin \Pi (\alpha) = \cos \Pi (\beta) \sin \Pi (b)$$
$$\cos \Pi (b) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\alpha)$$
$$\cos \Pi (a) = \cos \Pi (c) \cos \Pi (\beta).$$

у којима су изражени само односи међу угловима (угловима троугловим и угловима паралелизма, који одговарају странама троугловим), претворили у формуле, у којима ће место тригонометријских функција углова паралелизма доћи хиперболне функције самих троуглових страна, потребно је претходно изразити тригонометријске функције углова паралелизма (при чему ћемо се ограничити на прве четири) хиперболним функцијама. На основу фундаменталне формуле у ставу 36-ом:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi (x) = e^{-x}$$

биће, на основу тригоменотријских једначина:

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha}, \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha},$$

очевидно:

$$\sin \Pi (x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}, \quad \cos \Pi (x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},$$

па према томе:

$$\operatorname{tg} \Pi (x) = \frac{2}{e^x - e^{-x}}, \quad \operatorname{cotg} \Pi (x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Кад се десне стране последње четири једначине упореде са горњим аналитичким дефиницијама хиперболних функција, излази да је:

$$\sin \Pi (x) = \frac{1}{\cosh x}, \quad \cos \Pi (x) = \operatorname{tgh} x, \quad \operatorname{tg} \Pi (x) = \frac{1}{\sinh x}, \quad \operatorname{cotg} \Pi (x) = \sinh x$$

На основу прве од ових једначина претвориће се (ако при томе још ставимо $\Pi (\alpha) = A$, $\Pi (\beta) = B$) прве три од горњих пет формула за праволинијски правоугли троугао у формуле:

$$\cosh c = \cosh a \cdot \cosh b$$
$$\cos A = \cosh a \cdot \sin B$$
$$\cos B = \cosh b \cdot \sin A,$$

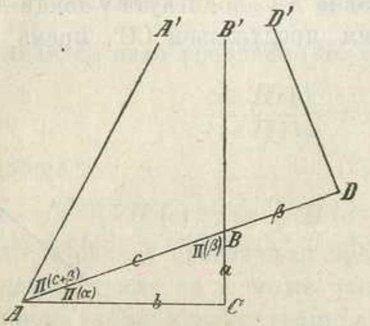
а на основу друге од тих једначина и ове три формуле претвориће се друге две од горњих формула у формуле:

$$\sinh b = \sinh c \cdot \sin B$$
$$\sinh a = \sinh c \cdot \sin A$$

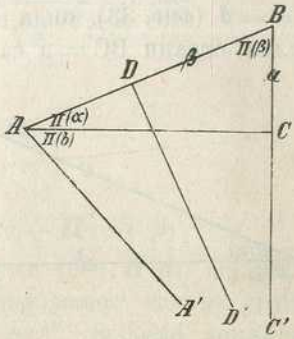
На основу последњих пет формула пак дају се из фиг. 7' директно извести одговарајуће формуле за сферне правоугле троугле у Лобачевсковом тродимензионалном простору, и то на следећи начин (види о томе код B. Bonola „Ueber die Parallelentheorie und über die nichteuklidischen Geometrien“ у „Fragen der Elementargeometrie“ hgb. von F. Enriques, I-er Th. 1911, § 41, стр. 338).

или не [65].

36. Сада ћемо понова посматрати правоугли праволинијски троугао ABC (фиг. 31), у коме су стране a, b, c а супротни углови $\Pi(\alpha)$, $\Pi(\beta)$, $\frac{1}{2}\pi$. Продужимо хипотенузу c преко тачке B и начинимо $BD = \beta$; у тачци D подигнимо управну DD' на BD, која ће према томе бити



фиг. 31.



фиг. 32.

паралелна са BB', с продужењем стране a на другу страну од тачке B. Из тачке A повуцимо још паралелну AA' са DD', која је у исто доба паралелна и са CB' (25. став), са чега је угао $A'AD = \Pi(c + \beta)$, $A'AC = \Pi(b)$, дакле:

$$\Pi(b) = \Pi(\alpha) + \Pi(c + \beta).$$

Ако пренесемо дужину β на хипотенузу c из тачке B, затим у крајњој тачци њеној D (фиг. 32) подигнемо управну DD' на AB у оквиру

На основу формуле за праволинијски правоугли троугао:

$$\sin A = \frac{\sinh a}{\sinh c}$$

имаћемо у правоуглом троуглу OBD:

$$\sin BOD = \sin a = \frac{\sinh BD}{\sinh OB},$$

у правоуглом троуглу BED:

$$\sin BED = \sin A = \frac{\sinh BD}{\sinh BE}$$

и у правоуглом троуглу OBE:

$$\sin BOE = \sin c = \frac{\sinh BE}{\sinh OB},$$

одакле непосредно следује да је:

$$\sin a = \sin A \cdot \sin c,$$

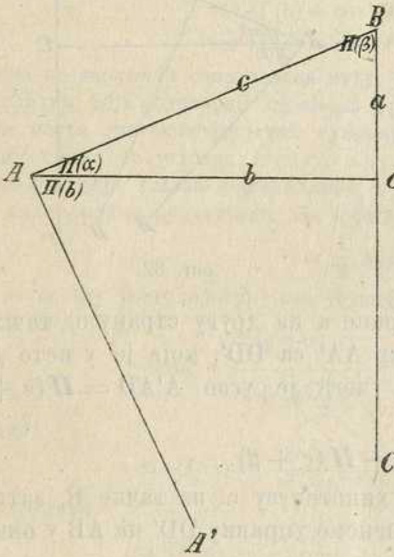
дакле иста једначина, која постоји за a, A и c и у Евклидовој сферној тригонометрији. На сличан начин дале би се извести и остале формуле, које су такође идентичне са одговарајућим формулама у обичној сферној тригонометрији.

[65] У претходној примедби видели смо, да важе исте тригонометријске формуле за сферне троугле како на површини кугле у Евклидовом тако и на повр-

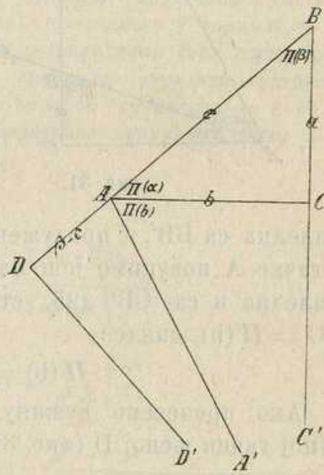
троугла, и из тачке A повучемо паралелну AA' са DD', онда ће BC бити са својим продужењем CC' трећа паралелна; тада је: угао CAA' $= \boldsymbol{\Pi}(\mathfrak{b})$, DAA' $= \boldsymbol{\Pi}(c-\beta)$, према томе

$$\boldsymbol{\Pi}(c-\beta) = \boldsymbol{\Pi}(\alpha) + \boldsymbol{\Pi}(\mathfrak{b}).$$

Ова последња једначина важи и онда када је $c = \beta$ или $c < \beta$. Ако је $c = \beta$ (фиг. 33), онда је управна AA' подигнута у тачци A на AB паралелна страни BC $=$ a са њеним продужењем CC', према томе је



.Фиг 33.



.Фиг 34.

$\boldsymbol{\Pi}(\alpha) + \boldsymbol{\Pi}(\beta) = \frac{1}{2}\pi$, док је такође $\boldsymbol{\Pi}(c-\beta) = \frac{1}{2}\pi$ (23. став)[66]. Ако је $c < \beta$, крај од β пада на другу страну тачке A у D (фиг. 34) на продужење хипотонузе AB. На AD подигнута управна DD' из A биће и овде паралелна страни BC $=$ a са њеним продужењем CC'. Овде је угао DAA' $= \boldsymbol{\Pi}(\beta - c)$ према томе $\boldsymbol{\Pi}(\alpha) + \boldsymbol{\Pi}(\mathfrak{b}) = \pi - \boldsymbol{\Pi}(\beta - c) = \boldsymbol{\Pi}(c-\beta)$ (23. став).

шини кугле у Лобачевсковом простору, и ако те површине нису као такве међу собом идентичне (јер нису идентични њихови кругови — упор. прим. 48). У Римановом сферичном простору, који није ништа друго до граница кугле у четирдимензионалном Евклидовом простору (као што је површина кугле граница кугле у тродимензионалном Евклидовом простору), површина кугле идентична је *као таква* са површином кугле у Евклидовом простору. Према томе сферна тригонометрија не зависи ни у колико од петог Евклидовог постулата, одн. од егзистенције и неегзистенције паралелних и суме углова у троуглу. Она вреди, као што се изражава Бољај, *апсолутно,* т. ј. вреди подједнако у сва три система геометрије.

[66] Дакле опет је: $\Pi(\alpha) + \Pi(\mathfrak{b}) = \Pi(c - \beta)$.

Спајањем обе нађене једначине добија се:

$$2\,\boldsymbol{\Pi}(b) = \boldsymbol{\Pi}(c-\beta) + \boldsymbol{\Pi}(c+\beta)$$
$$2\,\boldsymbol{\Pi}(\alpha) = \boldsymbol{\Pi}(c-\beta) - \boldsymbol{\Pi}(c+\beta)$$

одакле следује

$$\frac{\cos \boldsymbol{\Pi}(b)}{\cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha)} = \frac{\cos\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c-\beta) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c+\beta)\right]}{\cos\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c-\beta) - \frac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c+\beta)\right]}$$

Заменили се овде вредност (35. став)

$$\frac{\cos \boldsymbol{\Pi}(b)}{\cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha)} = \cos \boldsymbol{\Pi}(c)$$

онда се добија [67]

$$\operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c-\beta)\,\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}(c+\beta)$$

Пошто је овде β произвољан број, јер се угао $\boldsymbol{\Pi}(\beta)$, који се налази на једној страни од c, може узети произвољно између граница o и $\frac{1}{2}\pi$, према томе између граница o и ∞ [68], то ћемо закључити,

[67] Из:

$$\cos \Pi(c) = \frac{\cos\left[\frac{1}{2}\Pi(c-\beta) + \frac{1}{2}\Pi(c+\beta)\right]}{\cos\left[\frac{1}{2}\Pi(c-\beta) - \frac{1}{2}\Pi(c+\beta)\right]}$$

$$\cos \Pi(c) = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\Pi(c)}{1+\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\Pi(c)}$$

(ова последња формула да се извести из формуле $\cos 2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$, а ова опет из формула: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ и $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$) и

$$\frac{\cos\left[\frac{1}{2}\Pi(c-\beta) + \frac{1}{2}\Pi(c+\beta)\right]}{\cos\left[\frac{1}{2}\Pi(c-\beta) - \frac{1}{2}\Pi(c+\beta)\right]} = \frac{1-\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c-\beta)\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c+\beta)}{1+\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c-\beta)\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c+\beta)}$$

(ова последња формула следује из формуле $\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$, која опет следује из формуле $\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta}$, кад се сви чланови на десној страни њеној поделе са $\cos\alpha\cos\beta$) следује:

$$\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\Pi(c)}{1+\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\Pi(c)} = \frac{1-\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c-\beta)\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c+\beta)}{1+\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c-\beta)\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c+\beta)},$$

а одавде:

$$\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\Pi(c) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c-\beta)\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(c+\beta)$$

[68] По 23-ем ставу на име имамо $\Pi(0) = \frac{\pi}{2}$, $\Pi(\infty) = 0$.

ако ставимо редом $\beta = c$, $2c$, $3c$ и т. д., да је за сваки позитиван број n[69]:

$$\operatorname{tang}^n \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(nc)$$

Ако се n сматра за однос двеју линија x и c и ако се претпостави да је

$$\cot \frac{1}{2} \Pi(c) = e^c$$

онда се налази за сваку линију x уопште, па било да је она позитивна или негативна[70],

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \Pi(x) = e^{-x}$$

где e може бити сваки могући број већи од један, пошто је за

$$x = \infty, \ \Pi(x) = 0.$$

Пошто је произвољна линија којом се мере линије, то се под e може подразумевати и основа Неперових логаритама.

37. Од горе нађених једначина (35. став) довољно је познавати следеће две

$$\sin \Pi(c) = \sin \Pi(a) \sin \Pi(b)$$
$$\sin \Pi(\alpha) = \sin \Pi(b) \cos \Pi(\beta)$$

ако се при томе ова последња примени на оба катета a и b, па да се њиховим спајањем изведу остале две (35. став) без двосмислености

---

[69] Стави ли се $\beta = c$, имаћемо:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(2c), \text{ пошто је } \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(0) \text{ одн. } \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1.$$

За $\beta = 2c$ имаћемо:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(-c) \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(3c),$$

а пошто је:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(-c) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left[\pi - \Pi(c)\right] = \operatorname{cotg} \frac{1}{2} \Pi(c) = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(c)}$$

биће:

$$\operatorname{tg}^3 \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(3c),$$

према томе биће у опште:

$$\operatorname{tg}^n \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(nc)$$

(Упор. V. Varićak, н. н. м, стр. 152).

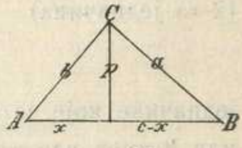
[70] Ако се стави $n = \frac{x}{c}$ и $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} \Pi(c) = e^c$ одн. $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(c) = e^{-c}$ једначина $\operatorname{tg}^n \frac{1}{2} \Pi(c) = \operatorname{tg} \Pi(nc)$ прелази у једначину:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(x) = e^{-x}.$$

алгебарских знакова, пошто су овде сви углови оштри. На сличан начин долази се до следећих двеју једначина[71]:

$$1., \qquad \operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(c) = \sin \boldsymbol{\Pi}(\alpha) \operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(\alpha)$$
$$2., \qquad \cos \boldsymbol{\Pi}(\alpha) = \cos \boldsymbol{\Pi}(c) \cos \boldsymbol{\Pi}(\beta)$$

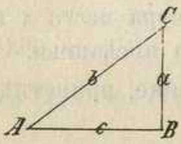
Сад ћемо посматрати један праволинијски троугао, чије су стране a, b, c (фиг. 35) а супротни углови A, B, C. Ако су A и B оштри углови, управна p спуштена из темена угла C у троуглу пада на страну c и дели је у два дела, и то у део x на страни угла A и c — x на страни угла B. На тај начин постају два правоугла троугла, за које се применом једначине 1., добија:



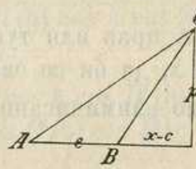
Фиг. 35.

$$\operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(a) = \sin B \operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(p)$$
$$\operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(b) = \sin A \operatorname{tang} \boldsymbol{\Pi}(p)$$

једначине које остају непромењене и кад је један од углова, н. пр.



Фиг. 36.



Фиг. 37.

B прав (фиг. 36) или туп (фиг, 37). Према томе имамо у опште за сваки троугао[72]:

---

[71] Из једначине:

$$\sin \Pi(c) = \sin \Pi(a) \sin \Pi(b)$$

следује:

$$\cos^2 \Pi(b) = 1 - \sin^2 \Pi(b) = 1 - \frac{\sin^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(a)}$$

Из једначине:

$$\cos \Pi(b) = \cos \Pi(\alpha) \cos \Pi(c)$$

следује

$$\cos^2 \Pi(b) = \cos^2 \Pi(\alpha) \cos^2 \Pi(c).$$

Према томе је:

$$\cos^2 \Pi(\alpha) = \frac{\sin^2 \Pi(a) - \sin^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(a) \cos^2 \Pi(c)} = \frac{\cos^2 \Pi(c) - \cos^2 \Pi(a)}{\sin^2 \Pi(a) \cos^2 \Pi(c)}$$

одакле следује:

$$\sin^2 \Pi(\alpha) = 1 - \cos^2 \Pi(\alpha) = \frac{\cos^2 \Pi(a) \sin^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(a) \cos^2 \Pi(c)} = \operatorname{cotg}^2 \Pi(a) \operatorname{tg}^2 \Pi(c)$$

или: $\sin \Pi(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \Pi(a)} \cdot \operatorname{tg} \Pi(c)$ или на послетку:

$$\operatorname{tg} \Pi(c) = \sin \Pi(\alpha) . \operatorname{tg} \Pi(a)$$

(Упор. „Neue Anfangsgründe“ § 141, стр. 221).

[72] Из:

$$\operatorname{tg} \Pi(p) = \frac{\operatorname{tg} \Pi(a)}{\sin B}$$

3., $$\sin A \operatorname{tang} \Pi(a) = \sin B \operatorname{tang} \Pi(b)$$

За троугао са оштрим угловима A, B (фиг. 35) имамо још и (2-га једначина)

$$\cos \Pi(x) = \cos A \cos \Pi(b)$$
$$\cos \Pi(c - x) = \cos B \cos \Pi(a)$$

једначине које се односе и на троугле у којима је један од углова A или B прав или туп. На пример мора се за $B = \frac{1}{2}\pi$ (фиг. 36) узети да је $x = c$, тада прва једначина прелази у горе нађену (2-гу једначину), а друга је сама собом дата. За $B > \frac{1}{2}\pi$ (фиг. 37) прва једначина остаје непромењена, а место друге морамо писати одговарајућу:

$$\cos \Pi(x - c) = \cos(\pi - B) \cos \Pi(a)$$

али је $\cos \Pi(x - c) = - \cos \Pi(c - x)$ (23. став) а и $\cos(\pi - B) = - \cos B$.

Ако је A прав или туп угао, онда се мора место x и $c - x$ ставити $c - x$ и x, да би се овај случај свео на пређашњи.

