

# СРПСКИ ТЕХНИЧКИ ЛИСТ

ОРГАН УДРУЖЕЊА СРПСКИХ ИНЖЕЊЕРА И АРХИТЕКТА.

## Контролни статички прорачун моста преко Моравице у Ивањици графичким путем

(СА СЛИКАМА НА ЛИСТОВИМА 1—3.)

од М. Турудића

Као пројектант Ивањичког моста, штампао сам у Срп. Техничком Листу за 1903. год. аналитички статички прорачун његов на основу теорије еластичитета. При крају именованог чланка поменуто је, да ће се потпуности ради доцније штампати и остали цртежи контролног графичког прорачуна по истој теорији са кратким објашњењем примене њене, према делу поменутом у првом чланку, што се овом приликом и чини.

Из ранијих и садањих слика види се, да су лева и десна половина свода подељене на по петнајест ламела ширине  $\lambda = 1,0$  м. односно  $\lambda_1 = 0,8606$  м., чист отвор моста износи 28 м. а стрела свода  $f = 6,5$  м. Пошто смо свод поделили на ламеле, утврдили смо тиме на оси његовој систем тачака 0—15 односно 0—15', дакле укупно  $m = 31$  тачку. Ако свод однесемо на координатни систем са апсцисном осом  $X' - X'$  која пролази кроз крајње тачке А и В осе лука и ординатном  $Y - Y$ , која је у исто доба оса симетрије његове, онда ће нам  $m$ -та тачка на оси свода бити утврђена правоуглим координатама  $X_m, Y_m$  које се из димензија свода могу рачунски одредити на начин показат у првом чланку. Да би обрасци за рачунање свода по теорији еластичитета, као статички, неодређеног лука без зглавака испали што простији, узима се нова апсцисна оса  $X - X$  удаљена изнад осе  $X' - X'$ , за количину

$$t_0 = \frac{\sum_A^c Y'_m \cdot W_b}{\sum_A^c W_b} = \frac{\sum_A^c v}{\sum_A^c W_b}$$

као што је то у аналитичком рачуну поменуто. Количине последње једначине лако је одредити за све спојнице свода, пролазеће кроз тачке  $m$ , чим смо израчунали: јачине спојница  $d$ , њихове моменте лењивости  $J = \frac{1}{12} d^3$  и от-

порне моменте  $W = \frac{1}{6} d^2$  при дубини свода од 1,0 м.

Означимо ли са  $\varphi^0$  угао нагиба спојнице према вертикали имаћемо да су количине:  $V = Y' \cdot \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$

$W_b = \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$  које су уз остале потребне количине у аналитичком рачуну одређене и табеларно сређене. На одредбу количина од којих  $t_0$  зависи ваља обратити што већу пажњу, пошто је грешка у њима учињена осетна.

У аналитичком прорачуну показато је, да су моментне једначине у односу на вертикалне пресеке свода, кроз утврђене тачке  $m$  на оси његовој, за средине спојница и обе тачке језгра дате овим једначинама:

$$\begin{cases} M_{cp} = M_{am} - X_a \cdot X_m - X_b - X_c \cdot Y_m \\ M_c = M_{am} - X_a \cdot X_m - X_b - X_c \cdot \left( Y_m - \frac{d}{6} \right) \\ M_y = M_{am} - X_a \cdot X_m - X_b - X_c \cdot \left( Y_m + \frac{d}{6} \right) \end{cases}$$

У којима су  $M_{am}$  momenti просте греде А В од силе Р за посматране вертикалне пресеке кроз тачке  $m$ , а  $X_a, X_b$  и  $X_c$  статички неодређене количине лука без зглавака, према томе оне имају следеће облике:

$$\begin{cases} X_a = \frac{c}{l} H = \frac{\sum_A^B M_{am} \cdot W_a}{\sum_A^B X_m \cdot W_a} \\ X_b = H \cdot z_0 = \frac{\sum_A^B M_{am} \cdot W_b}{\sum_A^B W_b} \\ X_c = H = \frac{\sum_A^B M_{am} \cdot W_c}{\sum_A^B Y_m \cdot W_c} \end{cases}$$

$\sum_A^B$  = суми по Симпсоновом правилу и замењује знак

$$\int_A^B$$

међутим  $\Sigma$  означаје просту алгебарску суму. Чиме су остале количине горњих једначина престављене, показато је у првом чланку аналитичког прорачуна, а како се графичким путем долази до непознатих  $X -$



величина, које су зависне само од димензија свода и оптерећења, а никако од положаја посматране спојнице показујемо мало ниже, Главни циљ овог као и ранијег чланка тај је, да се једним бројним примером расветли примена теорије еластичитета на рачунање свода без зглавака, као статички неодређеног система, не упуштајући се у извођење саме чисте теорије, која је изложена у аутографисаним предавањима проф. Mehrrens-a.

Статички неодређене  $X$  — величине најлакше се одређују помоћу тако званих утицајних линија за те величине; и кад њих имамо, лако је из једначина 1) за све посматране спојнице свода кроз тачке  $m$  на његовој осовини изнаћи и величине момената:  $M_{sr}$ ,  $M_s$  и  $M_y$ , а по том и сама специфичка напрезања у спојницама помоћу образаца:  $\sigma_c = \frac{M_c}{W}$  и  $\sigma_y = \frac{M_y}{W}$  за спољне

и унутарње ивице њихове, јер су нам отпорни моменти  $W$  спојница дати. При одредби ивичних напрезања постоји за сваку спојницу од покретног оптерећења извесан најопаснији положај тог терета, који се такође може одредити помоћу утицајних линија, бар за карактерне спојнице у темену и ослонцима свода, а поред тога и у спојници где  $X - X$  оса сече осу свода, пошто је то приближно опасни пресек, поред оних кроз теме и ослонце свода. Ово нарочито важи за сводове већих распона — дакле са сразмерно великим сопственим а малим прелазним теретом, као што је и наш пример. У њему се добија максимално напрезање у теменој спојници при тоталном оптерећењу свода, а у ослонцима при једностраном оптерећењу. Махом се простоте ради сводови па и опасни пресеци рачунају за стално, тотално и оно једнострано оптерећење, при коме је једна половина свода оптерећена сталним, а друга поред сталног и прелазним теретом, што је и приближно тачно. Одредба потпорне линије за сопствену тежину самог свода са надзидцима до изолаторског слоја била би потребна за то, што она одговара стању када се спуштају сводне скеле, али се она неће много разликовати од оне за пуну сопствену тежину. Скелу треба по најновијем искуству спуштати по завршетку свода што доцније никако пре четири недеље. Тек после измакнутих скела и довршеног слегања ваља метнути изолаторски слој, за који неће бити више бојазни да ће пуцати.

**Одредба непознатих  $X$  — величина помоћу утицајних линија (види лист 1 и 2)**

Бројници:

$$\sum_A^B M_{am} \cdot W_a, \sum_A^B M_{am} \cdot W_b \text{ и } \sum_A^B$$

$M_{am}$ ,  $w_c$  у једначини 2) за  $X$  — величине дају се према последњој слици на листу 2) овако преставити: Нека нам је дат ма какав лук распона  $AB = l$  изложен нападлу покретног терета  $P = 1$  дејствујућег моментано у тачки  $r$ . Замислимо ли просту греду  $A_1 B_1$  истог распона  $l$  као што је и лук, оптерећену на исти начин као и лук, то ћемо за њу имати ове једначине:  $A_1 \cdot l = P \cdot b$

$$A_1 = \frac{P \cdot b}{l}, B_1 \cdot l = P \cdot a, B_1 = \frac{P \cdot a}{l}. \text{ Ако посматримо}$$

лево и десно од  $r$  по једну тачку  $m_1$  и  $m_2$  на луку, то ћемо за просту греду  $A_1 B_1$  имати, да су моменти услед силе  $P = 1$  у односу на вертикалне пресеке кроз посматране све могуће тачке  $m_1$  између  $A$  и  $r$ , односно тачке  $m_2$  између  $r$  и  $B$  дати у опште овим једначинама:

$$\left. \begin{aligned} 3) M_{am_1} &= A_1 \xi_1 = \frac{P \cdot b}{l} \xi_1 \\ 4) M_{am_2} &= B_1 \xi_2 = \frac{P \cdot a}{l} \xi_2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Помножимо једначине 3)} \\ \text{и 4) са одговарајућом вр-} \\ \text{стом пређе израчунатих} \\ \text{еластичних сила } W_a, W_b, \\ W_c, \text{ на пример са } W_a, \end{array}$$

односно  $w_{a2}$  дејствујућим у тачкама  $m_1$  односно  $m_2$ , па ћемо имати једначне:

$$5) M_{am_1} \cdot W_a = A_1 \xi_1 \cdot W_a = \frac{P \cdot b}{l} \xi_1 \cdot W_a$$

$$6) M_{am_2} \cdot W_a = B_1 \xi_2 \cdot W_a = \frac{P \cdot a}{l} \xi_2 \cdot W_a$$

Број једначина 5) односно 6) зависи од броја узетих тачака  $m_1$  између  $A$  и  $r$ , односно  $m_2$  између  $r$  и  $B$ , у опште ће бити:

$$\begin{aligned} 7) \sum_A^B M_{am} \cdot W_a &= \sum_A^r M_{am_1} \cdot W_a + \\ + \sum_r^B M_{am_2} \cdot W_a &= \sum_A^r \frac{P \cdot b}{l} \xi_1 \cdot W_a + \\ + \sum_r^B \frac{P \cdot a}{l} \xi_2 \cdot W_a &= P \left( \frac{b}{l} \sum_A^r \xi_1 \cdot W_a + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{l} \sum_r^B \xi_2 \cdot W_a \right) \end{aligned}$$