Да бисмо елиминисали x из обе једначине, приметићемо да је [73] (36. став)

$$\operatorname{tg} \Pi(p) = \frac{\operatorname{tg} \Pi(b)}{\sin A}$$

следује:

$$\sin A \operatorname{tg} \Pi(a) = \sin B \operatorname{tg} \Pi(b)$$

[73] На основу једначине (в. прим. 67-у):

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

следује:

$$\cos \Pi(c - x) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c - x)}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c - x)}$$

На основу фундаменталне формуле става 36-ог:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(x) = e^{-x}$$

следује:

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c - x)}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c - x)} = \frac{1 - e^{2x - 2c}}{1 + e^{2x - 2c}}$$

одакле поново на основу те исте формуле следује:

$$\frac{1 - e^{2x - 2c}}{1 + e^{2x - 2c}} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \cdot \operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \Pi(x)}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \cdot \operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \Pi(x)}$$

$$\cos \Pi(c-x) = \frac{1-\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \Pi(c-x)}{1+\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \Pi(c-x)}$$

$$= \frac{1-e^{2x-2c}}{1+e^{2x-2c}}$$

$$= \frac{1-\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \cot^2 \frac{1}{2} \Pi(x)}{1+\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \cot^2 \frac{1}{2} \Pi(x)}$$

$$= \frac{\cos \Pi(c) - \cos \Pi(x)}{1-\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)}$$

Ако се овде замени израз за $\cos \Pi(x)$, $\cos \Pi(c-x)$ добија се:

$$\cos \Pi(c) = \frac{\cos \Pi(a) \cos B + \cos \Pi(b) \cos A}{1+\cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos A \cos B}$$

одакле следује[74]

$$\cos \Pi(a) \cos \Pi(b) = \frac{\cos \Pi(c) - \cos A \cos \Pi(b)}{1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)}$$

Кад се на десној страни ове једначине стави:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(c) = \frac{\sin \Pi(c)}{1+\cos \Pi(c)} \quad \text{и} \quad \operatorname{cotg} \frac{1}{2} \Pi(x) = \frac{1+\cos \Pi(x)}{\sin \Pi(x)}$$

(на основу формуле $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha}$), и место $\sin^2 \Pi(x)$ његова вредност $1 - \cos^2 \Pi(x)$, место $\sin^2 \Pi(c)$, $1-\cos^2 \Pi(c)$ (на основу формуле $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$) добиће се на послетку:

$$\frac{1-\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \Pi(x)}{1+\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Pi(c) \operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \Pi(x)} = \frac{[\cos \Pi(c) - \cos \Pi(x)]\,[2+2\cos \Pi(c) + 2\cos \Pi - (x)}{[1-\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)][2+2\cos \Pi(c) + 2\cos \Pi(x) -}$$

$$\frac{-2\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)]}{-2\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)]} = \frac{\cos \Pi(c) - \cos \Pi(x)}{1-\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)}.$$

[74] Кад се у једначини:

$$\cos \Pi(c-x) = \frac{\cos \Pi(c) - \cos \Pi(x)}{1-\cos \Pi(c) \cos \Pi(x)}$$

замени $\Pi(x)$ са $\cos A \cos \Pi(b)$, а $\cos \Pi(c-x)$ са $\cos B \cos \Pi(a)$ следује одмах једначина:

$$\cos \Pi(a) \cos B = \frac{\cos \Pi(c) - \cos A \cos \Pi(b)}{1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)}.$$

Према тексту међутим требало би из ове једначине најпре извести ону која јој у тексту претходи, па из ове последње поново ону прву.

и на послетку[75]):

$$\sin^2 \Pi(c) = [1-\cos B \cos \Pi(c) \cos \Pi(a)] \cdot [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]$$

На сличан начин мора бити и:

$$4., \quad \sin^2 \Pi(a) = [1-\cos C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)] \cdot [1-\cos B \cos \Pi(c) \cos \Pi(a)]$$

$$\sin^2 \Pi(b) = [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)] \cdot [1-\cos C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)]$$

Из ове три једначине налази се још[76]:

$$\frac{\sin^2 \Pi(b) \sin^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(a)} = [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]^2$$

Одавде следује без двосмислености знакова[77]:

$$5., \quad \cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) + \frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)} = 1$$

Ако се овде замени вредност од $\sin \Pi(c)$ у сагласности са једначином (3)[78],

---

[75] Из последње једначине у претходној примедби следује:

$$\cos \Pi(c) - \cos A \cos \Pi(b) = \cos \Pi(a) \cos B - \cos \Pi(a) \cos B \cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)$$

Кад се обе стране ове једначине помноже са $\cos \Pi(c)$ биће:

$$\cos^2 \Pi(c) + \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos^2 \Pi(c) \cos A \cos B - \cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B - \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A = 0$$

или:

$$1 - \sin^2 \Pi(c) = \cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B + \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A - \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos^2 \Pi(c) \cos A \cos B$$

одакле следује даље:

$$\sin^2 \Pi(c) = 1 + \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos^2 \Pi(c) \cos A \cos B - \cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B - \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A =$$

$$= [1-\cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B] - \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A\, [1-\cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B],$$

дакле на послетку:

$$\sin^2 \Pi(c) = [1-\cos \Pi(a) \cos \Pi(c) \cos B]\ [1-\cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A].$$

(Упор. N. Lobatschefskij „Pangeometrie“ превод од H. Liebmann-а у Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften, стр. 28).

[76] Кад се једначине:

$$\sin^2 \Pi(c) = [1-\cos B \cos \Pi(c) \cos \Pi(a)]\ [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]$$

$$\sin^2 \Pi(b) = [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]\ [1-\cos C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)]$$

помноже међу собом, па се њихов продукт подели једначином:

$$\sin^2 \Pi(a) = [1-\cos C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)]\ [1-\cos B \cos \Pi(c) \cos \Pi(a)]$$

добиће се једначина:

$$\frac{\sin^2 \Pi(b) \sin^2 \Pi(c)}{\sin^2 \Pi(a)} = [1-\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]^2$$

(Упор. „Neue Anfangsgründe“ стр. 224.)

[77] Простије извођење ове једначине налази се у „Pangeometrie“, стр. 26—27.

[78] Једначини 3.:

$$\sin A \operatorname{tg} \Pi(a) = \sin B \operatorname{tg} \Pi(b)$$

одговара једначина:

$$\sin A \operatorname{tg} \Pi(a) = \sin C \operatorname{tg} \Pi(c)$$

или:

$$\sin \Pi(c) = \frac{\sin A}{\sin C} \tang \Pi(a) \cos \Pi(c)$$

добија се

$$\cos \Pi(c) = \frac{\cos \Pi(a) \sin C}{\sin A \sin \Pi(b) + \cos A \sin C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)}$$

или ако се овај израз за $\cos \Pi(c)$ замени у једначини (4)[79]:

$$6., \qquad \cot A \sin C \sin \Pi(b) + \cos C = \frac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(a)}$$

Елиминацијом $\sin \Pi(b)$ помоћу једначине (3) излази[80]:

$$\frac{\cos \Pi(a)}{\cos \Pi(b)} \cos C = 1 - \frac{\cos A}{\sin B} \sin C \sin \Pi(a)$$

Једначина (6) даје међутим променом писмена[81]

$$\frac{\cos \Pi(a)}{\cos \Pi(b)} = \cot B \sin C \sin \Pi(a) + \cos C.$$

Из последње две једначине следује[82]:

$$\sin A \ \mathrm{tg}\ \Pi(a) = \sin C \frac{\sin \Pi(c)}{\cos \Pi(c)}$$

одакле следује:

$$\sin \Pi(c) = \frac{\sin A}{\sin C} \mathrm{tg}\ \Pi(a) \cos \Pi(c)$$

[79] Кад се у једначини:

$$\sin^2 \Pi(b) = [1 - \cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c)]\ [1 - \cos C \cos \Pi(a) \cos \Pi(b)]$$

изврши множење на десној страни и $\sin^2 \Pi(b)$ замени са $1 - \cos^2 \Pi(b)$ па тако добијени израз подели са $\cos \Pi(b)$ добиће се (упор. примедбу 75-у):

$$\cos \Pi(b) + \cos \Pi(a) \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) \cos A \cos C - \cos \Pi(a) \cos C - \cos \Pi(c) \cos A = 0.$$

Кад се овде замени $\cos \Pi(c)$ из горње једначине у тексту добиће се:

$$\frac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(a)} = \mathrm{cotg}\ A \sin C \sin \Pi(b) + \cos C.$$

(Упор. „Pangeometrie“, стр. 30).

[80] Кад се у једначини претходне примедбе замени $\sin \Pi(b)$ његовом вредношћу

$$\sin \Pi(b) = \frac{\mathrm{tg}\ \Pi(a) \cos \Pi(b) \sin A}{\sin B}$$

из једначине 3., добиће се једначина:

$$\frac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(a)} = \frac{\cos C}{1 - \frac{\cos A}{\sin B} \sin C \sin \Pi(a)}$$

а одатле:

$$\frac{\cos \Pi(a)}{\cos \Pi(b)} \cos C = 1 - \frac{\cos A}{\sin B} \sin C \sin \Pi(a)$$

[81] Ако се у једначини 6. a замени са b, b са a, а A са B добиће се горња једначина у тексту (в. „Neue Anfangsgründe“ стр. 225).

[82] Ако се из поменутих двеју једначина у тексту елиминира $\cos \Pi(b)$, па се обе стране тако добијеног израза, пошто се $\cos^2 C$ замени са $1 - \sin^2 C$, поделе са $\cos \Pi(a) \sin C \sin \Pi(a)$ и помноже са $\sin B$, добиће се једначина:

$$\cos A + \cos B \cos C = \frac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)}.$$

(Упор. „Neue Anfangsgründe“. стр. 225)

7., $$\cos A + \cos B \cos C = \frac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)}$$

Све четири једначине за зависност страна a, b, c у праволинијском троуглу биће према томе[83] [идентичне са (3), (5), (6), (7)]:

8., $$\begin{cases} \sin A \operatorname{tang} \Pi(a) = \sin B \operatorname{tang} \Pi(b) \\ \cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) + \dfrac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)} = 1 \\ \cos A \sin C \sin \Pi(b) + \cos C = \dfrac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(a)} \\ \cos A + \cos B \cos C = \dfrac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)} \end{cases}$$

Ако су стране a, b, c троугла врло мале, можемо се задовољити приближним вредностима (36. став)[84]

$$\cot \Pi(a) = a$$
$$\sin \Pi(a) = 1 - \tfrac{1}{2} a^2$$
$$\cos \Pi(a) = a$$

---

[83] Ако се горње четири једначине за праволинијски троугао изразе помоћу хиперболних функција (упор. прим. 64) имаћемо:

$$\sin A \sinh b = \sin B \sinh a$$
$$\cos A \sinh b \sinh c + \cosh a = \cosh b \cosh c$$
$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cosh b = \sinh b \operatorname{cotgh} a$$
$$\cos A + \cos B \cos C = \sin B \sin C \cosh a$$

Прва једначина преставља случај, када су у троуглу дате *две стране* (a, b) и *супротни углови* (A, B). Друга представља случај кад су дате *три стране* (a, b, c) и *један угао* (A). Трећа представља случај кад су дате *две стране* (a, b), *један захваћени* (C) и *један супротни угао* (A), а четврта случај кад су дате *сва три угла* (A, B, C) и *једна страна* (a).

У Евклидовој равни четврти случај не постоји, јер је он овде искључен егзистенцијом *сличних* фигура, којих у Лобачевсковој равни нема. Првим трима случајевима одговарају у Евклидовој тригонометрији једначине:

$$b \sin A = a \sin B$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$\frac{b}{a} = \cos C + \sin C \operatorname{cotg} A.$$

По себи се разуме, да у свакоме од наведених случајева постоје по неколике једначине за одговарајуће комаде троугла. Таких једначина има за праволинијске троугле у Лобачевсковој равни *петнајест,* у Евклидовој равни *дванајест* (упор. „Neue Anfangsgründe“, § 138-9, стр. 218 f.).

[84] Ако се изрази (упор. примедбу 64):

и на сличан начин и за друге стране b и с. Једначине 8 прелазе за такве троугле у следеће[85]:

$$\sin \Pi(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

$$\cos \Pi(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

развију у бескрајне редове, при чему је:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + - - - -$$

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + - - - - -$$

па се занемаре чланови вишег степена биће:

$$\sin \Pi(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$\cos \Pi(x) = x\left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \text{ или } = x$$

одакле следује да је:

$$\sin \Pi(a) = 1 - \frac{a^2}{2}$$

$$\cos \Pi(a) = a$$

$$\operatorname{tg} \Pi(a) = \frac{1 - \frac{a^2}{2}}{a} \text{ или } = \frac{1}{a}$$

$$\operatorname{cotg} \Pi(a) = \frac{a}{1 - \frac{a^2}{2}} \text{ или } = a$$

[85] Кад се вредности од $\sin \Pi(a)$, $\sin \Pi(b)$ и т. д. из ових једрачина замене у једначинама 8. и при томе занемаре чланови вишег степена, прећиће једначине 8. у једначине:

$$b \sin A = a \sin B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a \sin (A + C) = b \sin A$$

$$\cos A + \cos (B + C) = 0$$

Прве две међу овим једначинама идентичне су са првим двема једначинама за праволинијске троугле у Евклидовој геометрији (види претходну примедбу).

Да из других двеју у вези са првом следује претпоставка $A + B + C = \pi$, да се показати на следећи начин.

На основу формуле;

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

биће очевидно:

$a \sin (A + B + C) = a \sin (A + C) \cos B + a \cos (A + C) \sin B =$ (по трећој једначини) $= b \sin A \cos B + a \sin B \cos (A + C) =$ (по првој једначини) $= b \sin A [\cos B + \cos (A + C)] =$ (по једначини $\cos B + \cos (A + C) = 0$, која одговара четвртој једначини) $= 0$.

Према томе је:

$$\sin (A + B + C) = 0, \text{ дакле}$$

$$A + B + C = \pi.$$

(Упор. Frischauf, „Absolute Geometrie“, стр. 55).

$$b \sin A = a \sin B$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$a \sin (A + c) = b \sin A$$
$$\cos A + \cos (B + c) = o$$

Прве две од ових једначина претпоставља обична геометрија; из друге две следује, узимајући у помоћ прве две, закључак

$$A + B + C = \pi$$

Према томе имагинарна геометрија прелази у обичну кад се претпостави, да су стране праволинијског троугла врло мале[86].

О мерењу кривих линија, равних фигура, површина и запремине тела, као и о примени имагинарне геометрије на Анализу, објавио сам неколика испитивања[87] у „Ученим записцима университета казанског“.

---

[86] Строго узев ово је случај само кад су стране праволинијског троугла бесконачно мале. Ако у горње једначине за праволинијски троугао, пошто их изразимо у хиперболним функцијама (упор. примедбу 83) уведемо константу к, те ће једначине добити облик:

$$\sin A \cdot \sinh \frac{b}{k} = \sin B \cdot \sinh \frac{a}{k}$$

$$\cos A \sinh \frac{b}{k} \cosh \frac{c}{k} + \cosh \frac{a}{k} = \cosh \frac{b}{k} \cosh \frac{c}{k}$$

$$\cos A \sin C + \cosh \frac{b}{k} \cos C = \operatorname{cotgh} \frac{a}{k} \sinh \frac{b}{k}$$

$$\cos A + \cos B \cos C = \sin B \sin C \cosh \frac{a}{k}$$

Из њих следују једначине предходне примедбе за троугле у Евклидовој геометрији, кад односи $\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}$ постану бесконачно мали, што ће бити или кад саме стране a, b, c постану бесконачно мале, или кад константа k за крајне вредности од a, b, c постане бесконачно велика. Како је ова константа идентична са полупречником кривине Лобачевскове равни (в. прим. 47). то друга претпоставка води резултату, да се Евклидова геометрија има схватити као један специјалан као гранични случај Лобачевскове геометрије. Из прве претпоставке пак следује да Евклидова геометрија важи за бесконачно мале регијоне Лобачевскове равни (Упор. Frischauf, н. н. м. стр. 55).

Интересантно је споменути, да је Гаус обрнуто пошао од ове последње претпоставке при извођењу формула неевклидовске геометрије. Упор. R. Bonola, н. н. м. прим. на стр. 93 и H. Liebmann, н. н. м. стр. 83.

[87] Од резултата ових Лобачевскових испитивања споменућемо као најважније егзистенцију троугла *максималне* површине у његовој равни (чије су стране паралелне линије — асимтоте — а збир углова = 0), чија је површина $p = \pi$ на основу опште формуле за површину троугла:

$$p = \pi - (A + B + C),$$

у којој A, B и C означавају углове, а разлика $\pi - (A + B + C)$ тзв. *дефект* троугла (који одговара *ексцесу* $A + B + C - \pi$ сферног троугла), као и да је површина троугла у опште пропорционална овоме дефекту.

Једначине (8) пружају већ саме собом довољну подлогу, да се претпоставка имагинарне геометрије може сматрати за могућу. Према томе астрономска посматрања су једино средство, да би се могло судити о тачности прорачуна обичне геометрије. Ова се тачност простире врло далеко, као што сам то показао у једној од својих расправа, тако да н. пр. у троуглима, чије су стране још приступачне нашим мерењима, збир њихова три угла није различан од два права ни за стоти део једне секунде[88].

Површина круга равна је:

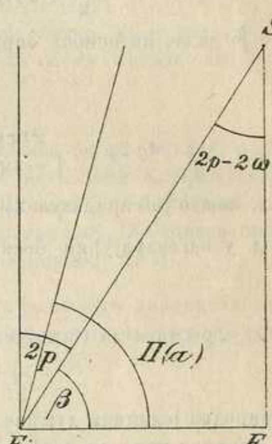
$$\pi\left(e^{\frac{r}{2}} - e^{-\frac{r}{2}}\right)^2$$

$$\text{или } = 4\pi \operatorname{cotg}^2 \Pi\left(\frac{r}{2}\right) = 4\pi \sinh^2 \frac{r}{2} \text{ итд.}$$

(Упор. „Ueber die Anfangsgründe“ стр. 33 и д.).

[88] Питање, које Лобачевски додирује у горњим редовима, питање је о природи стварног простора, да ли је овај евклидски или неевклидски (одн. простор негативне кривине, пошто Лобачевски не познаје простор позитивне кривине — упор. прим. 3). У „Ueber die Anfangsgründe“, § 15, стр. 22 и д. Лобачевски даје на два начина одговор на то питање, мерењем јединице дужине помоћу паралаксе некретница и мерењем углова у троуглу. Ми ћемо овде говорити опширније само о првоме начину.

Годишња паралакса једне звезде некретнице је угао под којим би се видео пречник земљине путање са те звезде. Ако претпоставимо да права линија, која преставља остојање звезде S од земље у тачци E_1 (фиг. 9'), стоји управно на пречнику а земљине путање, а да права линија, која спаја S са тачком E_2, склапа оштар угао β са тим пречником, и ако угао $\frac{\pi}{2} - \beta$ означимо са 2p, онда ће у Евклидовом простору бити паралакса $E_2 S E_1 = 2p$, док ће у неевклидовом простору негативне кривине та паралакса бити $< 2p$ (ако дефект троугла означимо са 2ω, тај ће угао бити $2p - 2\omega$). Како се може директно мерити само угао 2p (одн. угао β), то је, у случају да је стварни простор неевклидски, стварна паралакса увек мања од измерене. У томе случају да се из правоуглог троугла у фиг. 9' јединица дужине одн. доња граница њене величине израчунати на следећи начин.



фиг. 9'.

Из фиг. 9' следује непосредно да је:

$$\Pi(a) > \frac{\pi}{2} - 2p,$$

пошто је $\beta = \frac{\pi}{2} - 2p$. Према томе је:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(a) > \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - p\right).$$

Како је пак на основу познате формуле:

Још је вредно истаћи, да оне четири једначине (8) равне геометрије прелазе у једначине за сферне троугле, ако се место страна a,

---

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

очевидно:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - p\right) = \frac{1-\operatorname{tg}p}{1+\operatorname{tg}p}$$

и како је:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Pi(a) = e^{-\frac{a}{k}}$$

то је:

$$e^{\frac{a}{k}} < \frac{1+\operatorname{tg}p}{1-\operatorname{tg}p}.$$

Из ове последње неједначине следује:

$$\frac{a}{k} < \ln\left(\frac{1+\operatorname{tg}p}{1-\operatorname{tg}p}\right)$$

а одатле, на основу формуле:

$$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots\cdots\right),$$

следује неједначина:

$$\frac{a}{k} < 2\left(\operatorname{tg}p + \frac{\operatorname{tg}^3 p}{3} + \frac{\operatorname{tg}^5 p}{5} + \cdots\cdots\right).$$

Како је даље, на основу формуле (упор. прим. 64-у):

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\operatorname{tg}2p = \frac{2\operatorname{tg}p}{1-\operatorname{tg}^2 p} = 2(\operatorname{tg}p + \operatorname{tg}^3 p + \operatorname{tg}^5 p \cdots\cdots),$$

то ће, пошто је паралакса 2p врло мала количина, тако да се чланови $\frac{\operatorname{tg}^3 p}{3}$, $\operatorname{tg}^3 p$ и т. д. у одговарајућим бескрајним редовима могу занемарити, напослетку бити:

$$\frac{a}{k} < \operatorname{tg}2p$$

Ако се 2p стави за Сиријус = 1,"24, као што чини Лобачевски, онда је:

$$\frac{a}{k} < 0{,}000006012$$

тј. природна јединица дужине била би већа од 167.060 пречника земљине путање (одн. овај пречник мањи од шест милионитих делова те јединице). Ако се 2p стави = 0,"1, добија се, да је k веће од милиона тих пречника.

Кад би стварни простор био евклидски, k би било бескрајно велико и некретнице би могле имати произвољно малу паралаксу. Ако је пак простор нееклидски т. ј. ако k има одређену крајњу вредност, постоји једна минимална вредност паралаксе, коју паралаксе некретница не могу прекорачити. Наравно ови закључци вреде само под претпоставком, да је стварни простор бесконачан.

Што се тиче збира углова у троуглу, на који се позива Лобачевски у тексту, он у „Ueber die Anfangsgründe", стр. 23 (упор. и примедбу Енгелову на стр. 249—50) показује, да је, кад се дефект троугла означи као у фиг. 9' са 2ω, у равнокраком правоуглом троуглу астрономских димензија: $\operatorname{tg}\omega < \operatorname{tg}^2 p$.

Кад би се узео правоугли троугао, чије су стране равне пречнику земљине путање, и p ставило = 0,"62 (половина Сиријусове паралаксе по Лобачевском), b, с стави: a $\sqrt{-1}$, b $\sqrt{-1}$, c $\sqrt{-1}$, али са овом променом мора се очевидно ставити и да је:

$$\sin \Pi(a) = \frac{1}{\cos a}$$

$$\cos \Pi(a) = \sqrt{-1}\ \mathrm{tang}\, a$$

$$\mathrm{tang}\, \Pi(a) = \frac{1}{\sin a \sqrt{-1}}$$

и на сличан начин и за стране b и c. На нај начин прелази се од једначина 8 на следеће[89]:

онда би на основу ове формуле изашло, да би дефект таког троугла био мањи од 0,"000003727. Пошто је пак дефект троугла све мањи што је мања његова површина, то ће за троугле земаљских димензија тај дефект бити тако мали, да се неће дати констатовати, или, друкчије речено, у области обичног искуства важиће Евклидова геометрија.

Али, додаје Лобачевски (н. н. м. стр. 24), ако се претпостави да је васиона бесконачна, није немогуће да Евклидова претпоставка не вреди више ван области нашег звезданог система (система млечне путање), и ако је опет с друге стране тешко претпоставити једну такву везу ствари у природи, која би тако различне количине, као што су углови и стране, учинила зависним једне од других. С тога је — и то је крајни закључак Лобачевског — врло вероватно, да је стварни простор у апсолутном смислу евклидски, и ако се то по њему никада неће моћи доказати.

(Упор. и R. Bonola. н. н. м, стр. 98—100).

Питање о кривини стварног простора расправљали су на основу новијих података о паралаксама некретница у последње време астрономи K. Schwarzschild (у расправи „Ueber das zulässige Krümmungsmass des Raumes“ у „Vierteljahrsschrift der astronomischen Geselschaft“ 1900) и P. Harzer (у расправи „Die Sterne und der Raum“ у „Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung“ 1908).

[89] Да бисмо разумели горње прелазе потребно је познавати аналитичке дефиниције тригонометријских функција. Те дефиниције (за прве четири функције) гласе:

$$\sin x = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i}; \quad \cos x = \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2}$$

$$\mathrm{tg}\, x = \frac{1}{i} \cdot \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{e^{xi} + e^{-xi}}; \quad \mathrm{ctg}\, x = i \cdot \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{e^{xi} - e^{-xi}}$$

где је $i = \sqrt{-1}$

На основу формула (види прим. 64):

$$\sin \Pi(x) = \frac{2}{e^{x} + e^{-x}}; \quad \cos \Pi(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}},$$

$$\mathrm{tg}\, \Pi(x) = \frac{2}{e^{x} - e^{-x}}; \quad \mathrm{cotg}\, \Pi(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

и горњих дефиниција лако је увидети да је:

$$\sin \Pi(xi) = \frac{2}{e^{xi} + e^{-xi}} = \frac{1}{\cos x}; \quad \cos \Pi(xi) = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{e^{xi} + e^{-xi}} = i \cdot \mathrm{tg}\, x$$

$$\sin A \sin b = \sin B \sin a$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\operatorname{tg} \Pi(xi) = \frac{2}{e^{xi} - e^{-xi}} = \frac{2i}{e^{xi} - e^{-xi}} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{i \cdot \sin x}; \ \operatorname{cotg} \Pi(xi) = i \sin x$$

На основу ових последњих формула пак лако се изводи да једначина:

$$\sin A \operatorname{tg} \Pi(a) = \sin B \operatorname{tg} \Pi(b),$$

кад се у њој место a стави ai и место b стави bi, прелази у једначину:

$$\sin A \sin b = \sin B \sin a$$

На сличан начин прелази једначина:

$$\cos A \cos \Pi(b) \cos \Pi(c) + \frac{\sin \Pi(b) \sin \Pi(c)}{\sin \Pi(a)} = 1$$

у једначину:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

једначина:

$$\operatorname{cotg} A \sin C \sin \Pi(b) + \cos C = \frac{\cos \Pi(b)}{\cos \Pi(a)}$$

у једначину:

$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cos b = \sin b \operatorname{cotg} a$$

и једначина:

$$\cos A + \cos B \cos C = \frac{\sin B \sin C}{\sin \Pi(a)}$$

у једначину:

$$\cos A = \cos a \sin B \sin C - \cos B \cos C.$$

Једначине за оштроугли троугао у Лобачевсковој равни прелазе дакле на овај начин у једначине за сферни оштроугли троугао.

Али и обрнуто, можемо поћи од ових једначина за сферни оштроугли троугао и, замењујући у њима стране a, b, c странама ai, bi, ci, добити једначине за оштроугли троугао у Лобачевсковој равни. Тај обрнути прелаз да се извести овако.

Из аналитичких дефиниција тригонометријских функција следује да је:

$$\sin(xi) = \frac{(e^x - e^{-x})i}{2}; \ \cos(xi) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{tg}(xi) = \frac{(e^x - e^{-x})i}{e^x + e^{-x}}; \ \operatorname{cotg}(xi) = \frac{(e^{-x} + e^x)i}{e^{-x} - e^x}$$

Кад се у једначини:

$$\sin A \sin b = \sin B \sin a$$

замени a са ai и b са bi биће:

$$\sin A . \frac{e^b - e^{-b}}{2} = \sin B . \frac{e^a - e^{-a}}{2}$$

одакле, на основу аналитичке дефиниције хиперболног синуса (види прим. 64). следује да је:

$$\sin A \sinh b = \sin B \sinh a.$$

Кад се у једначини:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

замени a са ai, b са bi и c са ci биће:

$$\frac{e^a + e^{-a}}{2} = \frac{e^b + e^{-b}}{2} \cdot \frac{e^c + e^{-c}}{2} - \cos A \cdot \frac{e^b - e^{-b}}{2} \cdot \frac{e^c - e^{-c}}{2}$$

$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cos b = \sin b \operatorname{cotg} a$$
$$\cos A = \cos a \sin B \sin C - \cos B \cos C$$

или:

$$\cosh a = \cosh b \cdot \cosh c - \cos A \sinh b \cdot \sinh c$$

Кад се у једначини:

$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cos b = \sin b \operatorname{cotg} a$$

замени b са bi и a са ai и, зарад лакшег рачунања, стави:

$$\operatorname{cotg}(xi) = \frac{e^x + e^{-x}}{(e^x - e^{-x})\, i}$$

биће:

$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cdot \frac{e^b + e^{-b}}{2} = \frac{e^b - e^{-b}}{2} \cdot \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}}$$

или:

$$\operatorname{cotg} A \sin C + \cos C \cdot \cosh b = \sinh b \cdot \operatorname{cotgh} a$$

Кад се на последку у једначини:

$$\cos A = \cos a \sin B \sin C - \cos B \cos C$$

замени a са ai, биће:

$$\cos A = \frac{e^a + e^{-a}}{2} \cdot \sin B \sin C - \cos B \cos C$$

или:

$$\cos A = \cosh a \sin B \sin C - \cos B \cos C$$

Четири добивене једначине идентичне су са једначинама за оштроугли троугао Лобачевскове равни у примедби 83. Да се из њих добију једначине 8., у којима на место хиперболних функција страна стоје тригонометријске функције углова паралелизма (упор. прим. 64), требало би доказати да је:

$$\sinh x = \frac{1}{\operatorname{tg} \Pi(x)},$$

односно да је:

$$e^{-x} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(x) \cdot$$

Ми тај доказ овде нећемо изводити (види о томе H. Liebmann-а, н. н. м. стр. 80 у вези за стр. 75—78), напоменућемо само, да је Лобачевски у својој расправи „Воображаемая геометрія“ 1835, преведеној 1904 г. на немачки од H. Liebmann-а, указао на начин којим би се, идући овим обрнутим путем, могли извести ставови његове геометрије (упор. „Imaginäre Geometrie“ стр. 9—12). Са логичког и филозофског гледишта међутим овај обрнути пут важан је у толико, што се њиме на евидентан начин утврђује непротивречност и унутрашња логичка могућност неевклидске геометрије. Ако се неевклидска тригонометрија да извести из сферне тригонометрије и ако се из неевклидске тригонометрије дају извести сви остали ставови неевклидске геометрије, онда из тога следује — и ту консеквенцију наглашује Лобачевски на више места у својим списима — да је неевклидска геометрија исто тако непротивречна као и сферна тригонометрија, јер се изводи из Евклидове геометрије, у чију се непротивречност не сумња.

Осим тога овај обрнути пут има још један логички и опште-геометријски значај. Ако у формулама за сферни оштроугли троугао ставимо место страна a, b, c односе $\frac{a}{k}$, $\frac{b}{k}$, $\frac{c}{k}$, т. ј. ако у њих уведемо константу k одн. полупречник кривине

ПСИХОЛОГИЈА ВОЉЕ

1. Воља и осећања — 2. Воља и радње — 3. Т. зв. „невољне" радње — 4. Мотиви вољних радњи — 5. Нагонске и инстинктивне радње — 6. Развиће вољних радњи из невољних — 7. Изборне вољне радње — 8. Свест о слободи воље — 9. Унутрашње вољне радње — 10. Механизирање (аутоматизирање) вољних радњи — 11. Реакциони експерименти — 12. Теорије воље

(Свршетак).

Међу тим, да је свест о слободи илузорна, може сваком потврдити сопствено искуство. Тако се ми осећамо слободним нарочито у случајевима, кад су два супротна мотива приближно исте јачине, те нас тако рећи вуку час на једну час на другу страну; час је један мотив у центру свести, час други, пошто је пажња одн. душевни живот у непрекидном току и кретању, те је већ и за то немогућна апсолутна равнотежа мотива (као што је још *Лајбниц* против Буридановог магарца износио). Пошто су оба мотива *наша*, то нама изгледа као да ми сами намерно, борећи се на страни једног мотива против другог, задржавамо одлуку (т. ј. побеђивање једног мотива) или је доносимо кад и како хоћемо без обзира на јачину самих мотива. Ту је свест о слободи истина врло јака, али и ту она долази једино отуд, што смо ми свесни само тих непосредних мотива и различних радњи, на које они нагоне, али нисмо свесни *свих* узрока који у даном моменту детерминишу (одређују, одлучују) вољну радњу.

Свест о слободи је у толико јача, у колико је јача интелигенција, јер је онда и мотива више и вољне радње су више, компликованије. Јер што је богатија интелигенција, у толико се више мотива јавља час за, час против првобитног мотива, у толико је борба мотива очигледнија (свеснија) и повођење за једним мотивом не изгледа неопходно и нужно (већ изгледа слободно одлучивање), нарочито за то, што није било нужног повођења ни за првобитним мотивом. Да то осећање слободе није доказ слободе, сведоче најбоље људи пијани или у јаком

куглине површине (што можемо учинити, пошто је дужина лука највећег круга, који пролази кроз две сталне тачке у простору, обрнуто сразмерна полупречнику кугле) онда те формуле прелазе у одговарајуће формуле Лобачевскове геометрије (упор. примедбу 85-у) или на тај начин, што ће се у $\frac{a}{k}$, $\frac{b}{k}$, $\frac{c}{k}$ место a, b, c ставити ai, bi, ci или што ће се у њима место k ставити ik. С тога Лобачевскова раван представља једну „имагинарну куглу", т. ј. једну криву површину, чија кривина зависи од полупречника k исто тако као и куглина површина. Према томе, као што се раван позитивне кривине јавља у бесконачно много егземплара, тако је то исто случај и са Лобачевсковом равни (упор прим. 3).

афекту (нпр. гневу) који се — како је још *Спиноза* приметио — осећају најслободнијим и ако су баш онда најнеслободнији. Али они су најмање свесни узрока који детерминишу њихове радње, те се за то и осећају слободним. У осталом, колико пута човеку досади борба и оклевање, умори га, и он прекида то мучно стање сумње и колебања, било почињући нешто са свим друго, што му је прво на ум пало, а што с оним ранијим стањем нема скоро никакве заједнице, или одлучујући се наједном, разуме се, у правцу најјачег мотива, — ма то било и тако, што човек пушта случају да одлучи између подједнаког *хоћу* и *нећу*. Тако нпр. и деца чине, бројећи прсте, лишће или дугмета, од којих последње има да одлучи, без обзира на то, које од унапред утврђених наизменичних значења (*хоћу* и *нећу*) добије.

Истина многи баш у тој борби, у размишљању, у предвиђању и оцењивању различних могућности, различних циљева одн. различних средстава за један одређени циљ, у грађењу планова и њиховом извођењу, у живљењу по извесним „принципима" — чиме се спречавају моментане нагонске радње — виде акте слободне воље или слободног бирања и одлучивања. Кад неко или нешто чисто механички спречи једну радњу одн. спречи управо тело, које је покушало ту радњу, онда је то само један врло појмљив физички појав. Али кад се тело „спонтано" задржи и не учини по тренутном нагону (мотиву), онда то треба да је доказ слободне воље. Међу тим, спречавање једне нагонске радње од стране јаких супротних мотива није ни у колико веће чудо, него што је вршење такве радње, мотивисане једним свесним садржајем. Видели смо већ, да се чак и животиње науче побеђивати чулне мотиве интелектуалним. Гладна животиња ће први пут свакојако јурнути на плен, ма у колику опасност за то дошла; јер не уме да предвиди ту опасност. Али, ако је већ толико пута искусила тешке последице једне такве радње, да их је добро запамтила, да ли ће и после тога слепо улетити у сличну опасност, коју сад тако јасно предвиди одн. које се јасно сећа (јер се она, услед честог понављања, јавља у свести механички, по закону асоцијације)? Свакојако не! Ми смо већ видели да се дресуром, т. ј. сталним понављањем једног искуства (одн. једне асоцијације), животиња, најзад, навикне користити се њиме.

Оклевање, борба различних мотива, једном речи, изборне а не само нагонске вољне радње постоје дакле и код виших животиња. А „практично" размишљање човеково није ништа друго до борба мотива. *Цијен* чак вели: „размишљање или игра мотива" *(Leitf. d. phys. Ps. 6. A., p. 17)*, — и ако мишљење свакојако није само механичка асоцијација у *Циеновом* смислу. Само док се једни користе размишљањем, т. ј. и туђим или опште могућним искуством, које им разум (као способност мишљења) ставља на расположење, дотле другима ни сопствено искуство није увек довољно, ако су га само један пут искусили. Често тек после много страдања и лутања, после много пута доживљеног кајања, увиди човек опасности или штетне последице извесних својих радњи и почиње бежати од њих, т. ј. не чини више те радње које доносе зло. Тако се рађају све максиме, сва начела и правила животна која казују, како *треба* радити. Услед штетних и опасних супротних радњи *то треба* постаје лако потребом, навиком, нагоном. А моћ навике игра и код човека највећу улогу, као што најбоље показује васпитање деце. Најзад, и човек врло јаке интелигенције, врло јака разума, који скоро све предвиди, који зна сва начела животне мудрости, може врло лако доћи у искушење да поступи противно њима, ако није *осетио* (ако баш не и искусио) њихову вредност, ако они нису постали саставним деловима његовог *Ја* и најјачим мотивима, јачим од свих осталих јаких осећања, страсти и афеката, који дејствују као нагони

Илузију слободе и ствара, као што смо већ видели, то наше *Ја*. Вољна одлука – т. ј. воља у најужем смислу — схвата се као слободно бирање или усвајање једног мотива (циља) од стране тог *Ја* (adoption of an end as *mine*; Ladd, o. c., p. 202). О представи тог *Ја* ми овде не можемо детаљније говорити; само је потребно напоменути, да и у тој представи игра првобитно најважнију улогу представа сопственог тела и његових особина (нарочито одлика: снаге, лепоте итд.). Из тог тако рећи телесног *Ја* постепено се развило оно више, духовно *Ја* човеково, које ми називамо његовим карактером, личношћу. Ни спорно питање, да ли то *Ја* треба схватити као представу или осећање, нас се овде не тиче, тим пре, што је оно свакојако обоје, т. ј. сложено из извесних најконстантнијих представа и осећања, који се јављају као субјект или носилац и тренутног стања свести. Самољубље, частољубље, сујета, понос итд., — све су то облици тог *Ја*. А све су то одиста врло снажни мотиви. Зар *Ја* то да учиним? — пита се човек, ма како јаки мотиви захтевали радњу. Или: Зар *Ја* то да не учиним? — ма како непријатни мотиви спречавали то. Задовољена сујета или понос може одиста бити веће задовољство него задовољства која су првобитни мотиви обећавали.