Замислимо сада, да нам је прост носилац  $A' B'$ , оптерећен само силом  $W_a$  дејствујућом у вертикали кроз тачку  $m_1$ , која се налази између  $A$  и  $r$ , па ћемо имати:

$$B'_1 \cdot l = W_a \cdot \xi_1; B'_1 = \frac{W_a \cdot \xi_1}{l}$$

отуда је моменат просте греде  $A' B'$ , оптерећене само силом  $W_a$ , а за вертикалан пресек кроз тачку  $r$  испод силе  $P = 1$  дат једначином:

$$8) \left\{ M_{wa_1} = B'_1 \cdot b = \frac{W_a \cdot \xi_1 \cdot b}{l} \right\}$$

На сличан начин имали би за прост носилац  $A'_2 B'_2$ , оптерећен само силом  $W_a$ , дејствујућом у вертикали кроз тачку  $m_2$  између  $r$  и  $B$  и сличне једначине горњим:

т. ј.  $A'_2 \cdot l = W_a \cdot \xi_2$ ,  $A'_2 = \frac{W_a \cdot \xi_2}{l}$ , отуда је моменат просте греде  $A'_2 B'_2$  од силе  $W_a$ , а за вертикалан пресек кроз танку  $r$  испод силе  $P = 1$  дат једначином

$$9) M_{wa_2} = A'_2 \cdot a = \frac{W_a \cdot \xi_2 \cdot a}{l}$$

По принципу сумирања дејстава од више узрока — овде момената просте греде оптерећене силама  $W_a$  и  $W_b$  за један и исти вертикалан пресек кроз тачку  $r$ , имаћемо даје резултујући моменат:

$$10) M_{wa} = M_{wa_1} + M_{wa_2} = \frac{W_a \cdot \xi_1 \cdot b}{l} + \frac{W_a \cdot \xi_2 \cdot a}{l}$$



Како између А и г с једне и г и В с друге стране можемо имати више тачака  $m_1$  односно  $m_2$ , биће у опште,

$$11) M_{wa} = \sum_A^r M_{wa_1} + \sum_r^B M_{wa_2} = \\ \sum_A^r W_{a_1} \xi_1 + \frac{a}{l} \sum_r^B W_{a_2} \xi_2$$

Заменом вредности из једначине 11) у једначину 7) добићемо :

$$12) \sum_A^B M_{am} W_a = P \cdot M_{wa} = \\ = P \left\{ \frac{b}{l} \sum_B^r W_{a_1} \xi_1 + \frac{a}{l} \sum_r^A W_{a_2} \xi_2 \right\}$$

ако у тачкама  $m_1$  и  $m_2$  дејствују силе  $W_{a_1}$  и  $W_{a_2}$ , а по аналогји :

$$13) \sum_A^B M_{am} W_b = P \cdot M_{wb} = \\ = P \left\{ \frac{b}{l} \sum_A^r W_{b_1} \xi_1 + \frac{a}{l} \sum_r^B W_{b_2} \xi_2 \right\}$$

ако у тачкама  $m_1$  и  $m_2$  дејствују силе  $W_{b_1}$  и  $W_{b_2}$ ,

$$14) \sum_A^B M_{am} W_c = P \cdot M_{wc} = \\ = P \left\{ \frac{b}{l} \sum_A^r W_{c_1} \xi_1 + \frac{a}{l} \sum_r^B W_{c_2} \xi_2 \right\}$$

ако у тачкама  $m_1$  и  $m_2$  дејствују силе  $W_{c_1}$  и  $W_{c_2}$ .

Од свију сила  $W_a$ ,  $W_b$ ,  $W_c$  дејствујућих посебице у тачкама  $m$ , добијамо као што се из једначина 12), 13) и 14) види, под предпоставком  $P = 1$  у нападној тачки г силе  $P = 1$  моменте просте греде АВ, које ћемо означити са  $M_{wa}$ ,  $M_{wb}$ , и  $M_{wc}$ . Како нам  $M_{wa}$ ,  $M_{wb}$  и  $M_{wc}$  представљају као што се види моменте просте греде, чиј је распон  $AB = l$ , и то за вертикалан пресек кроз тачку г, кад на њу дејствују наизменце системи еластичних сила:  $W_a$ ,  $W_b$ ,  $W_c$  у тачкама  $m$ , то се они могу лако и графички конструисати помоћу планова поменутих еластичних сила и њима одговарајућих верижних полигона (види лист 1.); према томе, имаће ти моменти ове облике :

15)  $M_{wa} = H_a \cdot \eta_a$ ,  $M_{wb} = H_b \cdot \eta_b$  и  $M_{wc} = H_c \cdot \eta_c$ , у којима нам представљају:  $H_a$ ,  $H_b$  и  $H_c$  полне дистанције у плановима  $w$  — сила, а  $\eta_a$ ,  $\eta_b$  и  $\eta_c$  ординате у одговарајућим моментним површинама просте греде, мерене испод сила  $P$ .

Величине полних дистанција  $H_a$  и  $H_c$  могу бити повољне, полна дистанција  $H_b$  мора бити равна  $\sum W_b$  узетој на половини лука АВ, т. ј.:

$$H_b = \sum_A^C W_b = \frac{1}{2} \sum_A^B W_b$$

(види лист 1.).

Због симетрије свода у нашем примеру, биће и симетричне еластичне силе  $W_a$ ,  $W_b$  и  $W_c$  на обе половине његове једнаке по величини, према томе, довољно је цртати планове тих сила и њима одговарајуће просте моменте површине само за једну половину распона, друга половина биће према првој симетрична. На основу горњег излагања видели смо, како се графичким путем долази до вредности бројилаца статички неодређених  $X$  — величина у једначинама 2), а сад да видимо графичку одредбу вредности у имениоцима истих једначина.

Имениоци:

$$\sum_A^B X_m \cdot W_a \text{ и } \sum_A^B Y_m W_c$$

у једначинама 2) за  $X$  — величине као што се види из слика на листу 1) представљају нам суме статичких моментна еластичних сила  $W_a$  и  $W_c$ , у односу на координатне осовине  $X$ ,  $Y$ . Оне се могу заменити са одговарајућим статичким моментима резултаната сила  $W_a$  и  $W_c$  у односу на исте координатне осовине, а вредности последњих могу се такође добити графичким путем цртајући планове сила  $W_a$  и  $W_c$  и њима одговарајуће верижне полигоне. Због симетрије свода и овде је довољно посматрати само једну половину његову, јер су и симетричне  $W_a$  и  $W_c$  силе једнаке. За конструкцију верижног полигона, који одговара силама

$W_c$  у  $\sum_A^B Y_m W_c$  где нам  $Y_m$  представља орди-

нату нападне тачке  $m$  силе  $W_c$  у односу на координатни систем  $X$ ,  $Y$  (лист 1.), морамо узети правац  $W_c$  сила хоризонталан, т. ј. паралелан са  $X$  —  $X$  осам, због  $+ W_c$  и  $- W_c$  ићи ће правци на једну и другу страну од  $Y$  —  $Y$  осе, дакле ваља конструисати за  $90^\circ$  обрнути план тих сила. Због симетрије свода и једнакости симетрично дејствујућих  $W_c$  — сила довољно је нацртати тај план сила и њему одговарајући верижни полигон само за једну половину његову. Крајње стране овог верижног полигона одсецаће на оси  $X' — X'$  дуж  $p_c = 5,35 \text{ m}$ , те ће према познатом правилу бити:

$$\sum_A^B Y_m W_c = H_c \cdot 2 p_c, \text{ или,}$$

$$\sum_A^C Y_m W_c = \frac{1}{2} \sum_A^B Y_m W_c = H_c p_c \dots 16).$$

На сасвим сличан начин долазимо до графичке конструкције статичких момената

$\sum_A^B X_m W_a$  (види последњу слику на листу 1.) од

сила  $W_a$  у односу на  $Y — Y$  осу. образујући план ових сила са повољном полном дистанцијом  $H_a$  и повољним полом  $O'$ , за једну полу свода, рецимо леву, добићемо тачкасто означени верижни полигон. Ако хоћемо да нам затварајућа страна тог полигона буде хоризонтална, мораћемо наћи нов пол  $O$  у плану сила, продужењем десне крајње стране првог верижног полигона до пресека у  $k$  са вертикалом кроз 15. Спо-



имо ли  $k$  са  $O$  и повучемо у плану сила из почетне тачке његове паралелну са  $ko$ , добићемо у просеку вертикале кроз  $O'$ , и ове праве тражени пол  $O$ . Ако помоћу новог пола  $O$  конструишемо верижни извучени полигон сига  $W_a$  тако, да прва страна иде кроз тачку  $15$ , ићи ће последња кроз тачку  $o$ . Због  $+ X$  биће за једну половину свода величине  $W_a$  позитивне, а за другу негативне, као што је то и у аналитичком прорачуну показато. Отуда ће и верижни полигони односно моментне површине просте греде  $AB$ , за обе половине њене бити једнаке а различито означене као што то показује и последња слика на листу 1.)