У том смислу, што је његово *Ја*, његова личност, његов карактер узрок свих његових радњи, човек је слободан. Човек нестална карактера је мање слободан, јер је више изложен ћудима појединих тренутака. Човек који према извесним интелектуалним садржајима (представама) има у главном увек иста осећања, исте жеље, исту вољу, према којој увек доследно и ради, — такав човек има, кажемо, карактера. Карактер у психолошком смислу је дакле та сталност у вољи, ти стални правци или *навике воље*, ма те навике биле и рђаве, неморалне. То је карактер у ужем смислу, стечени карактер човеков. Све што сачињава личност или карактер, утиче и на одлучивање једне вољне радње у даном моменту. А све што је човек искусио, утицало је на стварање његовог карактера. Познато је, да тешки удари судбе могу са свим изменити карактер једног човека. Истина врло важну улогу у стварању карактера играју и урођене емоционалне и волиционалне особине, урођени правци емоција и реакција на њих, који се зову темпераментом. Само не треба заборавити, да и те природне диспозиције и склоности разрађује школа живота. Зар и најфлегматичнијег и најсангвиничнијег човека неће тешки удари судбе начинити „нервозним“ и меланхоличним? Онај пак, на кога ни такве лекције не би дејствовале не би био нормалан човек.

У томе тако сложеном карактеру леже скривени сви они многобројни узроци који, поред непосредних свесних мотива, одлучују (детерминишу) наше вољне радње. Само се, разуме се, личност не може схватити, чисто механички, као прост збир свих тих узрока, тих урођених и стечених особина. Психички каузалитет није механички каузалитет. Психолошка узрочност (мотивација) није слепа механичка нужност или психолошка нужност није неодовољив нагон, управо насиље, како вели *Џ. Ст. Миљ*. Ми нисмо машине, већ имамо способност да мењамо свој карактер — самим собом: сама жеља, да се карактер промени, вели *Миљ*, је један од најјачих услова који стварају карактер. У том смислу човек је слободан и одговоран за своје радње, јер је личност, како је још *Аристотело* учио, довољан разлог за све своје радње.

Говорећи о слободи воље, ми, разуме се, нисмо никако могли имати у виду учење о метафизичкој слободи воље или вулгарни индетерминизам, како га *Вунт* назива, по коме слобода значи исто што и безузрочност. Некаква трансцендентна воља (као *res per se*, као *causa sui*), како је *Шопенхауер* учи, или некакав „*интелигибилни карактер*“ човеков, који *Кант* чини одговорним за све детерминисане емпиријске радње човекове, не постоји за емпиријску Психологију. Воља као способност независна од мотива или способност одлучивања и против мотива (схоластичко *liberum arbitrium indifferentiae*), не постоји. У осталом, такву безузрочну, ни чим недетерминисану вољу, такву метафизичку слободу не учи данас више ни један емпиријски психолог и ниједан озбиљан научник, јер је принцип каузалности основни принцип Науке. То учи, колико је мени познато, још само *Др. Бранислав Петронијевић* и то у својим — „*Основима емпиријске Психологије*“. По њему воља (одн. дух који има ту вољу) представља безузрочну, луду самовољу, апсолутни почетак, анархију која не зависи ни од каквих узрока ни закона. Он познаје некакав „слободни или „спонтани акт свести којим се производи једна извесна промена у свесном садржају“, — промена, „којој не претходи никаква друга промена“. Тај слободни, луди акт воље се може јављати — разуме се, само по г. *Петронијевићу* — и без икаквих свесних садржаја „који би били повод за његово јављање“, јер је воља „као таква принципијелно независна од садржаја“ (*Основи емпиријске Психологије*, 1910, стр. 297—306). То значи: може се желети нешто, а не знати ни шта се жели, може се желети — ништа (јер је воља „независна од садржаја“)! Међутим, још су стари знали: *ignoti nulla cupido!* Тако бесмислену слободу није ни у старијој Науци учио нико осим *Епикура*, по коме такође поједина бића раде потпуно безузрочно *(anaitios)*.

Психолошки индетерминизам не спори, разуме се, мотиве воље и не учи, следствено, никакву немотивисану вољу, већ само тврди да избор, бирање (схоластичка *facultas electiva)* не зависи од јачине мотива, него је баш воља та способност која даје снаге и слабијим мотивима, одлучивши се за њих и побеђујући тако јаче мотиве. Међу тим, као што смо већ видели, наша свест о слободи — *ја хоћу* или управо *ја могу* (овако или онако) — долази од непознавања *свих* узрока који детерминишу наше вољне радње. Да је камен, који пада, свесан свога падања (као циља), он би га схватио као последицу своје слободне одлуке, вели *Спиноза*. Свест о слободи, како вели *Вунт*, и није ништа друго до нејасна свест о скривеним мотивима, о латентним представама, чији нам је утицај на вољу скривен баш за то, што их нисмо јасно свесни. *Кант* је истина приметио, да бисмо ми могли лако израчунати (предвидети, предсказати) све радње својих ближњих, кад воља не би била слободна већ детерминисана (одређена мотивима и зависна од њих). Али на ту примедбу налази се одговор управо још код *Лајбница:* дух који би прозрео *све* што се у нама дешава, могао би унапред израчунати све наше радње. Зар ми, најзад, не предсказујемо толико пута са извесном поузданошћу вољне радње оних људи које или чији карактер добро познајемо? *„Он ће то за цело учинити“* или *„он то неће ни пошто учинити“*, велимо ми.

Међу тим, ми ипак можемо и морамо говорити о слободи, али само о моралној слободи човековој. Слобода воље и јесте питање Етике и ту је првобитно и постављена као проблем. На име, о слободи воље се говори онда, кад виша, племенитија морална осећања победе нижа, чулна, себична. То побеђивање је, разуме се, могућно; али оно није никакав психолошки проблем и није доказ некакве слободне, немотивисане, недетерминисане, безузрочне воље. *Хербарт* с правом види слободу у томе, што се наша воља не одлучује механички увек истим мотивима, већ данас једним а сутра можда са свим супротним. Слобода је дакле по *Хербарту* та одредљивост воље различним мотивима. Међу различним мотивима, који детерминишу наше вољне радње, играју веома важну улогу морални мотиви. То су, пре свега, т. зв. етичка осећања (љубав, сажаљење, поштовање, осећање дужности и одговорности итд.), као и опште признање и одобравање, које се моралним радњама указује, одн. неодобравање и презирање, на које неморалне радње наилазе. Ти морални мотиви могу бити јачи него себични нагонски мотиви. За то није никакво чудо што човек може често победити поједине ниске прохтеве своје и спречити нагонске радње. Што ја, и кад сам најгладнији, не морам јурнути на некога, који нешто једе, да бих му то отео, није заиста никакво чудо и није доказ слободне воље. Глад у том случају није једини мотив. Колико исто тако јаких или и још јачих осећања спречавају нагонско дејство глади! И зар је онда чудо што ћу ја своју пажњу одн. своју главу и своје очи окренути на другу страну или се и са свим удаљити од тога, што ме доводи у искушење а у чему моје духовне очи виде опасност. Бежање од опасности је, као што смо већ раније казали, урођено: то је један појав нагона за самоодржањем. А зар човек мора, као животиња, бити усред опасности, па да тек онда од ње бежи? Зар не може да је предвиди, да је у мислима репродукује? За то разуман човек не ради никад слепо нагонски, кад зна, да опасност није искључена. Он за то оклева, размишља, испитује, оцењује различне могућности, пре него што се одлучи на радњу.

То задржавање школских радњи дакле не само није доказ слободе, него на против: човек, који уме да мисли и који, следствено, предвиди опасности, *не може* да ради по првом мотиву, који се у његовој свести јави, већ мора тако рећи да бежи од њега, ако повођење за њим представља опасност. Опасност, у осталом, није увек тако рећи телесна, не мора увек значити непосредан телесни бол. И душевни болови, које нам поједине наше радње могу проузроковати, су такође опасности, од којих бежимо као и од телесних болова. Такви су болови нпр. туга, стид, грижа савести, презирање самог себе итд. Такав је бол и кајање. Кајање може бити врло силан непријатан ефекат и за то може дејствовати као врло моћан мотив. Кајање, незадовољство са самим собом одн. са својим радњама, долази отуд, што се после учињене радње виде и друге могућности, и друге, боље радње. За то се у сличној будућој прилици има у виду то кајање одн. непријатне последице наумљене садашње радње. Помисао на те последице одн. на кајање јавља се уз првобитни мотив као нов мотив који рађа супротну жељу или вољу: да се радња изостави, како се не би опет искусила она непријатност, онај душевни бол (кајање). Који ће од та два мотива победити, зависи од њихове јачине одн. од њихове емоционалне вредности за појединца. Као што смо раније видели, увек ће победити онај мотив, који представља већу вредност одн. изазива јаче осећање у датом моменту субјектове свести.

Није дакле никакво чудо од слободе, ако човек и не побегне увек (нагонски) од сваке опасности, ако често, на против, изложи опасности своје тело и свој живот ради онога што му је најмилије и највише, више од свих других задовољстава, више и од самог живота,

— ради идеја и идеала, ради части, поноса и достојанства. *Vivere non necesse est, navigare necesse!* И овде то не значи ништа друго него оно, што смо раније казали: од два зла изабрати мање, претрпети један мањи (обично телесни) бол да би се спречио далеко већи (нарочито душевни) бол; жртвовати једно мање, тренутно задовољство ради далеко већег, трајнијег, узвишенијег задовољства у будућности. Најзад, колико је таквих људи и има ли их у опште, који су слободни тј. способни да увек жртвују своја чулна, себична уживања вишим, племенитијим задовољствима? Ни најплеменитији човек нема увек довољно слободе или способности да то учини. То је, као што смо раније видели, у опште могућно само онда, кад репродуковане представе (или оно што се духовним очима види) изазову иста или још силнија осећања него оно што је пред телесним очима. Али то није често случај и за то су тако многе радње човекове, које изгледају у ужем смислу вољне, у ствари врло мало различне од слепих нагонских радњи. Ако се пак човек у нагону, у слепом афекту, излаже опасности, у којој лудо и бескорисно може и главу изгубити, онда ту за цело не можемо говорити о моралној храбрости (из увиђавности), о слободи воље.

Да воља није слободна, да су све наше вољне радње детерминисане, види се и из статистичких података који потврђују зависност извесних радњи човекових (нпр. ступања у брак, убистава, самоубистава итд.) од извесних одређених спољашњих услова. Утицај тих спољашних фактора, тзв. средине (milieu) је одиста врло велики. То и појединац осећа. Човек слаба карактера чини за то одговорним за своје радње често и оне који су га на њих навели. Међутим, ипак за то не треба, као што смо већ раније казали, мотивацију и детерминацију воље схватити фаталистички, као слепу нужност, као неизбежност, као насиље. Јер људи, личности, нису бесвесни механизми, нису слепи аутомати. Ми истина познајемо и такве случајеве у којима човек *мора* да ради, како ради, услед извесних ненормалних представа (тзв. фиксидеја) и осећања. Али баш ти патолошки случајеви доказују, да је нормалан човек у извесном смислу ипак слободан. Најзад свест о слободи одиста постоји и ако она не значи слободу воље. Свест о слободи казује — како је с *Хобесом* и *Шопенхауер* учио — да се могло и друкчије урадити, а не да се могло и друкчије хтети. Јер, како *Спиноза* вели, ми смо свесни само различних могућних радњи, али не и свих узрока који одлучују те радње. Што човек види (репродукује) у мислима различне могућности, то је способност интелигенције а не воље. Избор међу тим различним могућностима зависи, као што смо видели, од њихове јачине у тренутку њихове узајамне борбе о превласт у свести.

Али и тако, у своме правом значењу схваћена, свест о слободи игра врло важну улогу у свима нашим вишим вољним радњама. Кад и ако видим, да се може овако или онако урадити, ја нећу урадити нагонски, према ономе што ми је прво на ум пало, већ ћу покушати изабрати најбољу радњу. Као што већ знамо, победиће увек најјачи мотив. За то човек ради неки пут нешто и ако и сам увиђа, да није најбоље и није добро то што ради. Или оно, што под утицајем афекта, у тренутку радње изгледа најбоље, може изгледати најгоре после, кад афекат прође, кад се прохтев задовољи, кад се човек „расхлади“ и буде способан хладно размишљати и правилно оцењивати. Али и такве безуспешне борбе не остају без утицаја на вољу, на карактер, који ће бити све јачи, јер ће и борба, под утицајем искуства и кајања, бити све лакша.

Као што се из свега тога види, детерминација воље не представља никакву опасност за практична питања морала и права, како се то од стране индетерминизма тврди. Напротив, баш детерминација воље и чини могућним *урачунљивост* и *моралну одговорност* личности, јер чини могућним васпитање и самоваспитање воље. За то је *Хербарт* говорио, да то баш и јесте срећа, што је воља детерминисана, а не безузрочна, анархична. Јер само за то човек није остављен на милост и немилост слепој вољи и случајним спољашњим утицајима, већ се може и мора по разумном плану васпитавати. Ми се овде не можемо упуштати дубље у питање о *моралној урачунљивости* и *кривичној одговорности*. Најзад, као што смо видели, свест о слободи је врло важан фактор у вољним радњама човековим и због ње људе и треба чинити одговорним за њихове радње. Ко би и био одговоран за радње једне личности, ако не сама та личност? За *своје* радње одн. за *своје* представе и осећања (из којих те радње потичу) сваки сам носи одговорност. Истина, као што смо горе казали, има случајева у којима је човек неурачунљив, неодговоран. Осим тих ранијих поменутих патолошких случајева, неодговоран је човек и онда, кад нешто учини у неодољивом нагону (коме би и сви или скоро сви други људи подлегли) или у незнању, у заблуди, ненамерно. Међу тим, човек је одговоран ако *својом* кривицом дође у стање (нпр. пијанства), у коме је неурачунљив, у коме је *морао* да уради, што је урадио *(actio libera in causa)*. Најзад, чињење одговорним за кривице је, како вели *О. Краус* (*Bericht üb. den V Kongress f. exp. Psychol.*, S. 177), једна социјално-телеолошка институција која се да довести у склад с најконсеквентнијим детерминизмом. А друштво свакојако има права да се спасава од својих опасних чланова и ако казна можда и није увек најбољи пут за то.

9. — Поред спољашњих вољних радњи разликовали смо *унутрашње вољне радње*. Као унутрашње вољне радње можемо сматрати све интелектуалне процесе који почивају на активној пажњи; јер је сама активна пажња, како је с правом речено, најчистији облик воље. Активну пажњу можемо схватити као једну сложену, изборну вољну радњу, где победу односи онај мотив, који је за нас од највећег интереса, тј. везан с најјачим осећањима. Сама по себи, представа, за коју је везано најјаче осећање, не мора ни у ком погледу (нпр. квалитативном, интензивном итд.) бити најзначајнија: она је то само за субјект у датом моменту његове свести. Али баш за то, због осећања, која у човеку изазива, она може победити све друге представе у његовој свести. При намерном (тј. вољном) сећању, нпр., осећања („интерес“) везана за извесну представу, руководе наше сећање (асоцијације) и траже ту представу, која им одговара, одбацујући све друге представе (тј. мотиве), које се, по законима асоцијације, саме намећу. Та представа — тзв. представа циља (нпр. неког одговора, неке речи или неких речи итд.) која је посредно, задатком, одређена, — игра, као најјачи мотив, због најјачих осећања која изазива, у унутрашњим вољним радњама исту улогу, коју у спољашњим радњама игра представа телесног покрета. То што важи за намерно сећање, важи и за све остале унутрашње вољне радње, као нпр. решавање задатака, загонетака итд. Тражена представа (као представа циља или управо као део те представе) се налази негде међу представама које нам се саме, механички, намећу; она је у вези (асоцијацији) с њима и мора се помоћу њих јавити — као и телесни покрет у спољашњим вољним радњама — чисто механички.

Дакле, као што се види, и унутрашњим вољним радњама морају претходити сличне невољне унутрашње радње; и унутрашње вољне радње се развијају из одговарајућих невољних радњи, т.ј. механичких асоцијација. Наша воља одн. пажња има и ту само да бира између различних мотива. А колика је и шта је у ствари та способност бирања и шта одлучује вољну радњу, видели смо код спољашњих вољних радњи; то исто важи и овде. И овде се осећање активности и слободе јавља нарочито онда, кад су различни мотиви приближно исте вредности и одлука се не јавља одмах, те нама изгледа као да је ми, бирајући између различних мотива, сами задржавамо и доносимо кад и како хоћемо.

Најзад као што је свакоме из сопственог искуства познато, наше унутрашње радње, упућене једном циљу, бивају веома често прекинуте са свим новим мотивима, који са тим циљем немају никакве везе, нпр. изненадним спољашњим дражима или мислима и представама, које се саме јављају, изазивајући нашу пажњу („интерес“) и улазећи тако у центар свести. Тако човек може и нехотице (невољно) упутити своје унутрашње радње (т.ј. мисли) на са свим другу страну и потпуно заборавити првобитни циљ. Јер и за унутрашње вољне радње важи што и за спољашње: увек побеђује јаче осећање (одн. представа која га изазива).

Сва разлика између унутрашњих и спољашњих вољних радњи је само у томе, што код унутрашњих вољних радњи нема видног спољашњег ефекта (телесног покрета) и ако се и он врло често јавља. Најобичнији такви покрети су нпр. заклапање очију, мрштење, трљање чела и т. д. Често је и дисање промењено (често се „уздахне“), а покаткад се може чак и ознојити (Ladd, o. c., p. 26.) У осталом, врло честе унутрашње вољне радње су оне, у којима доносимо одлуку за неку спољашњу радњу у будућности, т.ј. ми се одлучујемо сада, али радња (телесни покрети) има тек доцније да се изврши. Ако радња и у том будућем времену буде изазвала иста осећања, т.ј. ако воља за ту радњу буде остала иста као и у време, кад смо се први пут на њу одлучили, онда ће се она и остварити. Иначе под утицајем нових околности, нових мотива, она, разуме се, може и изостати.

10. — Као што се вољне радње развијају из невољних, тако исто се и обратно (регресивно) невољне радње могу развијати из вољних, изборних. У средини стоје, као што смо видели, нагонске радње. Видели смо већ, да нагонске радње могу дугим вежбањем постати аутоматским и (наслеђивањем) рефлекторним радњама. Исто тако и сложене, изборне вољне радње могу, услед дугог понављања, постати не само нагонским него, најзад, и аутоматским. Све вољне радње се на тај начин — вежбањем — механизирају; јер се првобитна борба мотива све више олакшава и они мотиви, који су и први пут у тој борби подлегли, постају све слабији док се, најзад, са свим не изгубе, те радњу одлучује само најјачи једини, преостали мотив: радња је постала нагонском.

Не само чулне већ и интелектуалне и моралне радње могу на тај начин постати нагонским. Узмимо за пример коју интелектуалну радњу, нпр. решење једног задатка, одговор на једно питање итд. Ту се најбољи одговор морао првобитно тражити међу многим могућним, различним одговорима (нпр. речима). Услед честог понављања задржи се, управо научи се, најзад, само један одговор, који се после увек одмах и непосредно даје, управо сам се јавља — по законима механичке асоцијације, — чим се питање појави, постави. Исто тако бива и код моралних радњи. Првобитно се морало борити између више различних мотива — између себичних осећања и дужности, — док понављање није толико ослабило себичне мотиве, да морални мотиви одлучују радњу без икакве борбе. Морално дело постаје на тај начин нагонском радњом, навиком, потребом, те се у сличним ситуацијама увек лако и одмах уради исто дело. Отуда у моралном васпитању игра тако важну улогу навикавање, т. ј. олакшавање радње понављањем, вежбањем.

Понављањем једне исте радње појачава се један, одговарајући мотив, док услед тога (одн. услед ограничености или тзв. ускости свести) остали, супротни мотиви ослабе и постепено са свим ишчезну. На тај начин дејствује навика (да се према једном одређеном мотиву на извесан одређен начин поступи) нагонски и побеђује врло лако супротне мотиве, ако се они баш и опет појаве. Колико пута човек, најзад, осећајући то и сам, каже место *ја хоћу — ја морам,* или: *ја хоћу* (управо хтео бих), али не могу. Све страсне навике постају нагонским радњама на тај начин.

Нагонске радње постају, најзад, аутоматским, механичким, несвесним, кад — услед честог понављања радње одн. покрета, тако рећи услед увежбаности и готовости мишића — и једини преостали мотив постане са свим слаб. У таквим случајевима изазива радњу спољашња дraж, чим се само појави, ма и са свим нејасно и — што је најважније -- ма и не изазивала никаква осећања (одн. „вољу“). А спољашња драж, као једини мотив, јавља се обично само у почетку, као импулс (подстрек) првог покрета, док се на то прво, почетно кретање, услед увежбаности мишића, сва остала кретања надовезују чисто физиолошки, механички, аутоматски. То је случај при аутоматском идењу, говорењу, писању, свирању итд.

11. — Вољне, и то, пре свега, спољашње радње су испитиване експериментално тзв. *реакционим експериментима.* Ту се на једну спољашњу (нпр. светлосну, звучну, електричну и др.) драж има да одговори (реагује) извесним одређеним телесним покретом (нпр. покретом једне руке). Ако се на спољашњи утисак има да одговори што је могућно брже, чим се он само појави, онда се таква реакција назива *мускуларном* или скраћеном, непотпуном. Ако пак реакција има да наступи тек онда, кад је спољашња драж *јасна* (тј. с пажњом схваћена), онда је то *сензоричка* или потпуна реакција.

Нарочито је ова друга, потпуна, реакција веома важна не само за испитивање сложених појава воље, већ и за одређивање трајања одн. брзине појединих различних душевних процеса. Јер се ова реакција може веома компликовати на тај начин, што се покрет (реакција) на спољашњи утисак не изводи одмах, чим је дати утисак јасно схваћен, већ тек пошто су испуњени још какви услови. Тако се може поставити захтев, да се реакција изведе тек онда, пошто се, поводом јасно схваћеног утиска, нечега сети (тј. после једне асоцијације). У том случају је дакле мотив реакције тек та успомена, коју је дати утисак изазвао. Још сложенијом постаје потпуна реакција, кад се за поједине од различних спољашњих утисака (нпр. црвено, зелено итд.)

захтевају тачно одређене реакције (нпр. само десном или само левом руком, овим или оним прстом итд). На тај начин, вештачки, ствара се борба мотива као у најсложенијим вољним радњама.

Потпуна реакција је увек већа односно спорија (просечно за $1/_{10}$ сек.) од мускуларне. Одузимањем времена (трајања) мускуларне реакције од времена потпуне реакције добија се време одн. брзина појединих уметнутих душевних појава. Тако се израчунава време које је потребно за чулно упознавање(нпр. појединих боја или слова што служе као спољашње дражи); тако се израчунава и време одн. брзина асоцијације (сећања) или брзина разликовања или брзина изборних радњи, тј. време бирања међу различним реакцијама (покретима, радњама) итд. Бројеви добијени на тај начин, нису никакво апсолутно мерило за трајање тих појединих душевних појава, већ су само мерило њихове релативне сложености и, како *Вунт* вели, средство за контролисање психолошког посматрања тих појава.

Скраћеном или мускуларном реакцијом може се испитивати процес механизирања или аутоматизирања вољних радњи, о коме смо горе говорили. То се огледа у томе, што време (брзина) ове реакције може спасти на време, које је потребно за један чисто рефлексни покрет; јер се спољашњи утисак и реакција овде, најзад, и не одвајају по времену. Отуда — услед честог понављања ових експеримената и одговарајуће увежбаности мишића — врло често се јавља тзв. *превремена реакција*, тј. реакција, која се јавља пре него што се уговорени утисак појави или истовремено с њим тако, да се он није ни могао опазити и бити повод за реакцију. Из истог разлога се јавља и *погрешна* мускуларна реакција, тј. реакција на коју му драго другу, случајну драж, а не на уговорену.

Одоцњења може имати обично само потпуна реакција. То бива увек онда, кад се, намерно или случајно, пажња скрене од уговореног утиска. Тако ће нпр. реакција требати више времена, ако се јаки и слаби утисци неправилно мењају, те се не може с поузданошћу очекивати један одређен утисак. То исто ће бити и онда, кад се међу јаке дражи изненадно уметне једна слаба драж; и обратно. Још више ће реакција одоцнити, кад је не само јачина дражи непозната, него кад су дражи у опште потпуно непознате. Најзад, највише поремећена (закашњења) биће реакција онда, кад се пажња на познату, дату моментану драж (нпр. светлосну) ремети једном потпуно диспаратном (нпр. звучном) трајном дражи. У том случају је време закашњења реакције знатно (скоро два пут) веће него код поремећаја одн. отклањања пажње сличним дражима.

12. — Овде, разуме се, нећемо говорити о оној сасвим непсихолошкој, ненаучној, метафизичкој теорији воље, по којој је воља нека нарочита снага душевна која „остварује“ оно што хоће: ставља у покрет моторне нерве, — кад и колико хоће, — одн. „реализује“ предвиђене и жељене представе. Међу тим, ово лаичко, популарно гледиште улази, под разним видовима и именима (нпр. као *Џемсов „Fiat“)*, често и у новије, нарочито интелектуалистичке теорије воље. Различних теорија воље има, може се рећи, веома много, што је и врло појмљиво, кад се има у виду, да су појаве воље, као најсложеније душевне појаве, најмање приступачне егзактном, експерименталном посматрању. За то *Janet (L'automatisme psychologique*, p. 470) врло оправдано примећује, да није само тешко — а ми можемо слободно додати: и немогућно — објаснити природу воље, већ је чак тешко и описати један акт воље, те за то психолози нису ни близу сагласни у питању о томе, шта карактерише појаве воље (за разлику од осталих душевних појава).

Међутим, и ако, као што смо већ казали, различних теорија воље има у ствари веома много, ипак се све оне могу свести у главном на две врсте: на *емоционалне* и на *интелектуалистичке* теорије воље. Гледиште, које је овде о вољи изнето, у главном је једна емоционална теорија воље, по којој, пре свега, воља није никаква метафизичка сила душевна, о којој никакво искуство (одн. емпиријска Наука) не може ништа знати, већ је воља једно *специфично сложено емоционално стање*, једно душевно стање сложено из осећања (емоција) која, разуме се, морају увек имати ма какву интелектуалну подлогу, ма какве представе које их и изазивају. По својој психолошкој природи воља је дакле један сложен емоционалан процес: осећања су њени главни саставни делови. Сама та сложеност, сам начин спајања тих елемената воље, законитост која при том спајању влада, остаће нам вероватно за навек непозната. Само је психолошки толико јасно, да је воља један сложен процес осећања која постају радњама. Вољне радње (као радње) развијају се истина из урођених, невољних радњи, али су вероватно све невољне радње, дакле (као што смо раније казали: бар код човека и виших животиња) и рефлекторне, првобитно биле изазиване осећањима, тј. биле су свесне, и ако нагонске, вољне радње, које су се постепено аутоматизирале, механизирале и, као такве (несвесне), наслеђивале. Из нагонских радњи, као најпростијих вољних радњи, развиле су се, као што смо видели, с једне стране све сложеније, изборне вољне радње, а с друге стране аутоматске и рефлексне.

Интелектуалистичке теорије воље можемо с *Вунтом* поделити на *сензуалистичке*, *асоцијационистичке*, и *логичке* теорије. По првој теорији воља се састоји у осећајима кретања или напрегнутости, напора (у појединим мишићима), који прате вољне (нарочито спољашње) радње. Ова теорија има у виду, као што се види, у главном само постанак спољашњих вољних радњи или покрета, а не психолошку природу воље. Она заборавља унутрашње вољне радње и за то је непотпуна и нетачна. Асоцијационе теорије своде вољу на представе, на њихов механизам (асоцијације). Представа кретања одн. циља није само један састојак, један фактор, један мотив вољне радње, него, како нпр. *Циен* учи, сама воља. По логичкој теорији, најзад, воља није ништа друго до способност нашег разума да бира између различних мотива (одн. између различних радњи) и да се одлучи за један од њих. Воља се према томе своди потпуно на разум, на мишљење, на расуђивање или управо закључивање (сколастички *syllogismus practicus*): хтети значи афирмирати оно што треба да буде, што је циљ воље (а што је обично супротно „нерационалним“ телесним нагонима или нагонским чулним прохтевима); не хтети *(nolle, „noluntas“)* је негација. Једини мотиви воље су представе или управо судови који се о њима одн. о њиховој вредности имају.

Ове различне теорије воље јављају се код појединих психолога често и на разноврсне начине комбиноване. То је, с обзиром на велику сложеност појава воље, врло појмљиво, и у исто време знак, да у свакој од ових теорија има по нешто тачно. Зло и јесте баш у томе, што многе интелектуалистичке теорије, нарочито сензуалистичке и логичке, често и сувише једнострано наглашују само интелектуалне факторе воље, док потпуно заборављају најбитније елементе воље, — осећања. Осећања, као што смо видели, изазивају сама собом телесне реакције (покрете), нарочито ако су врло интензивна (афекти). Међу тим, као што емоционалне теорије не заборављају и не могу заборавити улогу представа, тако ни понеке интелектуалистичке теорије, нарочито асоцијационе (нпр. *Циенова)*, не споре сваки значај осећањима, без којих представе, саме за се, не могу бити мотиви или покретачи воље одн. вољних радњи у ужем смислу.

Најзад, као што се могло видети, и емоционална теорија, према којој је овде воља схваћена и изложена, имала је у виду и интелектуалистичке теорије одн. оно што је у њима тачно. То су нпр. осећаји (који обично прате, као што смо видели, чак и унутрашње вољне радње), представе кретања одн. циља и судови о вредности, који — преко осећања која изазивају — играју свакојако врло велику улогу у сложенијим изборним или, могло би се (са обзиром на њихов практични значај) рећи, моралним радњама.

У осталом, писац се трудио да овде о вољи изнесе што популарније и што краће оно, што се може сматрати као најтачније и најважније према данашњем стању Науке о вољи и, разуме се, према пишчевом схватању те Науке. Та Наука, општа Психологија воље, тражи оно што је опште, заједничко, просечно у свима појавама воље, како се оне у стварности, у искуству, у душевном животу појединаца јављају. О индивидуалним разликама у волиционалном животу воде рачуна диференцијална и индивидуална Психологија. О њима за то овде нећемо говорити. У осталом, ми смо се и тих разлика ипак донекле дотакли, кад смо говорили о слободи воље одн. о карактеру: јер то су разлике у карактеру. О урођеном карактеру или темпераменту, тј. о урођеним индивидуалним разликама у осећањима и реакцијама на њих, — што, као што смо већ видели, такође игра веома важну улогу у стварању карактера, — говорили смо једном приликом раније на овом истом месту.

Др. Борислав Лоренц.

О СТОГОДИШЊИЦИ
КЊИЖЕВНОГА РАДА ВУКА СТ. КАРАЏИЋА

написао
АНД. ГАВРИЛОВИЋ

(Свршетак).

II
Вуков Српски Буквар.

На измак године 1810 Вук се, не нашавши лека својој у колену оболелој нози, врати у Србију из Будима. Видећи да је „изгубио на свагда угодности здрава човека", Вук се повуче у се и у души својој тражаше накнаде за оно што је физички био изгубио. Постаде тада учитељ у београдској основној школи. Сада се на кући, у којој је Вук учитељевао, сјаје спомен-плоча која, истина, не казује тога, али опомиње да је у оним мучним данима ту била Велика Школа. На доњем, пак, боју те зграде „мали ђаци" учише „малу школу", у којој кратко време бејаше учитељем највећи српски књижевник.

Вукова је ондашња спрема била веома скромна. Раније је залуд кушао да учи гимназију у Карловцима; не примише га, и он тужно зажали кад виде, на своју „велику и незаборављену жалост" како „има на свијету јошт више наука, осим нашег Псалтира и Часослова," и да се мора раставити „од предмета који је онде најдрагоцјенији души мојој постао." Доцније је почео био учити нешто код Ивана Југовића, уписавши се у Велику Школу. Али је то трајало врло мало. Ипак је могућно да је научио бар штогод из више рачунице, коју је Југовић, по Вуковим речима, врло вешто предавао. За тим је, лечећи се, прошао био нешто света — до Будима. И то је било све чиме је могао обогатити своје знање овај необични учитељ српски. Али о свом раду наставничком говораше доцније: „Учитељ, како бих ја рад био да будем, нијесам био...."

Могло би се према свему мислити да је у некој вези с тим временом и радом кад је после неких седамнаест година српска књижевност добила од Вука „Први Српски Буквар." Али би свако такво тумачење било лишено основа. Вук, писац Буквара, не имађаше ничега заједничког с Вуком учитељем. Да је Вук у доба учитељевања у Београду састављао Буквар, ван сумње да би књига била онаква као да ју је састављао и сваки други писменији учитељ у Србији или и у Српству онога времена. Вук, састављач Буквара, могао је, можда, и завидети безбрижном животу Вука учитеља — али су му сада били пред очима са свим други, пространији смерови. Стога је потребно осветлити ову појаву: Вук није школски ни уопште педагошки писац — а у доба борбе за своја књижевно-правописна начела пише Буквар!

Појава је ипак проста и природна.

Вук је дотле већ био наштампао зборник народних песама и огледе приповедака и загонетака; наштампао је био и прву Српску Граматику; стигао је био и да је преради, усаврши и опет наштампа; израдио је и оштампао монументално дело „Рјечник." Свим је тим радовима ишао једном циљу, тежећи да књижевним језиком постане чист народни језик, писан, уз то, новом ортографијом. Још је том циљу ишао и својим критикама, и полемиком, и — нарочито — прегнућем да преведе и наштампа Нови Завет, налазећи у овом раду ново и моћно средство за даљу пропаганду великог начела. *А као ново средство јавио се и Буквар.* Отуда Вук као писац Буквара, и стога је његов тај рад прожет сав тенденцијом напредно-књижевном.

Из његове преписке с Копитарем, док се Вук бавио у Немачкој 1823 и 1824, знамо да је још тада било речи о изради Буквара, чему је Вук и приступио наскоро по повратку дома.

Тако је 1827 у Бечу, у штампарији јерменскога манастира, наштампан „**Први Српски Буквар,** *написао Вук Стеф. Караџић.*" Садржина је ове књижице од седамнаест страна била мало пре тога изишла и у Вукову алманаху „Даници" за 1827 годину. Тако је Буквар одмах имао два издања.

Кад се пажљиво прочита Вуков *предговор* у овој књижици, види се да се овај рад јавио као даљи резултат путовања у Русију и у Немачку и као изданак неколиких практичних покушаја Вукових у том времену. Предговор нам показује и друге мисли Вукове, које су у свези с главним предметом, те заслужује да се на њему нешто више задржимо.

„Што су гођ људи на овоме свијету измислили, ништа се не може испоредити *с писмом* — почиње Вук своја разлагања. — Пријатељу или знанцу своме, који је на далеко преко бијелог свијета, послати мисли своје на комаду артије; читати што су други писали прије двије хиљаде година, и написати, да могу други послије неколико хиљада година читати; то је наука, која ум људцки готово превазилази, и могло би се рећи, да је онај, који је први њу измислио, био више Бог, него човек. Писмо је отворило пут уму људцкоме, да се приближи к Богу по могућству своме. Оно је измишљено, од прилике прије четири хиљаде година: и послије свога тешкога и чуднога постања тако је ласно постало, да данас на свијету нема никаква заната лакшега од њега; и тако се по свијету размложило, да данас у Европи има народа, у којима нема човека, да не зна читати и писати".

То су опште мисли, и против њих нису имали ништа ни противници Вукови. Али је то Вук навео да би одатле могао прећи на оскудицу писмености код нас и рећи оно што њему иде у прилог. „Срби су — вели даље — овај дар Божиј примили тек са законом ришћанским прије хиљаду година; и премда се у нашим народним пјесмама врло често књиге пишу и уче, опет су у народу нашему још врло ријетки људи, који знаду *читати и писати!* Што Срби још слабо почињу *књигу* учити, и што је још сва Српска књига у читању часловца и псалтира, томе је криво млого којешта; али што неки учи по двије и по три године *читати*, па опет не може да научи, него остане *сверзислово*, томе су само криви буквари и учитељи."