Из овога овог пак излази, да је  $\sum_A^B X_m W_a$  равна суми статичких момената просте греде  $AB$  у односу на тачку  $O$  оптерећене силама  $W_a$ , а она је равна статичком моменту резултанте сила  $W_a$ , у односу на на исту тачку. Због тога, што су силе  $W_a$  лево и десно од тачке  $O$  једнаке а противно означене, биће због симетрије свода и резултанте  $W_a$  — сила равна нули. Како су крајње стране верижног полигона кроз  $15$  и  $15'$  паралелне, лежаће и резултанте  $W_a$  — сила у бесконачности, оне осецају на вертикали кроз  $O$  дуж  $2 n_a$  односно за једну полу дуж  $n_a = 12,67$  м., пре-

ма томе биће  $\sum_A^B X_m W_a = H_a \cdot 2 n_a$  или

$$\sum_A^C X_m W_a = \frac{1}{2} H_a \cdot 2 n_a = H_a \cdot n_a \dots 17).$$

Именилац статички неодређене количине  $X$  у једначинама 2), јесте раван

$\sum^B W_b$ . Ако за овај случај слично горњем конструи-

шемо план сила  $W_b$  и њему одговарајући верижни полигон за прост носилац  $AB$ , узимајући да полна дистанција  $H$ , није повољна већ да је,

$$H_b = \sum_A^C W_b = \frac{1}{2} \sum_A^B W_b$$

онда ће се добити :

$$H_b = \frac{1}{2} \sum_A^B W_b \text{ или } 2 H_b = \sum_A^B W_b \dots 18):$$

Пошто смо на горе изложени начин показали како се у циљу графичке одредбе статички неодређених  $X$  — величина изражених једначинама 2), могу преставити бројиоци и имениоци за  $X$  — величине, онда ће нам преобразене једначине 2) имати овај облик с обзиром на једначине 12—18 :

$$\left\{ X_a = \frac{c}{1} H = \frac{\sum_A^B M_{ам.} W_a}{\sum_A^B X_m W_a} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{P \cdot M_{W_a}}{\sum_A^B X_m W_a} = \frac{1 \cdot M_{W_a}}{\sum_A^B X_m W_a} = \frac{H_a \cdot \eta_a}{H_a \cdot 2 n_a} = \\ &= \frac{1}{2 n_a} \cdot \eta_a \\ &X_b = H \cdot z_o = \frac{\sum_A^B M_{ам.} W_b}{\sum_A^B W_b} = \\ &= \frac{P \cdot M_{W_b}}{\sum_A^B W_b} = \frac{1 \cdot M_{W_b}}{\sum_A^B W_b} = \frac{H_b \cdot \eta_b}{2 H_b} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \eta_b \\ &19) \left\{ X_c = H = \frac{\sum_A^B M_{ам.} W_c}{\sum_A^B Y_m W_c} = \\ &= \frac{P \cdot M_{W_c}}{\sum_A^B Y_m W_c} = \frac{1 \cdot M_{W_c}}{\sum_A^B Y_m W_c} = \frac{H_c \cdot \eta_c}{H_c \cdot 2 n_c} = \\ &= \frac{1}{2 n_c} \cdot \eta_c \end{aligned}$$

Из једначина 19) види се, да се статички неодређене  $X$  — величине за силу  $P=1$ . дају преставити следећим простим обрасцима :

$$20) X_a = \frac{1}{2 n_a} \cdot \eta_a, X_b = \frac{1}{2} \cdot \eta_b, X_c = \frac{1}{2 n_c} \cdot \eta_c$$

у којима су нам  $\eta_a, \eta_b, \eta_c$ , ординате одговарајућих моментних површина просте греде  $AB$ , оптерећене наизменце вертикалним силама  $W_a, W_b, W_c$ , а мерене испод моментаног положаја вертикалне изоловане силе  $P = 1$ ; сачиниоци:

$$\frac{1}{2 n_a}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2 n_c} \text{ јесу мултипликатори. Из}$$

овога излази, да су моментне површине:  $M_{W_a}, M_{W_b}, M_{W_c}$  престављене на листу 1) у исто доба утицајне површине  $X_a, X_b, X_c$  — величина, са одговарајућим

мултипликаторима:  $\frac{1}{2 n_a}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2 n_c}$ . За случај, да има-

мо више изолованих сила:  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ , дејствујућих у више нападних тачака  $г$ , имали би по општем принципу утицајних линија да образујемо  $\sum P \eta = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + P_3 \eta_3 + \dots + P_n \eta_n$ . у том случају једначине 19) односно 20) прећи ће у једначине 21) т. ј.



$$X_a = \frac{\sum P \cdot \eta_a}{2 \cdot n_a}, \quad X_b = \frac{\sum P \cdot \eta_b}{2}$$

$$X_c = \frac{\sum P \cdot \eta_c}{2 n_c}$$

које нам дају крајњи резултат статички неодређених  $X$  — величина.

До сада смо посматрани свод на листу 1) замишљали да је подељен на 30 ламела ширине  $\lambda$  односно  $\lambda_1$ , према томе, био је на оси свода број утврђених тачака  $m = 31$ , за које су израчунате еластичне силе:  $W_a, W_b, W_c$  и конструисане моментне површине:  $Mw_a, Mw_b, Mw_c$ . Краткоће ради узмемо, да нам је за даље рачунање посматрани свод подељен на 16 ламела т. ј. по 8 ламела за једну половину свода: Нове ламеле за леву његову половину означене су на листу 1) са римским бројевима I, II, ... VIII, кубатуре тих ламела прастављају нам изоловане силе  $P$  дејствујуће у тежиштима њиховим. Како кубатуре нових ламела, тако и суме:  $\sum P \cdot \eta_a, \sum P \cdot \eta_b, \sum P \cdot \eta_c$  за сопствени, тотални и једностранни терет, изложене су табеларно у аналитичком прорачуну чланка из 1903. год. на странама 22 и 23. Тамо су изложене и бројне вредности  $X$  — величина за све три врсте оптерећења свода, одређене аналитички и графички, упоређење њихово показује, да су разлике оба рачунања сразмерно мале. За рачунање момената, специфичких напрезања  $\sigma$  у спојницама свода и цртање потпорних линија његових за посматрана оптерећења стално, тотално и једнострано, узете су бројне вредности  $X$  — величина аналитички добивене као меродавне, графичке вредности тих величина служиле су само као контрола против грубих грешака.

Да би дошли до момената у спојницама посматраних пресека: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15 односно 0', 2', 4', 6', 8', 10', 12', 15'. (види лист 3.) по једначинама 1.), потребно је претходно одредити моменте простих греда  $M_{am}$  од свију сила  $P$ , при сталном, тоталном и једностраном оптерећењу свода. Силе  $P$  строго узев одговарале би тежинама узетих ламела свода, односно њиховим кубатурама, заједно са оптерећењем прелазним. Да би се међутим избегле операције са великим бројевима, при одредби момената  $M_{am}$ , пошто су кубатуре ламела сразмерно велике, моћи ћемо, као што је на страни 13—20 аналитичког прорачуна показато доћи до истог резултата, ако одредимо моменте  $M_{am}$  простих греда од сила  $P$ , кад на њих дејствују:

- a) само сопствени терет преко целог распона.
- b) само прелазни терет преко целог распона.

У оба ова случаја довољно је због симетричног оптерећења одредити моменте само за половину распона (види лист 2) и на послетку за:

- г) прелазни терет дејствујући само на једној половини распона — једнострано оптерећење, у последњем

случају морају се због несиметричног оптерећења наћи моменти од сила  $P$  у свима посматраним пресецима, на целом распону. Из тако добивених момената под а) б) и с), лако је помоћу извесних збирова односно разлика одређених момената по принципу алгебарског сумирања дејстава од више узрока доћи до правих — стварних момената  $M_{am}$ , који посматраним оптерећењима одговарају. (види аналитички прорачун ових момената у чланку од 1903. год., где су они табеларно сређени).

На листу 2) показата је графичка одредба момената  $M_{am}$ , за оптерећења поменута под а), б) и с), та одредба не потребује нарочитог објасњења, кад се има на уму све оно, што је у аналитичком прорачуну поменуто. Тамо су табеларно упоређене вредности момената  $M_{am} = M$  аналитички и графички добивених, и као што се види, разлике њихове по све су незнатне.