Тако је ствар довео до главнога питања, због кога се већ од пре десет и више година водила борба. Сад Вук разлаже шта значи напредак и развитак, а шта застој. Он је са својом реформом ишао напред, а противна је страна заступала окамењивање у питањима књижевно-правописним. Зато Вук вели: „Сваки прави и паметни родољубац мора желити, да се и у нас буквари начине и школе уреде према данашњем вијеку; а онаке родољупце, који, „имајући ревност, но не по разуму," вичу, да се ништа не поправља, него све да остаје по старом обичају, онаке, велим, ваља сажаљевати, и молити се Богу, да би ји опаметио и на прави пут извео. То је највећа разлика између човека паметна, и између простака, што паметан човек једнако жели и труди се да што *боље* научи или измисли, и да он буде паметнији од својије стари а његова ђеца од њега; простак пак све је рад, да остане као што су му и стари били, а његова ђеца, као и он што је. Какав би јадан и жалостан род људцки и овај свијет био, да су сви људи остајали онаки, као што су и њихови стари били!" У том правцу развија мисао и даље, јер су — као што знамо — његови противници нарочито ударали гласом на то да нам се не треба одвајати ни од језика ни од правописа *наших старих!*

Пошто је поменуо Инглезе, Французе и „млоге друге народе Европејске", Вук, знајући да се његови противници сваки час позивају на Русе, узима и сам њих за пример. „Да не узимамо — каже — за углед народе други закона и племена, но ево Руса, који су с нама еднога закона и племена. Они су прије сто година, како су њихов језик и писмо одвојили од црквенога језика и писма, познали да су *имена* наши слова тешка и претешка за учење читати; зато су они још онда по њиховим школама мјесто *аз, буки*... почели учити *а, бе*..." Вук је навео по двадесет примера, али их ми не исписујемо све. Ипак, вели, ни то није довољно: „Истина да је овако сто пута лакше научити читати; али ни ово још нијесу права имена полугласни слова јер н. пр. *б* не може се читати *бе*, док се не метне иза њега *е*, него је његов прави глас *бъ*." Место тога „учитељ, који је рад кога *најлакше* да научи читати, ваља да му не казује никака *имена* слова, него само њиове *гласове*, које имају у читању; па онда нема *срицања*, него, како се познаду слова, одма се може *читати*. Тако може човек врло ласно за *десет дана* научити читати!"

Да би ове речи потврдио, Вук казује нешто што за нас има посебне вредности. „Ја сам — пише — то огледао још прије неколико година у Бесарабији и у Србији. и сад овђе у Бечу." Ово „*прије неколико година*" јасно упућује на покушаје и рад по повратку из Русије. Како је у Бесарабији чинио те огледе, не казује овде изближе. А за Србију знамо да је 1820 позван био у Крагујевац да Кнеза Милоша научи читању и писању. Вук се тога радо прими, па написа Кнезу писмо како сад има *нов начин* за учење писмености, те се све може свршити за месец дана... Што се тиче Беча, ван сумње је Вук нову методу опробао у кући свога директора и кума Тирке, где је бивао учитељем, а за цело и на своме дому.

Још додаје: „Кад сам овако почињао учити, подсмијевали су ми се млоги, који су по старом обичају научили читати; но колика је моја радост била, кад сам прошавше године у Али (Halle), у ондашњој славној и на далеко чувеној *сиротињској кући*, виђео, да иљаде ђеце тако уче читати!" —

Како је Вук за књижевно-правописну основицу овога Букваря узео био народни језик и реформовану ортографију, то је излазило: *ко се по овом Буквару научи писмености, он је без поговора следбеник Вукове мисли о књижевном језику и правопису.*

То је био главни циљ Вукову писању Букваря.

Познато је како је правописну реформу Вук извршио поступно, будући, да ни сам није одмах могао бити начисто с неким појединостима. Кад је Буквар писао стајао је на гледишту да у нашем језику има 29 гласова, по чему треба да је и писмена толико: тридесети глас и писме — *х* — Вук онда није признавао, и ако га је био раније усвојио. Без мало је још десет година по том прошло док је Вук, на путу кроз Далмацију и по Црној Гори, утврдио да и *х* припада гласовима српскога језика, те је у азбуку вратио и знак за тај глас. Тек је тада утврђена дефинитивно наша садашња азбука.

Али сада долази изненађење. И ако према реченом, писмена *х* нема у таблици малих слова, којом се Буквар почиње; и ако га нема ни у речима и реченицама које су унесене даље као штиво („љеб,“ и т. д.) — у таблици великих писмена стоји *х* на своме месту, између *ф* и *ц!*

Сличних, *техничких*, омашака има у Вука кад што и у другим делима. У „Рјечнику“, на пример, упућује на реч које на потребном месту нема. Али је, ипак, таквих, и сличних, примера мало.

Урадивши ствар на основу *своје* ортографије, Вук је додао „Славенска или Ћирилова слова, која су у нашим црквеним књигама“. Напомене које су после таблице тих писмена додане — а има их девет — јасно показују како та слова нити су справљана нити су и иначе прикладна за *српски* језик. Још излази да нека од њих уопште и немају никаквога смисла. Ту таблицу и нешто штива из словенскога језика Вук је навео зарад противника, да га не би „огласили за јеретика“ — то знамо из његових писама Копитару — али је и тај словенски одељак имао тенденцију да посредно покаже како су и језак и правопис словенски нешто са свим друго према српском језику. —

Остало би још да се проговори о педагошком значају Вукова Буквара. Али то нити је задатак овога прилошка нити спада у наше послове. Једно је ван сумње: према свему што се у српским школама дотле имало Вуков је Буквар означавао највећи напредак. После првог познавања писмена изнесено је градиво у једанаест одељака, који садрже најпре слогове а за тим на слогове раздељене речи. Дванаести одељак има 31 изреку и пословицу (има их и књижевних и народних; у тринаестом су показана велика писмена; у четрнаестом су словенска слова; у петнаестом су показане „најобичније у наше вријеме“ скраћенице или „титле“ за словенске речи; шеснаести одељак садржи символ вере; седамнаести молитву господњу; у осамнаестом су „знаци броја“, а у деветнаестом делови из таблице множења — чиме се Буквар и завршује.

Када се с оваквим Букваром и наставом која се има вршити по њему упореди ранији начин рада у српским школама, онда се тек може уочити шта је све учинио Вук и за поправку наставе, што, у осталом, и не бејаше главна задаћа његова рада. Он, истина, завршује свој предговор овим лепим речима: „Желећи од свега срца, да би се учење писма у народу нашему олакшало, написао сам овај буквар...“ Али ми већ показасмо да је упоредо с тим ишла и *пропаганда* Вукова. Пореди ли, пак, читалац с овим Букваром казивање проте Матије Ненадовића о школовању у доба протина учења, видеће најбоље каква је величина Вук и на томе пољу рада!

III
Интимно.

Интимни живот Вуков првих година његова књижевнога рада није познат у многим појединостима, и тек се у узгредним напоменама и белешкама може наћи нешто података.

Кад је први пут дошао у Беч, Вук је становао заједно са Стефаном Живковићем, преводиоцем „Телемаха“, и његовом женом Савком, Вуков отац и отац Савкин бејаху деца рођених сестара, према чему је Савка била Вуку сестра, а Живковић му је био зет.

Не бивши никада пре тога у Бечу, а сâм теже покретан због штуле, Вук је онда у Живковићу имао као наручeног вођа. Када су се њих двојица 1814 растали у Срему — где је Вук остао а Живковић са женом прешао у Србију — тада му је Живковић рекао да ће му од $181^1/_2$ дук., колико је од Вука у два маха био позајмио, вратити свега стотину, а остало одбиће што је Вук код њега у Бечу живео неколико месеца. Прилика је да је Вук код Живковића у Бечу седео од новембра 1813 до пролећа 1814 кад је отишао у Пешту, одакле се по том обраћа Живковићу с порукама.

Доцније је Вук имао засебан стан, али се и до женидбе и после женидбе *поглавито* налазио у једном бечком крају, на Ландштрасу. Копитару пише 1814 из Будима: кад би, вели, знао да се од књижевнога рада може живети у Дорнбаху, оженио би се „доље“ па би се ту настанио... Дорнбах је онда чинио једно од предграђа бечких, а сада је саставни део његов.

У октобру 1816 пише Вук Лукијану Мушицком како му је стан далеко од Копитарева, али му Копитар долази сваки дан по подне те од 6—8 часова разговарају и раде на речнику. А 28 новембра опет вели Мушицком: „Већ звони 12 сахати а морам ићи чак у град на ручак (зашто сам се синоћ обећао Копитару) и да ово писмо дам на пошту“. Такођер му је стан толико исто удаљен и од стана Давидовићева, а то је — пише он Мушицком — мало ближе него Петковица Шишатовцу.

У оно је доба „град“ био прави Беч, а то је данашњи центар његов, први варошки округ. У граду су становали — према природи својих послова — и Копитар, као чиновник у Дворској Библиотеци и као цензор, и Д. Давидовић као новинар, и Д. Фрушић и други. Ван града је био празан простор — гласија — па су се тек онда врстала предграђа около. Требало је кад што повише труда и времена док се стигне из предграђа у град, а ноћу је пролазак преко пољане био врло често и погибаон.

Још за време првога бављења у Бечу Вук се, на Ландштрасу, познао с Аном Краусовом, потоњом женом својом. „С Краусовом родбином — причаше Вук 1842 Срежњевском — познадох се ја кад дођох први ред у Беч, године 1813, кад и Карађорђе мораде оставити Србију; примили су ме као год кога свога од рода; а још већма се спријатељисмо за мога боловања, кад ме је старица Краусова и кћи јој Ана дворила, као да сам им био род рођени. Још онда сам намислио био да иштем Ану, али је не смједох запросити с тога што сам се бојао колико због свога православног закона толико и због сујеверија римокатоличке породице Краусове — да неће дати Њемице за мене Србина. Вријеме утврди наше међусобно мишљење..." Тако Вук говораше онда кад му је Ана била жена већ од пре четврт века, али из оног писма Копитару 1814, писаног из Будима, видимо како би се радо „овамо доље зимус оженио" па онда дошао у Беч на стално живљење. Још није тада био начисто с мишљу да се Аном ожени.

Осем оног првог боловања у Бечу, Вук је још по кад што побољевао, а занимљиво је што се из писама Вукових, Давидовићевих и Фрушићевих из декембра 1817 и јануара 1818 види како се Вук тада био разболео „пишући Новине". Тада Давидовић вели како се тога и бојао; Фрушић из Земуна узвикује: „Тешко нама!"; а Вук у послу 1 јануара 1818 каже Мушицком: „Ја сам писао 5 новина, па сам се онда разбољео (добио сам као неку грозницу) и новине је примио Нешић те пише... Мени је мало боље, али још нисам здрав сасвим". Фрушић се у писму од 14 јануара 1818 радује што је Вук преЗдравио.

Мало је само времена по том прошло, па је Вук био — младожења.

Остављамо на страну Ружу Тодорову из Тршића, о којој је Вук приповедао Срежњевском, а тако исто и Вукову изванредну пријатељицу из његова бoрављења у Крајини у Србији, удовицу Сару Карапанџићку, која га је дуго по том снивала. Вук је Сару, истина, још и 1817 позивао у Беч, да се ту састану и мало проведу, али му она из Оршаве 4 августа одговара како јој Бог није дао ту могућност „даљни пут на шпацир чинити", а баш би му радо дошла... Оно што је било за казивање, и што је друштво његово знало, биле су његове симпатије према Ани Краусовој. Не добивши од Вука гласа по његову одласку у Карловце, Стефан Живковић — по писму његову из Беча 28 декембра 1814 Вуку — „ономад увече отидем к вашој љубезној на Ландштрасу", — и ту му она, Ана, покаже писмо које је добила од Вука. Фрушић му такођер пише 5 јануара 1815 из Беча: „Кукавче! жалим да настрадати мораш, и от две стране горети. От љубве твоје за овом у Бечу, и от невоље твоје за оним што ти ту по дугови лежи". Доцније је о томе био обавештен и Мушицки који му — 1816 — пише: „Љубити можете Швабице, али у сладки, вјечни ланац брака вежите се само са Србкињом". Мушицки га опомену да за њега цвета цвеће тамо негде по Ресави, а Вук му с краја јануара 1817 одговара како му је већ тридесета година, а у Бечу је те не може по Ресави тражити девојке. Мушицки га кори што је изабрао „Хлоју Чужеродну“ а није какву Љубосаву, на што му Вук одговара: „Никаква Љубосава на свијету не може мене онако љубити и почитовати, као она што би ме љубила (и што ме љуби) и почитовала“. Још се у писмима брани како јој је већ дао српско име Милица.

На венчању Вукову и Анину у почетку 1818 године Копитар је био сведок, па је као сведок потписао и брачни уговор њихов.

Вукова је невеста, Ана Краусова, имала тада 21 годину. То бејаше женска малога раста, смеђе косе, црномањастих очију и уста сразмерних — према једном познијем опису у пасошу. А такав утисак чине и слике њене. Познато је како се Бечлика Ана никако није могла привићи да живи на другом ком месту до једино у Бечу, а после незгодног покушаја живљења у Земуну још је мање било изгледа да ће икада више пристати да иде из Беча. Каже се да домаћој економији не бејаше много вешта, а на свога је мужа — да ли с разлогом или не! — била чешће љубоморна. Али је иначе била жена коју је Вук с пуно разлога могао хвалити пред Срежњевским.

Да се Вук венчао Мушицки је чуо на једном скупу у Фрушкој Гори од крушедолскога архимандрита. То је било 23 марта 1818. Вешто је прикрио изненађење, а на приговоре како младенци имају већ и синчића Милутина, Мушицки је импровизовао новост да се Вук оженио био већ поодавно, али није јављао пре док није и сина добио.

Клерикални и други противници Вукови употребише и то против Вука, а неки су се скупљачи претплате на „Рјечник“, који је већ био у штампи, побојали да због тога не откажу упис и сви претплатници. Зато архимандрит Лукијан Мушицки, тада и још за мало Вуков пријатељ, предлаже Вуку да учини нешто за умирење буре. Нека се — пише — жена Вукова јавно причести у српској цркви чим, што скорије сиђе Вук са њом „доле“. Вуку је тешко било што се и те интимне ствари уплићу у јавни говор, али ипак одговара Мушицком да ће Ана радо поступити по томе предлогу кад год Вук то од ње захте. О малом, пак, Милутину пише нешто позније како је развијенији и крепчији од свих „Швапчића“. На замерке како ће његови непријатељи рећи да ће му „националисмус“ ослабити сада зато што се оженио Немицом, Вук љутито одговара да би остао Србин и када би се потурчио.

Вук се на немање новаца чешће жали, али је то највише због великих потреба око штампања дела, понајпре „Рјечника“. Каже по некад и како се задужује те се храни, али се види како због тога ипак не очајава. Пријатељима мање досађује тражењем тренутне помоћи: позајмио је у почетку од Давидовића а доцније, и готово вазда, од Копитара, који је за Вука увек имао, био Вук у Бечу или на путу, на Цетињу или у Немачкој, требало њему лично или његовој породици. Једном — 24 априла 1817 — пишући Мушицком како ће изићи пред Митрополита Стефана Стратимировића, који је био у Бечу, вели: „а и оћевен сам вала, не може љепше ни боље бити". —

Да је Лукијан Мушицки у прво доба — до изласка „Рјечника" из штампе — био и књижевни и лични пријатељ Вуков, добро је познато. После тога је времена њихово пријатељство веома охладнело, али се никада није и формално прекидало. Али је Мушицки и у прво доба много пута бивао непажљив према Вуку, сам и не знајући тога. Он, на пример, хоће да засведочи своју оданост Вуку и тиме што је набавио његову слику, јер је намеран да створи „Српски Пантеон", али јавља Вуку и то како је — 1817 — долазио к њему у манастир његов и Вуков непријатељ, а Митрополитов протосинђел, познати Хранислав, па је „мајмунски мотрио" нема ли код Мушицкога Вукове слике. Сада се Мушицки хвали Вуку како је лукаво доскочио противнику: Вукову је слику *сакрио* испод слике патријарха Шакабенте и других! Иначе би било занимљиво данас разабрати о тој, ваљда најранијој, слици Вуковој. Нема ли јој трага тамо где је Мушицки столовао и господовао? — Мушицки изненађује и непажњом помињања Вукове хромости. Маја 29 год. 1817 предлаже Вуку да уз „Рјечник" даде и таблицу рукописних, лепо израђених, писмена српских, „нек се многи уче и вкусу од Речника вашег, ког су се пређе, *може бити чрез ваши штака,* гнушали". А две недеље пре тога писаше Вуку опет о Рјечнику: „Мало после разликоваће црножучни мизантропи крила душе от крила тјела, или *црни штака*". — Кад је штампање Рјечника било у највећем јеку, и кад је Вук био у очајању због немања новаца да дело доштампа, Мушицки му пише да му набави — лек против ћелавости! — Мушицки је имао и синовца Александра, који је у Бечу био један из малог броја Срба царских војних питомаца. С тим синовцем често и много досађиваше и Вуку и Копитару и Давидовићу. Најпре тражаше да му поруче одело које ће, наравно, Лукијан платити, а кад одело би готово, онда архимандрит пише да управо не зна ни кад ће ни како ће платити! Александар је неуредан, пије много ракије, због чега је у Корловцима често спавао на часовима — а Мушицки Вуку наручује да га обилази и ненадно те да види да ли му је — обућа чиста! Вук треба да га учи и понашању, и да му прича како с лепим понашањем може добити добру девојку из отмене куће — и т. д. Кад је пијани Александар побегао био из Беча, треба Вук да иде у потеру! — У највећој оскудици Вуковој Мушицки позива њега и Копитара да му нађу — пара у зајам! Мушицки је, много доцније, био владика, кад је опет тако, и горе, наваљивао на Вука да изиште нешто пара за Мушицког од једног богатог Дубровчанина! Вуку и Копитару непрестано стаља у дужност да са одама Мушицкога настану преко других да Мушицки добије новаца од — руског цара!

Истина Вук је, за то, осем ранијега гостовања у Шишатовцу добио два пута ракије од Мушицкога. „Ја сам — пише му Вук у новембру 1816 — буренце са шљивовицом изнео у Беч и оточио у бутеље, пак сад пијуцкам с Копитаром и с Гагићем, и у ваше здравље напијамо; него не знам шта ћемо онда кад ово попијемо?“ Други пут јавља како ће му остати само једна бутеља, кад нешто ракије да̑ Гагићу за пут. —

Вук је 1817 био ожалошћен смрћу очевом: 18 августа те године пише му из Шапца његов рођак и некадашњи старешина у Крајини Јевта Савић Чотрић да је Вуков отац а Јевтин стриц Стефан преминуо на Петров Дан. Вук се с оцем није био видео још од 1813 године. Ст. Живковић му је 20 септембра 1816 писао са Засавице, да му је отац жив и здрав, и да је Вука поздравио по стрини Анђелији. „Тата ти седи код некога свога комшије“. Али му већ у почетку идуће године — 15 јануара 1817 — јавља: „Тата је твој изгубио вид и тешко је болан, тешко ће остати до пролећа. Ако ми се узможе послаћу му од бедности моје неколико талира да се зарани. Теби не смем ни говорити да му што пошаљеш“.

Вук је Копитара најпотпуније карактерисао речима: „Е, то је био *човјек*“!?

Данас стојимо далеко од онога времена, када је име Копитарево од савременика хваљено и, супротно томе, од других засипано најгрђим покудама. Стога се о његову раду и о личним поступцима његовим може објективно судити. И кад би стајало у истину оно што су о њему његови, и српски и чешки, противници говорили, опет би српски народ за вечита времена дуговао највећу захвалност човеку, који је најваслужнији за књижевни препорођај његов. Али овде није реч о таком оцењивању Копитара, већ се прилажу само цртице за ближе познавање интимног живота онога човека чији је рад имао толико значаја за нас.

И покрај све оскудице у жељеним подацима ипак имамо нешто градива за слику *човека* Копитара.

Тако, Копитар учи Вука да га у писмима не титулише Wohlgeboren и Hochgecherter већ да му рече просто *пријатељу!* На адреси писама треба да стоји само: господину, име, презиме и занимање. Тако је Копитар хтео пре *сто година!*

Кад је сва Европа ударила била у погрду палог Наполеона, Копитар поручује Мушицком преко Вука, у новембру 1816, да архимандрит не хули у својим одама Бонапарте, јер „сад није то никаква храброст нити мајсторија.“

Димитрије Давидовић, српски новинар и штампар у Бечу, напушта послове по неколико дана, а Копитар их се прихвата и свршује их на општу корист. Сазнавши, пак, како се Давидовић све више одаје картању, он и њему и другима не таји како ће га „брзо са свим изгустирати“. Кажу му да Давидовић то чини из очајања што му послови, за које је мислио да ће га хранити, не успевају, а Копитар одговара да се човек у невољи предаје раду а не картању!

У службеној је дужности, као чиновник у Библиотеци, био је тачан за свако признање. И данас се посао који је он урадио цени тамо као савршен. Копитар је Вука, осем свега, заволео још и стога што је видео у Вука моралне снаге да критику саслуша и да погрешку призна. Људе који су без тога није ценио, нити је марио да му остану пријатељи. Имао је ироније, имао је сарказма нарочито; слабије је духове често *истином* одбијао од себе. Један пример. Чешког песника и филолога Већеслава Ханку у почетку је волео и помагао; доцније су се разишли због тога што је Копитар осуђивао Ханкине литерарне мистификације. Против Копитара устану Ханкини пријатељи — а Копитар седне па у списак рукописа Дворске Библиотеке у Бечу заведе један рукопис који је Библиотека недавно била купила од Ханке. На рукопису стави белешку из које се сазнаје како је Господин Ханка овај споменик био поклонио Прашкој Библиотеци у нади да ће постати њеним чиновником, а кад у томе није успео, узео је поклон натраг па га је Бечкој Дворској Библиотеци продао за — пет форината!... Свака је реч заједљива, увредљива, али и *истинита*.

С Копитарем као са цензором рукописа многи писци нису били задовољни. Али није ни влада. Први су налазили да је био оштар; влада је веровала да је сувише благ. Писци су га оговарали; влада га је узимала на одговор. Једно је, међу тим, несумњиво: не само да је српске књиге цензурисао по начелима највеће либералности, него их је бранио и борио се за њих и онда кад је влада налазила за потребно да накнадно ускрати већ добијено одобрење штампања или кад је наређивала да се већ наштампана књига конфискује. Ми смо, читајући такве одбране Копитареве, сталног уверења да му је еманциповање и самостално развијање српске књижевности било постало догмом веровања. Врх свега стоји и то да цензорски рад Копитарев не треба оцењивати по данашњим мерилима већ по ондашњим приликама и појмовима владавинских кругова.

Копитар је годинама одлазио у крчму — и данас добро знану — „код белог курјака“. Ту се и хранио, па је ту и Вук чешће залазио. У неким се Копитаревим писмима из познијега доба спомиње и друштво око њихова стола. Кад је Добровски походио пријатеље у Бечу, Копитар пише Мушицком 26 јануара 1821:

„Добровски ради вредно између осталога код мене сваког дана увече од 6 до 9 сах., после чега идемо на вечеру за наш словенски сто код „белога курјака“, разговарамо, једемо, пијемо и, од прилике до 12 сахати, играмо билијара, а за тим око 1 сахата идемо на спавање".

Копитареве слике нема. У доба када није било развијене фотографијске вештине није му тешко било сачувати се од жеље пријатеља који су желели његове слике. Кажу да није желео оставити нацрта свога лика стога што није налазио никакве лепоте на себи. Наш стари Јован Гавриловић, који је Копитара видео у Бечу још 1817 године, причао је Ђ. Рајковићу о услужности коју је сваки походилац Библиотеке налазио од стране Копитареве.

Ко зна шта је све Копитар био Вуку, тај ће појмити како је било Вуковој души кад је 11 августа 1844 изгубио „племенитога Копитара"! После мало дана Вук је успео да за успомену изузме из Копитаревих хартија своја писма која му је писао, и у којима нам је сачувано много лепе и занимљиве грађе за познавање ова два велика човека и њихова времена.

У Бечу, октобра 1913.

ИЗМЕЂУ ЧАСОВА

У нас је, у средњим школама праксом освештан и наредбама утврђен одмор између часова 15 минута. Толики је одмор после првога часа, толики је и између другог и трећег, па, толики и између трећега и четвртог часа. Тако је и после подне, између првога и другог часа.

Свикнути да нам час траје 45 минута, ми и првом часу одузимамо 15 минута. Нико не би знао рећи разлог са којега се први час, и пре и после подне, крњи са 15 минута. Одмор пре почетка рада — то већ не би могао бити разлог да први час изгуби пуну четврт. Није ни задоцнавање ученика узрок познијем почетку рада, јер наши ученици долазе у школу много пре одређенога времена. Свакојако да је то уобичајено само због уједначења часова: да ни први часови не буду дужи од осталих.

Могао би се тај одмор удесити и друкчије. Први часови не би се морали крњити нимало. Кад су и наставници одморни и деца свежа, рад би без тегобе и за кога, могао трајати пун час (60 минута). С малим прекидом морао би се други час надовезати на први. Тек на половини раднога времена пре подне, око 10 часова, потребан је мало дужи одмор. Између трећега и четвртог часа опет краћи одмор.

Према томе, могло би се удесити овако: први час траје 60 минута, други час 50 минута. Између другога и трећег часа одмор би био 20 минута, а између трећега и четвртог часа опет 10 минута.

Не због овога питања колико ће трајати одмор између часова школских, већ због другога нечега, важнијега, пишем ове редове. Важније је питање: *у чем ученици проведу одмор између часова.*

Постарајте се да дођете до тачних одговора на ово питање, па ћете се уверити: да се једни ученици за време одмора свађају и грде; да се други играју игара које су често штетне, понекад опасне; неки оговарају наставнике и споразумевају се како ће „подвалити“ наставнику; неки, из старијих разреда, причају своје авантуре; понеки се завукао у нужник да попуши цигарицу, која је била смрвљена у дну џепа; није један који се затвара у нужник, зарад онанисања; једна групица прикрада се ближе ученицима, да им добаци какво писамце, или бар неку двосмислену реч, итд.

Сетите се ђачкога доба свога, па ћете видети да је и онда било свега овога међу ученицима. Тако је и сада. Тако ће бити и од сада. Било је и биће тако, докле су год ученици остављени сами себи. Без надзора, ученици лако падају у погрешке, а погрешке које се често понављају постају навике. Деца с ружним навикама искваре и другу, добру децу.

Бар то време које деца проведу у школи, у близини својих наставника, не треба пропустити да се за децу корисно не употреби. Док су деца ван домашаја осталих, који утичу на њихово васпитање, нек прави и једини васпитачи њихови, наставници, све време које проведу уз ученике, испуне лепом науком, корисним саветима, пријатном забавом.

Људи друкчијих погледа и одвојених мишљења наћи ће у овој напомени много конзерватизма, застарелих појмова о васпитању и штетних покушаја да се омладина школска ограничи у слободном развијању.

Нек ми се допусти да изјавим јаку сумњу у искреност оних који оваква уверења испољавају. И у интересу је њихову да објавим да они не мисле овако као што говоре.

Да се не би замарали радом и између часова; да би одмор, којим се користе ученици, употребили и наставници, они би радије да проведу то време у канцеларији. Увести своје белешке у Бележницу; уписати у Дневник шта је рађено на часу и који ученици нису били у школи; оптужити разредном старешини немарне и неуредне ученике; посавстовати се с осталим наставницима о појединим, испуштеним ученицима; попушити цигарету: то су разлози, који се могу навести у одбрану наставникова бављења у канцеларији између часова.

А ја и поред тога мислим, да одмор не треба провести у канцеларији, већ у дворишту, или у ходницима школским, међу ученицима. Потребно је да су ученици и на одмору пред очима наставниковим. Не да их „ограничава у слободном кретању“, већ да их поучи, да их упути, и да их сачува од погрешака. То је циљ, зарад којега се жели да наставник буде и на одмору са својим ученицима. Имаће он кад забележити што му је потребно да бележи. Неће се наставник преморити ако с ученицима шета по чисту ваздуху, ако с њима разговара, ако се међу њима креће.

Сваку прилику ваља наставник да употреби где се може приближити ученицима. Нек наставник сиђе с оне висине на коју га је попела разлика у годинама, у положају, у знању. Он је васпитач омладине, па стога мора бити у најближем додиру с њом. Ученици ће с много више поверења прићи наставнику који хоће с њима да се зближи. Његове ће савете радије примати и пре послушати него онога који хладно наређује и озбиљно прети. Добру васпитачу мора бити стало затим, да осваја срца својих васпитаника, да придобија љубав њихову. Без узајамне љубави између васпитача и васпитаника неће бити корисних последица васпитачкога рада. А деца одговарају на љубав љубављу у пуној мери.

Кад је наставник у непосредној близини ученика, моћи ће на време спречити ученика, да не падне у погрешку, отклонити оно што би могло бити штетно и опасно по њих. А свакојако је боље не допустити да се учини погрешка, него после за погрешку кажњавати.

Слабуњав, невешт дечко пуже се на гимнастичке справе, а нема никога уз њега да га придржи ако се отисне, по потреби да га спречи у намери да се забавља оним за шта још није дорастао. Један се љуља на вратилу, а други, немирко, гурне га, те онај с вратила пада и удара грудима о земљу. Двојица се јуре, а један подметне ногу тркачу, и ето га, истрке на земљи. Скачући с трамбулине, један пао, а други, у трку за њим, и не мислећи да онај може пасти, налети на њега, па се често обојица повреде... Да је ту био наставник, не би се то десило. Један би наставник био с једном групом ученика; други с другом. Ученици се не би могли крити испред очију наставникових.

Свакојако, није задатак наставнику да врши дужност полицајца, који само чува децу да се не повреде, да не учине какву штету. То би већ могао вршити и човек других квалификација. Наставникова је дужност много лепша и пријатнија.

За време одмора, као оно при излетима и екскурзијама, наставнику се даје прилика да дође у интимнији додир са ученицима. Он им се приближује и улази у њихову средину као прави пријатељ, као старији брат, или отац. Разговара с њима и о учењу лекција и о изради задатака, упућујући их у тим пословима. Саслушава том приликом исповести њихове, на какве тешкоће наилазе при учењу. Често ће наставник у тим приликама чути од ученика понешто што ће га упутити на размишљање, на истраживање начина да му настава буде и јаснија и пријатнија.

Има у средњој школи деце која не умеју да уче. Наставник, на часу граби да што више нове грађе принесе ученицима, да му не би остао програм недовршен. Не сећа се, да упути ученике на који ће начин радити, па да дани им задатак науче, да оно што им је он говорио и објашњавао пређе у њихову својину. Кад наставник не стиже у школи да упути своје ученике, ето му прилике на одмору да о том поразговара с њима.

На предусретљивост наставникову ученик одговара пуним поверењем. Он се исповеда пред наставником, казује му све шта га тишти, тражи од њега помоћи. Једва ли ће се наћи који заблудели дечак, кога не би могао наставник придобити, који не би показао добре воље да прими савете наставникове.

Ја чак мислим да се и ти заблудели дају вратити с крива пута, ако наставник уложи више труда и много добре воље. Необично је јак ауторитет наставников. Ученик се радије покорава и самој жељи наставниковој него наредби родитељској. Не користити се толиком преданошћу дечјом, штета је. А лепим се — знају то наставници — постиже много више, него оштрином и казнама.

*

Деца радо читају лепе књиге, ако се ко потруди да им омили читање. Свака школа треба да има ђачку књижницу, у коју би биле унесене само оне књиге које школска омладина може с коришћу читати. Књижницом треба да рукује један наставник. Он би упућивао ученике шта да читају; уверавао би се да ли је збиља ученик прочитао књигу коју је узео из књижнице. Скретао би им пажњу на поједина лепа места и протумачио би им све што не би разумели.

У једној прилици поставио сам био у разреду питање: „Шта си читао?“ Како је велика разлика између појединих ученика! Неки су читали доста, више него што би се могло допустити; читали су и књиге које премашају њихову снагу, које нису могли разумети. Други су читали много мање. Неки чак тако мало, да би им се са основом могло пребацити што не читају више. А за чудо, како ми је, после тога извештаја, одмах било јасно, што раније нисам могао протумачити: Зашто поједини, добри ученици раде лошије писмене задатке него други који се не убрајају у одличне и врло добре ученике. Они који су више читали, који умеју да читају, користе се добивеним знањем из лепих књига које су прочитали — унесу то у своје задатке.

А има у гимназијама деце писмене. Понеки ученик, или ученица толико одскочи од својих другова, да човек не само са уживањем већ с чуђењем чита писмене задатке њихове. Бива случајева да ученик, или ученица нижих школа боље ради писмене задатке него понеки матурант.

Извесно је, да би гимназијски ученици били много јачи у писмености, кад би се томе поклонила већа пажња.

Ко мало чита, тешко може радити добре писмене задатке.

Као што је корисно читати ваљану књигу, тако је штетно читати књигу лоше садржине. Сам ученик не уме изабрати шта треба да чита. Ваља неко да му то каже. А он нити има кога другог да пита, нити треба допустити да га упућује ко други, већ његов наставник.

Ученик који заволи књигу, којему се оslади читање, ретко да је немаран у школи. Ако би се и десио такав случај, ваљало би добро испитати узроке тој појави. Може бити да узрок није до самог ученика. О тој теми наставник може да размишља и да разговара са ученицима.

*

Поставите који пут питање ученицима: Шта би желео да будеш? или овако: Чему тежиш? тражећи да вам се изјасне: којем би се позиву најрадије посветили, и зашто баш ту професију цене, имаћете да чујете интересантних одговара. Неки би хтели бити лекари, јер лекар може да заради много новаца. Други би желели учити Тргов. Академију, јер учење у тој школи траје мање него у осталим школама. Једни би хтели бити професори, да би могли давати двојке и јединице ученицима који их не буду слушали. Неко жели бити трговац, јер је трговачка кућа увек масна. Приличан је број оних који би радо били официри, јер је лепа официрска униформа. Најмање је оних који имају лепшу мотивацију за ону професију којој би се најрадије одали. Али има и оних, који — види се — не знају ни шта би хтели, а камо ли још да они умеју мотивисати своју жељу.

Не знају понеки ученици да одговоре на питања, која се нама чине и врло обична и сасвим проста. Не знају многа деца зашто уче школу. Њима се рекло да буду ђаци, и она слушају: иду у школу, уче, да би задовољили своје родитеље. Често ни родитељи не знају на коју ће страну окренути своју децу. Наклоности дечје не познају, нити их умеју уочити.

Опет наставник треба да прискочи у помоћ. Он је тај који ће знати да оцени за шта је које дете. Он може да изазове код детета интересовање за једну професију, да га загреје љубављу према послу, који му је на помолу. Уживајући потпуно поверење учениково, он ће ученику дати објашњења да лекар не сме рачунати на тековину; да није добар наставник који воли да даје јединице и двојке итд. Наставник је једини, који родитељу може дати леп савет и у питању избора позива.

И такви се разговори могу видети с ученицима на одмору, између часова.

*

Наставник запази да неки ученик има чешће новаца на расположењу, па их троши на посластице, или на какве беспослице. Погрешио би наставник кад се не би постарао за времена да тога ученика упути да свој новац не растура. Дужност је објаснити и томе ученику, а и свима осталим, да се новац може употребити много кориснији. Док не узумедне сам располагати својим новцем, најбоље је да ученик уноси новац у Ђачку Штедионицу, коју треба основати у свакој школи.

Сваки петпарац, који стоји ученику на слободну расположењу, ваља сачувати и дати у штедионицу. Тиме се постижу многоструке користи: није проћердан новац, до којега се уопште не долази лако; дете се навикава ограничењу својих прохтева, који би, често задовољавани, могли завести ученика на странпутицу; уштеђен новац прибира се, увећава се тако, да ученик неосетно дође до једне лепе сумице, којим се може корисно послужити онда кад му новац у збиљи буде потребан...

Штедња је врлина, коју треба развијати код деце. Од деце расипача могу постати само пропалице људи. Такви, улазећи с ружном навиком у живот, обично морално посрну, јер им треба много више него што могу да зараде.

У разговору с децом, наставник им чини овакве напомене. Последица је тога разговора, да ће се у року од три дана јавити бар 25% ученика с улогом у ђачку штедионицу.

*

У природи је детета да воли игру. Детету је игра потребна. И ученици треба да се играју. У школском дворишту треба да има довољно простора за дечје игре. Само деца не умеју увек да изберу игре. И ту наставник треба да притече у помоћ. Научиће децу лепим играма, а још боље ако и сам узме учашћа у игри.

Витешке игре: трчање, скакање, бацање камена с рамена, хрвање; лоптање; футбал; крокет — све су те игре боље, него нпр.: хватање хајдука; заробљавање, клис, крмачице, попић итд.

У школском дворишту треба да има довољно ситна песка. Ту наставник приређује утакмицу у скакању, сместа и истрке (с трамбулине, или без ње); прескакање конопца; хрвање. Он је ту, да се нађе за сваки случај; он одржава ред и подстиче на утакмицу и оне који се устручавају да участвују у игри, било с тога што осећају да ће бити побеђени, или што хоће да мудрују.