После израчунатих: момената  $M_{am} = M$ , статички неодређених  $X$  — величина, за посматрана при случаја оптерећења свода, апсциса  $X_m$  и ордината  $U_m$  за све посматране тачке  $m$ , утврђене на оси лука и величина посматраних спојница  $d$  у своду, што је све у табелама аналитичког прорачуна сређено моћи ћемо приступити рачунању момената по обрасцима 1) у посматраним спојницама (види лист 3.) статички неодређеног лука без зглавака, који је као такав троструко статички неодређен за свако несиметрично оптерећење на пример једнострано, а двоструко статички неодређен за свако симетрично оптерећење, као што је сталан односно тоталан терет за који је  $X_a = 0$ , дубина односно ширина посмасраног лука узета је равно 1 m. При одредбама момената:  $M_{sr}, M_c$  и  $M_u$  за средину и обе тачке језгра дотичне спојнице, по обрасцима 1), ваља добро пазити на знаке координата  $X_m, U_m$  и  $X_a$  — величине. Потпуности ради показаћемо одредбу горњих момената у нашем примеру (види лист 3) и то само за оптерећење једнострано, по обрасцима 1) који гласе:

$$M_{sr} = M_{am} - X_a \cdot x_m \quad X_b - X_c \cdot U_m \quad \text{за средину спојнице}$$

$$M_c = M_{am} - X_a \cdot x_m \quad X_b - X_c \left( U_m \frac{d}{6} \right) \quad \text{за}$$

$$M_u = M_{am} - X_a \cdot x_m \quad X_b - X_c \left( U_m + \frac{d}{6} \right) \quad \text{обе тачке језгра}$$

За једнострано оптерећење у нашем примеру имамо ове вредности статички неодређених  $X$  — величина:  $X_a = -0,297m^3$ , јер је негативна утицајна површина  $X_a$  — линије оптерећена,  $X_b = 218,48m^4$ ,  $X_c = 44,47m^3$  Координате  $X_m, U_m$  као и моменти  $M_{am}$  за посматране спојнице свода (види лист 3) израчунате су и у табелама аналитичког прорачуна изложене. Отуда ћемо по замени одређених вредности у горње једначине моменте за спојнице: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 2', 4', 6', 8', 10', 12', 15', добити моменте:



$$\begin{aligned}
 M_{ср_0} &= + 274,63 - (- 0,297) \cdot 0,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,324 = - 2,73 \text{ m}^3 \\
 M_{ср_2} &= + 268,90 - (- 0,297) \cdot 2,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,227 = - 3,55 \text{ „} \\
 M_{ср_4} &= + 257,32 - (- 0,297) \cdot 4,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,934 = - 1,51 \text{ „} \\
 M_{ср_6} &= + 235,79 - (- 0,297) \cdot 6,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,436 = - 0,30 \text{ „} \\
 M_{ср_8} &= + 205,63 - (- 0,297) \cdot 8,0 - 218,48 - 44,47 (- 0,283) = + 2,11 \text{ „} \\
 M_{ср_{10}} &= + 163,32 - (- 0,297) \cdot 10,0 - 218,48 - 44,47 (- 1,250) = + 3,40 \text{ „} \\
 M_{ср_{12}} &= + 105,80 - (- 0,297) \cdot 12,0 - 218,48 - 44,47 (- 2,506) = + 2,32 \text{ „} \\
 M_{ср_{15}} &= + 0,00 - (- 0,297) \cdot 14,582 - 218,48 - 44,47 (- 4,676) = - 6,21 \text{ „} \\
 M_{ср_2'} &= + 272,17 - (- 0,297) (- 2,0) - 218,48 - 44,47 \cdot 1,227 = - 1,47 \text{ „} \\
 M_{ср_4'} &= + 262,81 - (- 0,297) (- 4,0) - 218,48 - 44,47 \cdot 0,934 = + 1,60 \text{ „} \\
 M_{ср_6'} &= + 242,46 - (- 0,297) (- 6,0) - 218,48 - 44,47 \cdot 0,436 = + 2,81 \text{ „} \\
 M_{ср_8'} &= + 212,44 - (- 0,297) (- 8,0) - 218,48 - 44,47 (- 0,283) = + 4,17 \text{ „} \\
 M_{ср_{10}'} &= + 169,24 - (- 0,297) (- 10,0) - 218,48 - 44,47 (- 1,250) = + 3,38 \text{ „} \\
 M_{ср_{12}'} &= + 109,78 - (- 0,297) (- 12,0) - 218,48 - 44,47 (- 2,506) = - 0,82 \text{ „} \\
 M_{ср_{15}'} &= + 0,00 - (- 0,297) (- 14,582) - 218,48 - 44,47 (- 4,676) = - 14,87 \text{ „}
 \end{aligned}$$

На сличан начин добија се :

$$\begin{aligned}
 M_{с_0} &= + 274,63 - (- 0,297) \cdot 0,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,157 = + 4,70 \text{ m}^4 \\
 M_{с_2} &= + 268,90 - (- 0,297) \cdot 2,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,059 = + 3,92 \text{ „} \\
 M_{с_4} &= + 257,32 - (- 0,297) \cdot 4,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,761 = + 6,19 \text{ „} \\
 M_{с_6} &= + 235,79 - (- 0,297) \cdot 6,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,255 = + 7,75 \text{ „} \\
 M_{с_8} &= + 205,63 - (- 0,297) \cdot 8,0 - 218,48 - 44,47 (- 0,48) = + 10,87 \text{ „} \\
 M_{с_{10}} &= + 163,32 - (- 0,297) \cdot 10,0 - 218,48 - 44,47 (- 1,459) = + 12,69 \text{ „} \\
 M_{с_{12}} &= + 105,80 - (- 0,297) \cdot 12,0 - 218,48 - 44,47 (- 2,736) = + 12,55 \text{ „} \\
 M_{с_{15}} &= + 0,00 - (- 0,297) \cdot 14,582 - 218,48 - 44,47 (- 4,943) = + 5,67 \text{ „} \\
 M_{с_2'} &= + 272,17 - (- 0,297) \cdot (- 2,0) - 218,48 - 44,47 \cdot 1,059 = + 6,01 \text{ „} \\
 M_{с_4'} &= + 262,81 - (- 0,297) \cdot (- 4,0) - 218,48 - 44,47 \cdot 0,761 = + 9,30 \text{ „} \\
 M_{с_6'} &= + 242,46 - (- 0,297) \cdot 6,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,255 = + 10,86 \text{ „} \\
 M_{с_8'} &= + 212,44 - (- 0,297) \cdot 8,0 - 218,48 - 44,47 (- 0,48) = + 13,07 \text{ „} \\
 M_{с_{10}'} &= + 169,24 - (- 0,297) \cdot 10,0 - 218,48 - 44,48 (- 1,459) = + 12,67 \text{ „} \\
 M_{с_{12}'} &= + 109,78 - (- 0,297) \cdot 12,0 - 218,48 - 44,47 (- 2,736) = + 9,41 \text{ „} \\
 M_{с_{15}'} &= 0,00 - (- 0,297) \cdot (- 14,582) - 218,48 - 44,47 (- 4,943) = - 3,00 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Исто тако је :

$$\begin{aligned}
 M_{у_0} &= + 274,63 - (- 0,297) \cdot 0,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,491 = - 10,15 \text{ „} \\
 M_{у_2} &= + 268,90 - (- 0,297) \cdot 2,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,395 = - 11,02 \text{ „} \\
 M_{у_4} &= + 257,32 - (- 0,297) \cdot 4,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,107 = - 9,20 \text{ „} \\
 M_{у_6} &= + 235,79 - (- 0,297) \cdot 6,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,617 = - 8,35 \text{ „} \\
 M_{у_8} &= + 205,63 - (- 0,297) \cdot 8,0 - 218,48 - 44,47 \cdot (- 0,086) = - 6,65 \text{ „} \\
 M_{у_{10}} &= + 163,32 - (- 0,297) \cdot 10,0 - 218,48 - 44,47 (- 1,041) = - 5,90 \text{ „} \\
 M_{у_{12}} &= + 105,80 - (- 0,297) \cdot 12,0 - 218,48 - 44,47 (- 2,276) = - 7,91 \text{ „} \\
 M_{у_{15}} &= + 0,00 - (- 0,297) \cdot 14,582 - 218,48 - 44,47 (- 4,409) = - 18,08 \text{ „} \\
 M_{у_2'} &= + 272,17 - (- 0,297) \cdot 2,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,395 = - 8,93 \text{ „} \\
 M_{у_4'} &= + 262,81 - (- 0,297) \cdot 4,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 1,107 = - 6,19 \text{ „} \\
 M_{у_6'} &= + 242,46 - (- 0,297) \cdot 6,0 - 218,48 - 44,47 \cdot 0,617 = - 5,24 \text{ „} \\
 M_{у_8'} &= + 212,44 - (- 0,297) \cdot 8,0 - 218,48 - 44,47 (- 0,086) = - 4,59 \text{ „} \\
 M_{у_{10}'} &= + 169,24 - (- 0,297) \cdot 10,0 - 218,48 - 44,47 (- 1,041) = - 5,92 \text{ „} \\
 M_{у_{12}'} &= + 109,78 - (- 0,297) \cdot 12,0 - 218,48 - 44,47 (- 2,276) = - 11,05 \text{ „} \\
 M_{у_{15}'} &= + 0,00 - (- 0,297) \cdot 14,582 - 218,48 - 44,47 (- 4,409) = - 26,74 \text{ „}
 \end{aligned}$$

На исти начин добијамо количине :  $M_{ср}$ ,  $M_{с}$  и  $M_{у}$  за друга два оптерећења свода, тј. за сопствени терет и за тотални терет. При овим рачунањима јесте количина  $X_a = 0$ , јер је поред симетричног свода и симетрично оптерећење, према томе, у та два случаја оптерећења отпадне из образаца 1) количине  $X_a$ , сам свод биће дакле само двоструко статички неодређен. Све ове вредности :  $M_{ср}$ ,  $M_{с}$  и  $M_{у}$ , за све три врсте

оптерећења, израчунате су и табеларно сређене у аналитичком прорачуну. Тамо су израчуната и сређена поред осталог и специфичка напрезања :  $\sigma_c = \frac{M_c}{W}$  и  $\sigma_u = \frac{M_u}{W}$  за спољну и унутарњу ивицу спојница у своду, за све три врсте предвиђеног оптерећења, те их овде не морамо понављати.



### Графична одредба потпорне линије у своду лист 3.

Обично се цртају при испитивању стабилности свода три потпорне линије, и то : за стални, тотални и једностранни терет. При симетричном своду, дозвољено је за прва два оптерећења нацртати линије потпорне за половину свода јер су и оптерећења симетрична. За једнострано оптерећење, мора се конструисати потпорна линија за цео свод, као што је то и урађено у нашим сликама на листу 3. Цртање потпорних линија за сва три случаја оптерећења извршено је под претпоставком, да је свод подељен на 16 ламела, односно свака половина свода на 8 ламела. Кубатуре тих ламела заједно са свеколиким оптерећењем за стални, тотални и једностранни терет сматране су као силе  $P_I, P_{II}, \dots, P_{VIII}$ , односно  $P_I', P_{II}', \dots, P_{VIII}'$ , дејствујуће у тежишним линијама ламела. Њихове бројне вредности виде се из табела аналитичког прорачуна стране 22—23, и из планова сила на листу 3. Сводови су однети на правоугле координатне осовине  $X - Y$ . за које смо раније поменули како се утврђују. Пошто смо на показати начин у аналитичком прорачуну стр. 18—24 одредили за стални и тотални терет : хоризонталне потиске у своду  $H_c = H$  и количине  $Z_0$  (види лист 3) аналитички или графички, у последњем случају помоћу обрасца 19 и 21, то треба одговарајућа  $Z_0$  за стални и тотални терет пренети на ниже од почетка координатног система  $O$  на  $Y - Y$  оси, из крајњих тачака дужи  $Z_0$  ваља повући паралелне са  $X - X$  осовином, па ће оне на вертикалама кроз крајње тачке осе лука  $A$  односно  $B$  одређивати нападне тачке реакција у ослонцима свода, кроз које мора пролазити и потпорна линија при сталном, односно тоталном оптерећењу. За саме конструкције одговарајућих потпорних линија при симетричном оптерећењу, нужно је имати још по једну тачку дотичне потпорне линије, па би нам она тад била одређена. До друге тачке долазимо на следећи начин : из добивених нападних тачака реакција у ослонцима свода ваља на вертикалама кроз њих пренети кубатуре појединих ламела  $P_I, P_{II}, \dots, P_{VIII}$ , односно  $P_I', P_{II}', \dots, P_{VIII}'$  или њихове тежине у повољној размери, резултате њихове означене су на листу 3. са  $Q_1$  и  $Q_2$ . Њихове положаје можемо лако одредити графичким путем, као што је то на листу 2. показато. Ако на хоризонталама кроз крајње тачке сила  $Q_1$  односно  $Q_2$  пренетим од нападних тачака ослоначних реакција, на вертикалама кроз  $A$  и  $B$ , у изабраној размери пренесемо одговарајуће аналитичким или помоћу једначине 21) графичким путем израчунате статички неодређене количине  $H_c = H = X_c$  за стално односно тотално оптерећење, добићемо тиме и одговарајуће половине двају планова сила. За равнотежу спољних и унутарњих сила свода, мораће се правци ослоначних реакција, који су горњим плановима сили одређени, сећи са правцима спољних сила  $Q_1$  и  $Q_2$  у одређеним тачкама; кроз те тачке морају пролазити и правци одговарајућих хоризонталних потисака  $H_c$  у своду. Ови потисци  $H_c$ , сећи ће на оси  $Y - Y$  по једну тачку дотичне потпорне линије ; које заједно са нападним тачкама ослоначних реакција свода на вертикалама кроз

$A$  и  $B$  одређују потпуно и саме линије притисака, које је сад лако помоћу поменутих тачака и плана сила у свод уцртати. У нашој слици нападне линије хоризонталних потисака за стални и тотални терет падају скоро у једну хоризонталу, оне као што се види остају у средњој трећини свода, и врло мало одступају од његове осовине, што је знак, да је и облик свода добро изабрат.

На сличан начин поступамо при одредби потпорне линије свода за једнострано оптерећење, ми претпостављамо овде, да је десна половина свода поред сталног, оптерећена и прелазним теретом, лева половина само сталним. Пошто је оптерећење несиметрично, неће ни темени потисак свода  $H_0$  бити више хоризонталан, већ ће са  $X - X$  осам заклапати извесан угао, хоризонтална компонент  $H_c = H = X_c$  од косог сводног потиска у темену као што смо раније видели може се израчунати аналитичким или графичким путем, у последњем случају помоћу једначине 21), служећи се утицајном  $X_c -$  линијом на листу 1.) т. ј. биће:  $X_c =$

$$= H_c = H = \sum \frac{P \eta_c}{2 p_c}$$

где је  $P$  кубатура односно тежина ма које сводне ламеле, а  $\eta_c$  њој одговарајућа ордината у утицајној  $X_c -$  линији, количина  $p_c$  види се са 1.) и она је раније објасњена.

За конструкцију потпорне линије при једностраном, т. ј. несиметричном оптерећењу графичким путем, потребно је имати три њене тачке, које одређујемо на листа следећи начин:

Нека су  $Q_1$  и  $Q_2$  резултате сила  $P_I, \dots, P_{VIII}$ , односно  $P_I', \dots, P_{VIII}'$  појединих сводних ламела леве и десне његове половине; оне ће изазвати у ослонцима свода косе реакције  $K_a$  и  $K_b$ , које можемо замислити да су састављене из по две компоненте, од којих су  $A'$  и  $B'$  истоветне са реакцијама просте греде  $AB = l$ , а компоненте  $H'$  које нам престављају потисак свода у ослонцима заузимаће кос положај према  $X - X$  оси. Компоненту  $H'$  замислићемо да је састављена из две нове компоненте, од којих је једна  $X_a$  вертикална, а друга  $X_c = H_c = H$  хоризонтална (види план сила на листу 3.).

Да би одредили величине и правце ослоначних реакција  $K_a$  и  $K_b$ , ваља прво одредити реакције  $A'$  и  $B'$ , изазвате теретима  $Q_1$  и  $Q_2$  аналитичким или графичким путем. У последњем случају образоваћемо план сила са повољним полом  $O'$  и конструисаћемо њему одговарајући верижни полигон, са затварајућом страном  $s$ . Ако из пола  $O'$ , у плану сила повучемо паралелну са  $s$ , добићемо тражене реакције  $A'$  и  $B'$ . За одредбу компоненте  $H'$  ваља прво одредити њене нове компоненте:  $X_a$  и  $X_c = H_c = H$ , на начин показати у аналитичком прорачуну или графички, помоћу утицајних  $X_a$  односно  $X_c -$  линија (види лист 1.), у овом другом случају  $s'$  обзиром на једначине 21) имаћемо:  $X_a =$

$$= \frac{1}{2 p_a} \sum P \eta_a \text{ и } X_c = H_c = H =$$



$$= \frac{1}{2 n_c} \sum P \cdot \eta_c, P \text{ нам}$$

преставља силу дотичне ламеле, а  $\eta$  њој одговарајућу ординату у утицајној  $X$ -линији. Због тога, што  $X_a$ -линија има позитивни и негативни део, биће  $X_a$  количина позитивна или негативна, према томе, који је њен део оптерећен силама  $P$ . У нашем случају је  $X_a$  негативна количина. Пренесемо ли тако добивене вредности  $X_a$  и  $X_c = H_c = H$  по величини и правцу у план сила, добићемо у њему компоненту  $H'$  и нови пол  $O$ , а тиме правце и величине ослоначних реакција  $K_a$  и  $K_b$  у плану сила. За одредбу нападних тачака реакција  $K_a$  и  $K_b$  потребне су нам још две количине и то:  $s$  и  $Z_0$ , које смо у аналитичком прорачуну одредили, а можемо их добити и графички помоћу утицајних  $X$ -линија престављених на листу 1. У последњем случају, а с обзиром на једначине 19) и 21) биће:

$$22.) \quad c = \frac{X_a}{H} l = \frac{X_a}{X_c} l = \frac{\sum P \cdot \eta_a}{\sum P \cdot \eta} l = \frac{\sum P \cdot \eta_a}{\sum P \cdot \eta_c} \frac{n_c}{n_a} l$$

$$23.) \quad Z_0 = \frac{X_b}{H} = \frac{X_b}{X_c} = \frac{\sum P \cdot \eta_b}{\sum P \cdot \eta_c} \cdot n_c$$

Резултати ових количина аналитички и графички добивени, изложени су табеларно у аналитичком прорачуну, за сва посматрана оптерећења, симетрична и несиметрична. Ако из почетка  $O$  координатног система  $X-U$ , на негативном делу  $U$ -осе пренесемо према једначини 23) израчунату количину  $Z_0 = 4,913 \text{ m}$ , добићемо тачку  $a$ , кроз њу мора пролазити и нападна линија косог ослоначног сводног потиска  $H'$ . До нагиба нападне линије  $H'$  долазимо пренашањем од повољне хоризонтале  $pp$  (види другу слику на листу 3), на вертикали кроз  $B$  односно  $A$ , у виду тангенте, количину  $s$ , чија је вредност дата једначином 22), и тако добивену тачку спојимо са другим крајем хоризонтале  $pp$  правом, па ће нам нападна линија силе  $H'$  морати пролазити кроз тачку  $a$ , а бити паралелна са тако одређеном правом. Ова права сећи ће на вертикалама кроз  $A$  и  $B$  нападне тачке косих ослоначних реакција свода  $K_a$  и  $K_b$ . У нашем примеру је  $X_a$  негативна количина, с тога ће према једначини 22) бити негативно и с те је као такву морамо за добијање правца  $H'$  пренети на вертикали кроз  $B$  испод, односно на вертикали кроз  $A$  изнад узете хоризонтале  $pp$ . За позитивно  $s$ , пренашање од хоризонтале  $pp$  биће обрнуто оном за негативно  $s$ . Из плана сила (лист 3), познате су нам величине и правци реакција  $K_a$  и  $K_b$ , а из горњег излагања и њихове нападне тачке, према томе, зацртање потпорне линије нужно је имати још и трећу тачку њену у темену свода. Одредбу последње тачке добијамо из услова равнотеже сила  $K_a$  и  $Q_1$ , с једне  $K_b$  и  $Q_2$  с друге стране, које се морају сећи у истим тачкама, кроз које

пролази и нападна линија теменог сводног потиска  $H_0$  чиј је правац утврђен планом сила. Ако дакле кроз пресеке  $K_a$  и  $Q_1$  и  $K_b$  и  $Q_2$  положимо праву, она ће морати бити паралелна са  $H_0$  у плану сила, и сећи на  $U$ -оси трећу тачку потпорне линије у своду несиметрично оптерећеном. Тиме смо утврдили цео план сила, и сад је лако у свод учртати и њему одговарајућу потпорну линију. При тачном раду, мораће се правци  $K_a$  и  $K_b$  довољно продужени сећи у тачци  $w$ , кроз коју пролази резултант  $R$  сила  $Q_1$  и  $Q_2$ .