Утркивање на одстојању од неколико десетина метара (за старије и повише) у малим групама, па издвајање најбољих тркача из свију група па најмањих и оних најспоријих. Све то наставник може да приређује за време одмора, како би се после, на излетима, деца и сама утркивала.

Нашој омладини ваља дати што више спартанскога васпитања: развити јој физичку снагу, створити од ње одличне соколце. Истичући јој за углед јунаке наше из старијих времена, а нарочито из последњег рата нашега, кад су војници наши целу зиму провели под ведрим небом, позивати их да се припреме да и сами буду такви. Борци, који газе дубоке реке, и велике ритове, не обустављајући паљбу против непријатеља, заслужили су дивљење свега света. Омладина српска не сме изостати у јунаштву и издржљивости иза старијих бораца.

Наставник, чинећи такве напомене ученицима, увериће се како се његове речи лепе за срце младу Српчету. Необично су сјајни резултати таквога рада.

*

Поуке које се дају ученицима „на лицу места“ далеко су јаче него оне у школи, с катедре. У игри, при забави, на излету, ученици се покажу у правој боји својој. Неки завидљив и пакостан, други ћутљив и лакосрд, један се улагује и стара се да придобије наклоност наставникову; други прзница и убојица; један хвалисав и ташт; један, мрзовољан, гледа на све игре и забаве, с подсмехом, итд. Наставник треба да држи на оку свакога, па чим што опази, одмах да поправи, да опомене и да посаветује. Несносне и зле да насамо укори и упути да промене своје држање. Ако ни то не помогне, изрећи осуду пред друговима. Најзад, за извесно време, одвојити таквога ученика од учашћа у игри и у излетима.

Наставници, који се више баве међу својим ученицима, кад их боље упознају, доћи ће до уверења да се оне казне, прописане правилима о кажњавању ученика, не морају примењивати, да могу бити замењене казнама које су напред поменуте.

* * *

Верујем да ће сваки наставник, који у начелу усваја ове напомена, и сам доћи на мисао шта треба да разговара с ученицима и како да их упућује. За кратко време увериће се да је за ученике боље а њему пријатније провести одмор између часова у дворишту, или у ходницима, место у канцеларији.

Онима који налазе да се наставници и сувише оптерећавају захтевом да се лише одмора између часова, може се одговорити:

Није лако бити наставник. Коме су ученици мили, ко свој посао воли — неће зажалити ни оно време које проведе са својим ученицнма. Труд ће им бити накнађен тим, што ће ученици постати марљивији и послушнији. Дужности ће својој наставници одговорити у пунијој мери, кад буду спремили Отаџбини витезове, моралне људе и вредне посленике.

У том циљу радећи, средњошколски наставници српски неће осетити умора.

Л.

ПРИКАЗИ И ОЦЕНЕ

1. СПИСИ

Оптерећеност у школи и како би се деци могло олакшати од Васе Пушибрка. Прештампано из „Сриства“. У Новом Саду. Штампарија деон. д. „Натошевић“. 1911.

12°, страна 67, цена?

Ова ме је књижица веома јако изненадила. Васа Пушибрк је био готово четрдесет година управитељ новосадске гимназије српске, и ваљада пола века управитељ и учитељ у њој. За то је време имао прилике да тече искуства као мало ко, да види многе учитеље и њихов рад, да посматра утицај предмета на многе генерације ученичке. Према томе, и према натпису ове књижице ишчекивао сам, да ћу наћи у њој резултате дугогодишњега рада и посматрања, да ћу наћи у њој предлоге и савете, како би се невољама, што их школа са собом носи, могло доскочити *сред садашњих прилика*. Нарочито сам пак ишчекивао, да ћу у њој наћи разлагања о преоптерећености, која се јавља услед дидактичких погрешака учитељских, и како би се ова преоптерећеност дала уклонити.

Међутим стари управитељ, незадовољан садашњом школом и њезиним резултатима, оставивши школу, оставља и њезине садашње облике и бежи у царство идеала. Васа Пушибрк дао нам је у овом свом педагогијском тестаменту једну педагогијску утопију.

Пушибрк находи, да су наше школе удешаване према школама на страни, и да према томе не одговарају нашим потребама. Осим тога, да се у школу уводи и политика, у Аустрији се иде за понемчавањем, у Мађарској за помађаривањем школом, па и то омеће напредак у школи, а циљ се политички не постизава. Он тражи, да школа буде „удешена према земљи и према начину живота и људске зараде“ и да школа служи појединцима и друштву тако, како ће дати што бољу подлогу за њихов материјални опстанак. Ово је Пушибрк тако јако истакао, да нам се чини, да је према томе интелектуално, естетично и морално васпитање запостављено. Пушибрк иде за непосредном коришћу, он не цени „образовање радом за рад“ као уопште на формално васпитање, и игра и у интелектуалном васпитању даје тако место, да нас живо подсећа на Безедова и на филантропизамске покрете.

У основним школама Пушибрк би свео читаву дневну насваву на три часа, а само би у градским школска година трајала десет месеца, у осталим (сеоским, салашким и предградским) највише од 15. октобра до 15. марта. Сасвим правилно Пушибрк тражи, да основна школа буде школа матерњега језика, и да се из ње избаци страни језик „па ма то био и државни". Грађанске поуке („прав и дужности грађана") нису никако у вољи Пушибрку. Помишљајући може бити и на Сремчева Срету учитеља у „Лимунацији на селу" вели наш писац:... „јер фантаст учитељ као недозрео политичар заврне кроз неколико година целом селу — месту мозак, па нико у њему не зна ни за какве дужности, а присваја себи, и која му не припадају". Пушибрк тражи за масу народну осам разреда, за оне, што иду на занат и трговину, шест, а као припрему за средње школе четири. О унутрашњем уређењу основних школа (што би нас највише занимало писац нам, осим већ споменута два момента, не вели ништа.

Пушибрк прелази затим на средњу школу и приказује нам критички њезине предмете. Зауставља се највише на избору наставнога градива. Његове напомене ће читаоци пратити наизменично с одобравањем и с неодобравањем, — најнезадовољнији ће бити они, који би тражили мало дубље продирање. Да ће нам пак учитељ с толиким искуством морати дати и врло умесних примедаба, само се собом разуме. Тако је н. пр. врло тачно обележено, зашто се у нас у настави класичних језика не долази до циља и зашто она, према томе, не показује ни близу резултате, који се од ње ишчекују, — утисак је или готово никакав, или и негативан, јер се не читају дела но само поједини одломци, уколико и има некаквога утиска, то није онај непосредно задобивени, но посредни, који долази од објашњења учитељева. Али ово не може бити разлог против класичне или уопште против литерарне наставе, него треба ићи затим, да се удари оним путовима (а ових заиста има!), којима се долази до циља.

Стари управитељ неће да буде конзервативан, и он би хтео из основа да реформује средњу школу. Његов је наставни план овај:

Предмет	Разред								Свега часова
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
Наука вере	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Матерњи језик	5	5	4	4	4	4	5	5	36
Мађ.-државни језик	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Немачки језик	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Земљопис	3	3	3	3	—	—	—	—	12
Историја	—	—	—	—	3	3	3	3	12
Природне науке	3	3	3	3	3	3	3	3	24
Математика	4	4	4	4	4	4	4	4	32
Певање и музика	2	2	3	3	2	2	1	1	16
Цртање	2	2	2	2	2	2	1	1	14
Свега часова	20	20	20	20	21	21	22	22	166

Ту нам пре свега упада у очи да је оно, што је досада било главно у средњој школи (језици), сасвим потиснуто: стари су језици сасвим избачени, нови сведени на најмању меру. Али Пушибрк ако и јесте, насупрот свом ранијем мишљењу, дошао „одлучно до тога резултата, да латински језик не заслужује те важности, која му се даје“, ипак изјављује, да он није противник старим језицима. Он је сад за то, да се ти језици уче факултативно. Живим пак језицима даје он много веће значење, него што би се то из његова наставна плана дало извести. Јер поред ове школе, која би радила по том наставном плану само пре подне три до четири часа, има Пушибрк и другу, школу по подне, која је начињена сасвим по узору филанатрописта: ту се учи на слободном ваздуху и у игри, па и трећу вечерњу, као што ћемо касније видети.

Пушибрк замишља ту школу на здраву месту недалеко од града, где се ученици и мушки и женски, и то свих народности тога града, састају од 1 часа по подне па до мрака. Ту деца у игри уче језике свога града једни од других (наизред се говори увек само једним језиком, отприлике као сад у пансионатима), имају ту и школу за играње (народних и салонских игара), па и за војничка вежбања. Писац мисли, да би се деца тим начином ослободила од „танцмајстора из места или из бела света“, па касније чак и војне службе, — „она једногодишња добровољачка служба могла би сасвим отпасти или претворити се у службу од два месеца највише“(!). „На тима игралиштима“, вели писап напослетку, „дали би се можда и други послови боље обављати него у затвореним локалима као н. пр. певање, музика, многи женски ручни рад; не знам ја саде ни набројати, шта ће се све временом моћи постићи“.

Чини се, као да Пушибрк замишља, да је ово игралиште заједничко за ученике и основних и средњих школа. И ученици основних школа уче све стране језике онако у игри. Ученици средњошколски са стране, где се не говоре језици тога града, где се школују, науче те језике на исти начин. С игралиштем као да је ипак спојена и нека школа, и то вечерња, јер се од 5 до 6, па и до 7 и 8 увече уче језици систематски, прво живи (од 3. разреда) па после (од 5. разреда) и мртви, за оне, који ће ићи на велике школе. Језици се уче наизредно, т. ј. један за другим, прво мађарски, па немачки, па латински, па грчки. Који ученици не уче старе, уче даље друге живе језике или „друго што потребно у грађанском животу“. — Како би се то све извело, како би се довела у везу преподневна настава, настава у игри и вечерња настава, о томе нам писац не говори, бесумње оставља и то да касније „пракса успостави“. Међутим до овога као да неће ни доћи, пишчеве идеје једва да ће наћи следбеника, јер оне нити су практичне (управљати толиким масама разнородних ученика!) нити се могу теоријски оправдати. Ако и идемо за тим, да рад ученицима олакшамо, не смемо од рада начинити игру, а исто тако и игри морамо оставити да буде то, што је, ако хоћемо да изведемо из ње све користи за телесно и остало васпитање, и не смемо је спојити с радом или с неким другим споредним смеровима, који би је могли ометати.

Као овај први и најважнији део Пушибркове расправе тако исто и остале делове прати променљив суд. Писац је за испите, и то за оштре испите, уме да нађе добре разлоге за своје стајалиште, али наводи и такове, које истичу само из рђаве наставе [„тек кад се ученик за испит спрема, тек онда добије правога прегледа о целом предмету, а то му вреди више, него што је целе године учио и мучио се“(!)]. — Школске књиге треба да издаје држава, — али то зацело није најбољи начин за унапређење школске књижевности, кад се уклања слободна утакмица. Да су многа објашњења у уџбеницима штетна, има Пушибрк право, па и слике, које се сад често трпају и где треба и где не треба, да би се токорсе одговорило начелу опажајности („очигледности“) и „оживеле“ наставу. Уџбеник не сме чинити наставу излишном и не сме наводити ученика на помисао, да може, ослањајући се на њ, и не пазити за време наставе. — Говорећи о „школском закону“ (о правилима за владање ученика) Пушибрк има доста напредних и ненапредних мисли. Напредне су, да школа, пошто није једини фактор у васпитању, не може за све одговарати, а да ни ученици не могу бити њој за све своје поступке одговорни. Ненапредније су, сувишна бојазан од обмана и заваравања и стрепња за „aукторитет управе и професорске колегије“. Управа и колегија треба да умеју саме да сачувају свој авторите, да не приступају ученицима с неповерењем, да од природних појава у ученичком животу не граде „грехове“, те да тако саме не изазивају у њима *потребу* за обмањивањем и заваравањем.

На крају се расправе Пушибрк враћа на већ истакнута напред своја опажања и находи, да су конзерватизам (учење старих) језика и друго и политика (понемчавање и т. д.) главни узроци преоптерећености и неуспеху у школама у Аустроугарској. Али се од тога двога ни једнога школа не може ослободити, традиције се у школи непрестано одржавају (школе су и постале ради одржавања традиција), и свака држава тера са школом своју политику, јер је и школа политичка установа. Нама је дакле потребно, да решимо питање, како ћемо ученике спасти од преоптерећености и поред политике. А стари нам се управитељ и у овој својој борби против конзерватизма и против политике показао и као конзервативан и као политичар, јер он је ову своју књижницу саставио, да *сачува* свој народ и његова предања сред *државних* прилика, у којима се на њих напада.

Изненађење је дакле које ова расправа изазива, у томе, што личи више оним књигама, које су о школи и о преоптерећености у њој писали ваншколски људи. Она се држи[1] више спољашњих него унутрашњих момената, и стајалиште пишчево није право школско. Пушибрк је био на једном бедему народном, који је требало бранити на разним странама, национални су задаци и националне потребе морале бити ту често истицане и изнад школских, и трагови се те борбе осећају и у овој књижици. Истицање пак „одржања живота и унапређења грађанског, породичног благостања, и потребе, да се радничка снага народна „не спречава нити одузима“ показује нам јако, да и ова расправа иде правцем, којим је последњих година кренуо живот народни у оним крајевима.

М. Ш.

---

[1] Као што рече недавно умрли педагог *Али*, „der Vater des überbirdungsjammers und Schulebends“ био је доктор *Лоринсер*, који је 1836. издао расправу „Zum Schutze der Gesundheit in den Schulen“. У том се правцу пише све до данас, и чине разни, често и врло чудновати предлози, како да се преоптерећености доскочи. Ко жели да се с тим предлозима упозна, нека загледа у ове књиге: *Löwenthal*, Grundzüge einer Hygiene des Unterrichts (Wiesbaden 1887.), *D-r Ewald Hauffe*, Die natürliche Erziehnung, Grundzüge des objekiiven Systems (2. изд. Znoim 1893.). *W. Ostwald*, Wider das Schuleend (Leipzig 1909.), па ће видети уједно, да се мисли у њима у које чему слажу с Пушибрковим. С овим нећу да кажем, да се Пушибрк тим делима служио, а не би му се смело замерити, и да се послужио·

2. ДРУШТВА И УСТАНОВЕ

Српска Краљевска Академија — 2. децембра 1913 био је скуп *Академије Друштвених Наука* на коме су: 1. Дописник г. др. Ст. Станојевић приказао продужење својих студија о српској дипломатици: XI. Кароборација, XII. Апрекација, XIII. Потпис, XIV. Хронологија, XV. Писар, XVI. Печат. Све је ово примљено за *Глас* II разреда. 2. Приказана је расправа д-ра Момчила Николића; „Аграрно-правни положај српског тежака под Турцима. 1 део: Од турског освојења до краја 18 века", па је дата на оцену г. Ст. Новаковићу. Према реферату г. Драг. М. Павловића одлучено је, да се расправа д-ра Душана Пантелића: „Аустријски покушаји за освојење Београда 1787—1788" штампа у *Гласу* II разреда. 4. Прочитан је реферат г. д-ра Драг. М. Павловића о књизи капетана Љуб. П. Љубишића: „Шеста година српског устанка", по коме се књига препоручује за награду коју је расписало Министарство Просвете. 5. Академик г. Јов. Н. Томић приказао је своју расправу „Црногорски митрополит Василије и емиграција Црногораца у Русију 1754—1757", која ће се штампати у *Гласу* II разреда.

Председништво Академије имало је скуп 3. децембра 1913. На овоме скупу прочитан је реферат г..г. Момчила Иванића, д-ра Бранислава Петронијевића и Милана Грола о списима поднетим на расписани стечај за награду из Задужбине Димитрија Стаменковића. Према овоме реферату одлучено је да се са по 1000 дин. у злату награде спис *Ж. О. Дачића*: „Да нам буде боље" и превод *Влад. Т. Спасојевића* Вагнеровог дела „Кроз живот". — Пошто ће у новој години изаћи прва књига илустрованих српских народних песама трошком ове задужбине, то стечај за нову награду није расписиван.

Заједнички скуп *Академије Философских Наука* и *Академије Уметности* био је 9. децембра 1913. год. 1) Пошто су се пријавила још неколицина уметника који би желели узети учешћа у илустровању српских народних песама, то су у раније објављеном распореду илустровања песама учињене ове измене: г. *Драг. Ј. Павловићу*, дате су песме Мали Радојица; Хвала Чупићева, — од којих је прва била намењена г. Бецићу, друга Бабићу. Г-ци *Надежди Петровићевој*, песме Бој на салашу, и Луко Лазаревић и Пејза, које су биле одређене г. Саши Шантелу. Г. *Малиши К. Глишићу* песме Костреш Харамбашо, и Растанак Карађорђа са Србијом, од којих је прва била одређена г. Бабићу, а друга г. Бранку Поповићу, који је место ове добио песму Почетак буне против Дахија. Г. *Хинку Смрекару* дата је песма Маргита девојка и Рајко војвода. 2. Приказани су записи и натписи, које су послали г.г. Влад. Скарић, проф. Коста Н. Костић и др. Тих. Р. Ђорђевић, па је одлучено, да се придруже осталим записима и натписима намењении за IV књигу. 3. Усвојен је предлог председника Академије да се учини једна представка г. Министру просвете и црквених послова у којој би се обратила пажња Владина да се заштите од даљега квара споменици наше старе културе у новим крајевима, и прикупе, у колико је још остало, стари наши рукописи и књиге.

Целокупна Академија имала је скуп 16. децембра 1913. године: 1) Овогодишња књижевна помоћ од 960 дин. у злату из Задужбине Михаила и Марије Миливојевића одређена је г. Владиславу Петковићу — Dis-у. 2) Одобрено је задужење Академије у 1,200.000 дин. код Српске Државе за зидање дома. 3. Одлучено је да главни годишњи скуп Академије буде 3. фебруара 1914 год. на коме се могу бирати четири редовна и осам дописних чланова. 3) Усвојена су, са малим изменама, нова правила о фондовима и задужбинама Академијиним, која је Председништво спремило.

Р.

„Просветни Гласник“ излази у месечним свескама од 6 и више табака, на великој осмини. — Стаје годишње: за Србију 12 дин., за друге земље 15 дин. у злату (франака). — Претплата се шаље Управи Државне Штампарије краљевине Србије у Београду. — Рукописи се шаљу у уредништву (Министарство Просвете и Црквених Послова у Београду). Они се, на захтев писца, враћају.

ОДГОВОРНИ УРЕДНИК Др. МИЛ. Н. ЈОВАНОВИЋ
ДЕЛИГРАДСКА УЛ. 9.

ШТАМПА
ДРЖАВНА ШТАМПАРИЈА