Друга проба састоји се у рачунању дужина  $X_0$ , које одсецају косе реакције  $K_a$  и  $K_b$  на  $X-X$  оси. До једначина за рачунање  $X_0$  долазимо овако: замислимо резултанту  $R$  сила  $Q_1$  и  $Q_2$  разложену у компоненте  $A' = \frac{R_b}{l}$  и  $B' = \frac{R_a}{l}$  дејствујуће у вертикалама

кроз  $A$  и  $B$  на ниже. Те компоненте изазиваће очевидно исто толике реакције  $A'$  и  $B'$  дејствујуће у истим вертикалама оздо на више. Замислимо даље нападну тачку косе реакције  $K_b$  померну по њеној нападној линији до у пресек са  $X$ -осом, тј. до у тачку  $u$ . Разложимо је тамо у хоризонталну компоненту  $H$  и вертикалну  $B' + X_a$ , па ће се у левом ослоначу  $A$  компонента  $\frac{R_b}{l} = A'$  и реакција  $A'$  узајамно потирати, јер

су једнаке, дејствују у истој вертикали, а имају супротне смисле. Из овог пак следује, да ће моментна једначина групе сила:  $R$ ,  $K_b$  и  $K_a$  у односу на тачку  $a$  гласити:

$$(B' + X_a) X_0 + H z_0 + H' o - \frac{R_a}{l} \cdot \frac{l}{2} = 0, \text{ откуда}$$

имамо за десну страну свода:

$$24) \quad X_0 = \frac{\frac{R_a}{l} \cdot \frac{l}{2} - H z_0}{B' + X_a} = \frac{B' \cdot \frac{l}{2} - H z_0}{B' + X_a}$$

по аналогiji биће за леву страну свода:

$$25) \quad X_0 = \frac{A' \cdot \frac{l}{2} - H z_0}{A' + X_a}$$

Ако би симетричан свод био и симетрично оптерећен сопственим или тоталним оптерећењем, тад је  $X_a = 0$ , а отуда горње једначине за леву као и десну страну свода, стављањем  $X_a = 0$ , прелазе у једначине:

$$26) \quad X_0 = \frac{A' \cdot \frac{l}{2} - H z_0}{A'} = \frac{l}{2} - \frac{H z_0}{A'} \quad \text{и}$$

$$27) \quad X_0 = \frac{B' \cdot \frac{l}{2} - H z_0}{B'} = \frac{l}{2} - \frac{H z_0}{B'}$$

Вредности  $X_0$  израчунате су за сопствени, тотални и једностранни терет по обрасцима 24 — 27), у аналитичком прорачуну, а оне се виде и на листу 3) из дотичних слика.



Даље пробе за тачност рада добијају се из израчунатих момената језгра:  $M_c$  и  $M_y$  и момента  $M_{ср}$  за средину спојнице  $d$ . Из одговарајућег дијаграма горњих момената престављеног на листу 3.) имамо овај однос

$$28) M_{ср} = \frac{M_c - M_y}{2} \text{ у коме за } M_c \text{ и } M_y \text{ ваља}$$

узети апсолутне вредности тих количина. Сем тога, из дијаграма за напрезања:  $\sigma_m$ ,  $\sigma_c$  и  $\sigma_y$  у средини и обе ивице спојнице  $d$  од нормалне силе  $N$  следеју односи:

$$29) \sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} \text{ и } \sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{N}{d},$$

пошто је дубина спојнице равна јединици, Из једначина 29) излази да је,

$$\frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{N}{d}$$

$$\text{где је, } \sigma_c = \frac{M_c}{1 \cdot \frac{d^2}{6}}, \sigma_y = \frac{M_y}{1 \cdot \frac{d^2}{6}},$$

те према томе биће и

$$\frac{\frac{M_c}{d^2/6} + \frac{M_y}{d^2/6}}{2} = \frac{N}{d},$$

или решењем по  $N$  добијамг једначину:

$$30) N = \frac{M_c + M_y}{1/3 \cdot d}.$$

Пошто је даље:

$$M_c = N \left( \frac{1}{6} d - e \right) \text{ и } M_y = N \left( \frac{1}{6} d + e \right),$$

то елиминацијом количине  $N$  из горњих двеју једначина добијамо:

$$31) e = \frac{1}{6} d \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y},$$

а отуда и једначину:

$$32) N \cdot e = M_{ср}.$$

Ако предпоследњи дијаграм ивичних напрезања на листу 3) раставимо дијагоналном у два троугла, то ће моменат целе трапезасте површине у односу на спољну ивицу спојнице  $s$ , морати бити раван суми момената површина од оба троугла за исту обртну тачку  $s$ , одкуда однос:

$$\frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} \cdot d \cdot \xi = \sigma_c \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{3} + \sigma_y \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{2}{3} d$$

из кога решењем по  $\xi$  добијамо количину

$$33) \xi = \frac{d (\sigma_c + 2 \sigma_y)}{3 (\sigma_c + \sigma_y)},$$

а по аналогји од унутарње ивице  $y$  биће

$$\xi = \frac{d (2 \sigma_c + \sigma_y)}{3 (\sigma_c + \sigma_y)}$$

којом је одређена нападна тачка  $s$  нормалне силе  $N$  помоћу  $\sigma_c$ ,  $\sigma_y$  и  $d$ . Из истог дијаграма следеју и једначина.

$$34) N = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} \cdot d,$$

пошто сила  $N$  мора бити равна суми унутарњих сила посматраног пресека. Јави ли се у некој спојници затезање, мораће тад и однос између максималног ивичног напрезања  $\sigma_{max}$ , нормалне силе  $N$  и количине  $\xi$ , као што се из последњег дијаграма на листу 3) види, бити изражен једначином:

$$35) N = \frac{\sigma_{max} 3 \xi}{2},$$

из које следеју такође важна једначина:

$$36) \sigma_{max} = \frac{2 N}{3 \xi}.$$

Ако у обрасцу 36) заменимо за  $N$  и  $\xi$  вредности добивене из 33) и 34), добићемо да је:

$$37) \sigma_{max} = \frac{(\sigma_c + \sigma_y)^2}{\sigma_c + 2 \sigma_y}$$

$$\text{односно } \sigma_{max} = \frac{(\sigma_c + \sigma_y)^2}{2 \sigma_c + \sigma_y}$$

где за  $\sigma_c$  и  $\sigma_y$  узимамо одговарајуће знаке  $\pm$ .

Помоћу изведених односа у обрасцима 24—37), лако је цело рачунање свода контролнати, као што ћемо то ниже показати за спојнице у темену и оба ослонца у нашем примеру. На страни 25) аналитичког прорачуна свода за мост у Ивањици, сређене су све количине потребне за контролу по горњим обрасцима за стални, тотални и једностранни терет, служећи се њима имаћемо:

1) За стални терет (сопствену тежину).

а) спојница у ослонцу:

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,6}{6}.$$

$$\frac{0,01 - 22,46}{0,01 + 22,46} = - 0,266 \text{ м.} = - 26,6 \text{ см.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,6}{6} = 0,27 \text{ м.}$  веће од  $e$ , значи да нормална сила  $N$  остаје у језгру пресека посматране спојнице.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{0,01 + 22,46}{1,6/3} =$$

$= 42,14 \text{ м.}^3 = 42,14 \text{ м.}^3 \cdot 2,3 \text{ т/м}^3 = 96,9 \text{ т.}$  отуда за пробу мора бити:

$N \cdot e = M_{ср}$  или  $42,13 \cdot 0,266 = 11,21 \text{ м.}^4 = M_{ср}$ , у табелама је  $M_{ср} = 11,22 \text{ м.}^4$ , дакле је рад тачан.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{0,023 + 52,64}{2} = 26,33 \text{ м.},$$

а до истог резултата долазимо по обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{42,13 \text{ м.}^3}{1 \cdot 1,6 \text{ м.}^2} = 26,33 \text{ м.}$$



b) за спојницу шемени.

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,0}{6} \frac{4,16 - 9,89}{4,16 + 9,89} = -0,068 \text{ m.} = -6,8 \text{ cm.}$$

Пошто је  $\frac{d}{6} = \frac{1,0}{6} = 0,166 \text{ m.}$  веће од  $e$ , остаје и нормална сила  $N$  у језгру спојнице.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{4,16 + 9,89}{1,0/3} = 42,15 \text{ m}^3 \cdot 2,3 \text{ t/m}^3 = 96,94 \text{ t.}$$

За пробу мора бити:

$N \cdot e = M_{ср}$  или  $42,15 \cdot 0,068 = 2,87 \text{ m}^4 = M_{ср}$ , у табели је  $M_{ср} = 2,86 \text{ m}^4$ , дакле мала разлика.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{24,91 + 59,22}{2} = 42,06 \text{ m.}$$

откуда мора бити и

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{42,06 \text{ m}^3}{1 \cdot 1,0 \text{ m}^2} = 42,15 \text{ m.}$$

приближно једнако са горњом вредности.

II За шотални шерш.

a) За спојницу у ослонцу.

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,6}{6} \frac{1,81 - 23,22}{1,81 + 23,22} = -0,228 \text{ m.} = -22,8 \text{ cm.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,6}{6} = 0,27 \text{ m.}$  веће од  $e$ , значи, нормална сила  $N$  остаје у језгру посматране спојнице.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{1,81 + 23,22}{1,6/3} = 46,93 \text{ m}^3 = 46,93 \text{ m}^3 \cdot 2,3 \text{ t/m}^3 = 107,94 \text{ t.}$$

Проба:  $N \cdot e = M_{ср}$  или:

$46,93 \cdot 0,228 = 10,7 \text{ m}^4 = M_{ср}$ , а у табелама је  $M_{ср}$  толико исто.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{4,24 + 54,41}{2} = 29,325 \text{ m.}$$

толико мора бити и по обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{46,93 \text{ m}^3}{1 \cdot 1,6 \text{ m}^2} = 29,33 \text{ m.}$$

b) За спојницу у шемени:

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,0}{6} \frac{4,44 - 11,21}{4,44 + 11,21} = -0,071 \text{ m.} = -7,1 \text{ cm.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,0}{6} = 0,166$  веће од  $e$ , мораће

нормална сила  $N$  остајати у језгру ове спојнице.

Нормална сила:

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{4,44 + 11,21}{1,0/3} = 46,95 \text{ m}^3 = 46,95 \text{ m}^3 \cdot 2,3 \text{ t/m}^3 = 107,985 \text{ t.}$$

Проба:  $N \cdot e = M_{ср}$  или:

$46,95 \cdot 0,071 = 3,38 \text{ m}^4 = M_{ср}$ , а толико и у табели.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{26,50 + 67,12}{2} = 46,81 \text{ m.}$$

толико се мора добити и по обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{46,95 \text{ m}^3}{1 \cdot 1,0 \text{ m}^2} = 46,95 \text{ m.}$$

дакле мала разлика.

III) за једнострану шерш

a) за спојницу у десном ослонцу.

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,6}{6} \frac{3,00 - 26,74}{3,00 + 26,74} = -0,334 \text{ m.} = -33,4 \text{ cm.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,6}{6} = 0,27 \text{ m.}$  мање од  $e$ , значи, да

нормалне сила  $N$  излази из језгра спојнице за количину

$$e_1 = \frac{d}{6} - e = 0,27 - 0,33 = -0,06 \text{ m.} = -6 \text{ cm.}$$

која је веома мала.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{-3,00 + 26,74}{1,6/3} = 44,5 \text{ m}^3 = 44,5 \text{ m}^3 \cdot 2,3 \text{ t/m}^3 = 102,35 \text{ t.}$$

Проба:  $N \cdot e = M_{ср}$  или:

$44,5 \cdot 0,334 = 14,86 \text{ m}^4 = M_{ср}$ , док је по табели

$$M_{ср} = 14,87 \text{ m}^4. \quad \sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{-7,03 + 62,67}{2}$$

$27,82 \text{ m.}$ , а толико се мора добити и према обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{44,45 \text{ m}^3}{1 \cdot 1,6 \text{ m}^2} = 27,81 \text{ m.}$$

На послетку биће с обзиром на образац 33) и дијаграме на листу 3.):

$$\xi = \frac{d}{3} \left( \frac{2 \sigma_c + \sigma_y}{\sigma_c + \sigma_y} \right) = \frac{1,6}{3} \left( \frac{2 \cdot (-7,03) + 62,67}{-7,03 + 62,67} \right) =$$

$0,46 \text{ m.}$ , откуда са занемарењем затезања:

$$\sigma_{\max} = \frac{2 N}{3 \xi} = \frac{2 \cdot 102,35 \text{ t.}}{3 \cdot 0,46 \text{ m.}} = \frac{204,7 \text{ t}}{1,38 \text{ m}^2} = 148 \text{ t/m}^2 = 14,8 \text{ kg/cm}^2$$

b) за спојницу у левом ослонцу.

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{1,6}{6} \frac{5,67 - 18,08}{5,67 + 18,08} = -0,139 \text{ m.} = -13,9 \text{ cm.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,6}{6} = 0,27 \text{ m.}$  веће од  $e$ , значи, да ће



нормална сила  $N$  остати у језгру спојнице.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{5,67 + 18,08}{1,6/3} = 44,53 m^3 = 44,53 m^3 \cdot 2,3 t/m^3 = 102,42 t.$$

Проба:  $N_e = M_{ср}$  или:

$$44,53 \cdot 0,139 = 6,19 m^4 = M_{ср.}, \text{ док је по табели}$$

$$M_{ср} = 6,21 m^4$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{13,28 + 42,37}{2} = 27,825 m.,$$

а толико мора бити и по обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{44,53 m^3}{1,1,6 m^2} = 27,83 m$$

с) *31 спојницу у темену свода.*

$$e = \frac{d}{6} \frac{M_c - M_y}{M_c + M_y} = \frac{4,70 - 10,15}{4,70 + 10,15} = -0,061 m. = -6,1 \text{ см.}$$

Како је  $\frac{d}{6} = \frac{1,0}{6} = 0,166 m.$  веће од  $e$ , значи, да нормална сила  $N$  остаје у језгру ове спојнице.

$$N = \frac{M_c + M_y}{d/3} = \frac{4,70 + 10,15}{1,0/3} = 44,55 m^3 = 44,55 m^3 \cdot 2,3 t/m^3 = 102,465 t.$$

Проба;  $N \cdot e = M_{ср.}$  или:

$$44,55 \cdot 0,061 = 2,72 m^4 = M_{ср.}, \text{ а у табели је}$$

$$M_{ср.} = 2,73 m^4$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c + \sigma_y}{2} = \frac{28,14 + 60,78}{2} = 44,46 m.,$$

толико исто мора се добити и по обрасцу:

$$\sigma_m = \frac{N}{1 \cdot d} = \frac{44,55 m^3}{1 \cdot 1,0 m^2} = 44,55 m.$$

Пошто за  $e$  при свима оптерећењима у посматраним спојницама добијамо негативне знаке, значи, да потпорне линије прелазе за те спојнице увек испод осе лука. За позитивно  $e$  пролазила би потпорна линија на дотичном месту изнад осе лука.

Облик и димензије свода морију се тако удесити, да потпорна линија остаје у језгру свода. У том случају јављаће се у свима спојницама само притисци, и за такве сводове потпуно је применљива изложена теорија еластичитета.

Све количине напред добивене, слажу се са одговарајућим количинама у плану сила и графички уцртаним потпорним линијама на листу 3.), што значи, да је рачун исправан. Као што смо извршили горњу контролу аналитичког и графичког прорачуна за спојнице у темену и ослонцима свода, тако би могли поступити и са сваком другом спојницом. Тим начином, помоћу количина  $e$ , долазимо са свим тачно до положаја потпорне линије за сва оптерећења и све спојнице. За позитивно  $e$  ићи ће као што смо поменули потпорна линија изнад, за негативно  $e$  испод осе лука, при прелазу из позитивног у негативни део, мораће потпорна линија сећи осу лука, на том месту мора бити  $e = 0$ . Ако је свод симетричан, а уз то и симетрично оптерећен потпорна линија сећи ће осу свода најмање у по две тачке на свакој половини његовој, — свега четири тачке. За симетричан свод, са несиметричним, — једностраним оптерећењем, мораће потпорна линија сећи

осу свода у најмање три тачке, што све служи као контрола. Аналитички и графички прорачун нашег примера, горње правило потврђује. У колико мање отстају потпорне линије свију оптерећења од осе свода, у толико су облик његов и димензије боље изабране.

По изложеној теорији еластичитета, ваља рачунати све сводове без зглавака, ако је распон већи од 20—25 m., а тако исто и сводове мањих распона са малом стрелом, јер се на тај начин једино добијају тачни резултати.

На сасвим истоветан начин рачунају се и гвоздени лучни носиоци без зглавака, пуни (лимани) и решеткасти, примењени за мостове и кровове. Пошто смо прорачунали свод, можемо прећи на одредбу притисака ивичних у темељима стубова, који почивају на шкриљастој стени и то: за стални, тотални и једностранитерет. С обзиром на лист 3.) имамо, да су резултујући притисци на стену при поменутих оптерећењима:  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$ , нормалне компоненте ових сила у њиховим нападним тачкама спојнице нека су:  $N_1, N_2, N_3$  и  $N_4$ , хоризонталне компоненте биће одговарајуће силе  $H_c = H$ , ивична напрезања  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  и  $\sigma_4$ ,  $e$  и  $e'$  нека су остостајања нормалних компонената од дотичних тачака језгра,  $M_1, M_2, \dots, M_8$  моменти језгра,  $W$  отпорни моменат спојнице у темељу стуба, па ћемо имати да је:

$$W = \frac{100 \cdot 350^2}{6} = 2041666 \text{ см}^3, \quad M = N \cdot e \text{ моменат језгра, и ивично специфичко напрезање у темељу:}$$

$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{N \cdot e}{W}$  у опште. За стабилност стуба морају бити испуњена ова два услова; а) специфичко напрезање  $\sigma$  не сме прећи дозвољени притисак на шкриљасту стену, и б), хоризонтална компонента  $H$  мора бити мања или равна производу из тангенте угла трења и нормалне копоненте  $N$ , т.ј. у опште мора бити:  $H < 0,7 N$ , пошто је према  $H \ddot{u} t t e$  дозвољена тангента угла трења 0,7. За наш пример, престављен на листу 3., имаћемо с обзиром на ознаку да је:

1.) *За стални шерш.*

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{W} = \frac{N_1 \cdot e}{W} = \frac{161483,52}{2041666 \text{ см}^3} = 4,11 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{W} = \frac{N_1 \cdot e'}{W} = \frac{161483,65}{2041666 \text{ см}^3} = 5,14 \text{ кг/см}^2$$

$$H < 0,7 N_1 \text{ или: } 42,08 < 0,7 \cdot 70,21 \text{ односно: } 42,08 < 49,147.$$

2.) *За шотални шерш.*

$$\sigma_3 = \frac{M_3}{W} = \frac{N_2 \cdot e}{W} = \frac{171051,62}{2041666 \text{ см}^3} = 5,19 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_4 = \frac{M_4}{W} = \frac{N_2 \cdot e'}{W} = \frac{171051,55}{2041666 \text{ см}^3} = 4,61 \text{ кг/см}^2$$

$$H < 0,7 N_2 \text{ или: } 46,86 < 0,7 \cdot 74,37 \text{ односно: } 46,86 < 52,059.$$

3.) *За једнострано оптерећење. леви стуб.*

$$\sigma_5 = \frac{M_5}{W} = \frac{N_3 \cdot e}{W} = \frac{163300,57}{2041666 \text{ см}^3} = 4,56 \text{ кг/см}^2$$



$$\sigma_6 = \frac{M_6}{W} = \frac{N_3 \cdot e'}{W} = \frac{163300.60}{2041666 \text{ см.}^3} = \frac{9798000 \text{ кг.см.}}{2041666 \text{ см.}^3} = 4,8 \text{ кг./см.}^2$$

$$N < 0,7 N_3 \text{ или: } 44,47 < 0,7 \cdot 71 \text{ односно: } 44,47 < 49,7.$$

десни стуб.

$$\sigma_7 = \frac{M_7}{W} = \frac{N_4 \cdot e}{W} = \frac{169550.72}{2041666 \text{ см.}^3} = \frac{12207600 \text{ кг.см.}}{2041666 \text{ см.}^3} = 5,98 \text{ кг./см.}^2$$

$$\sigma_8 = \frac{M_8}{W} = \frac{N_4 \cdot e'}{W} = \frac{169550.45}{2041666 \text{ см.}^3} = \frac{7629750 \text{ кг.см.}}{2041666 \text{ см.}^3} = 3,73 \text{ кг./см.}^2$$

$$N < 0,7 N_4 \text{ или: } 44,47 < 0,7 \cdot 73,59 \text{ односно: } 44,47 < 51,513.$$

Као што се из горњег види, услови под а) и б) испуњени су, према чему излази, да су стубови стабилни, како против мрвљења услед притиска, тако и против клизања, услед хоризонталне компоненте  $H$ .

На завршетку статичког рачуна овог по распону највећег каменог моста у Србији, од интереса је поменути следеће појединости:

Пре израде пројекта спремљене су коцке пешчара од кога је мост саграђен и оне су под пресом на Ве. Школи испитивате на притисак, који је у минимуму био  $250 \text{ кг./см.}^2$ . Да би деформације свода испале што мање, пројектом су предвиђене спојнице у своду из квадера од 15 м.м. ширине, у које је по довољном влажењу водом сипат густ малтер од беоцинског портланд цемента, сам малтер набијат је у спојницама помоћу нарочитих дашчица, како би добио већу густину и моћ ношења. Сво остало зидање сем свода, извршено је у пешчару са обичним кречним малтером, само је калдрма израђена од паралелоипеда из кречњака, спојнице калдрме заливане су асфалтом.

За спуштање скела употребљено је 28 гвоздених лонаца са песком, које је израдила фирма Гођевац, што је први пут примењено код наших мостова.

Пројекат са предмером и предрачуном за овај мост израдио је потписати 1903 год. лицитација је одржата 1904 год., свођење је завршено 25 октобра 1905 год., а уклањање сводних скела извршено је 27. новембра исте године, којом је приликом нађено, да је максимално слегање свода услед измицања скела изнело само 17 м.м. Мост је довршен и предат саобраћају у почетку септембра 1906 год., а колаудован је тек у јануару 1907 год., којом је приликом констатована примерна израда његова. Према састављеном окончаном рачуну коштање овог моста не рачунајући трошкове за надзор, износи у округлој цифри 78500 дин.

20 Јануара 1907 год.

у Београду.

М. Турудић

ван. проф. универзитета

## ШТАМПАРСКЕ ИСПРАВКЕ

### 1) Статичко рачунање каменог моста преко Моравице у Ивањици (види Срп. Технич. Лист, Јануар—Децембар 1903 год.)

На стр. 8. у заглављу табеле место  $c = \sqrt{a - b^2}$  стави:  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ , на истој страни у другом реду испод

табеле место  $n = b$  стави:  $n = 6$ . На страни 9. у заглављу табеле место  $w_c$  стави  $W_c$ , а при дну рубрике место  $\sum w_c = o$  стави:  $\sum W_c = o$ . На страни 10. у 12 реду место  $\sum_A^C w_b = \sum_{W_b}$  стави:  $\sum_A^C w_b = \sum W_b$ . На страни 12. при врху десно, место  $+ 17,71$  стави:  $72,71$ . На страни 16 десно у другом реду оздо место  $X_a$  стави —  $X_a$ . На стр. 17 у десетом реду озго с лева место  $(Y_m - \frac{d}{6})$  (стави:  $(Y_m + \frac{d}{6})$ ). На стр. 18 у 9. реду озго место  $z_0 - t_0 = 4,943 - 4,676$  стави:  $z_0 - t_0 = 4,943 - 4,676$ . На стр. 19. у трећем реду после заграде ) стави:  $\frac{\lambda_1}{3} (M_{wb_{12}} +$ . На стр. 22 десно заглавље табеле треба да гласи: б) Свод оптерећен потпуно сопственим и прелазним теретом, а на истој страни првог реда озго место  $m_c$  у бројиоцу стави  $w_c$ . На стр. 23 у 4 рубрици место  $\sum P_{\eta_a} = 7,55$  стави  $\sum P_{\eta_a} = - 7,55$  на истој страни у 5. реду оздо место  $7,55$  стави —  $7,55$  и место  $0,297$  стави свуда —  $0,297$ , место:  $0,6831$  стави: —  $0,6831$ , на истој страни у 3 реду оздо други члан у бројиоцу место  $P_{\eta_c}$  треба да гласи:  $\sum P_{\eta_c}$ . На стр. 24. мере у другој рубрици с лева мере родовне су и за остале рубрике табеле; сем тога место  $X_a = 0,297$  стави:  $X_a = - 0,297$ , на истој страни у првој рубрици с десна место  $13$  стави  $16$ , а у 3. рубрици с десна место —  $4,676$  стави —  $4,943$ . и место  $2,506$  стави: —  $2,736$ . На страни 26. у 16 реду озго, место  $5,19$  стави  $5,98$ .

### 2.) Контролни статички прорачун моста преко Моравице у Ивањици графичким путем (види стручни додатак у Срп. Тех. Листу од 14. — I — 1907 год.)

На стр. 1. у 20 реду лево место  $x_m$  стави:  $x'_m$ . На страни 3. у почетку четвртог реда озго с лева, пред знак  $\sum$  стави количину  $\frac{b}{1}$ , а у 7 реду место  $\sum^B$  стави:

$\sum_A^B$ , у 8 реду место  $\sum_V^r$  и  $\sum_r^A$  стави:  $\sum_A^r$  и  $\sum_r^B$ . На стр. 4. у 26. реду озго с лева место  $X$  стави:

$X_b$ , а у једначини 18 на истој страни место  $\sum_V^A$

стави:  $\sum_A^B$ . На стр. 5. у првом реду озго с лева знак

$\sum$  треба да се односи само на оба бројиоца. На истој страни у све три једначине, стави пред количине  $X_b$  знак — т.ј. —  $X_b$ , а тако исто стави знак — и пред  $\frac{d}{6}$  у другој од тих једначина; даље, у све три једначине место  $x_m$  стави  $x_r$ . На стр. 7. у 21 реду десно знак  $\sum$  треба да се односи само на бројилац.

На стр. 8. а у једначини 22) ваља ставити у именуиоцу место  $\eta$  количину  $\eta_c$ ; на истој страни у 27. реду озго с десна место  $N'_o$  читај:  $N'_o$  т.ј. помножено са нулом, у истој једначини пред нулом на десном крају стави знак = . У једначини 27) место  $B$  у бројиоцу стави:  $B'$ .

М. Т.



## Прилог за обележавање кружних лукова на терену.

За обележавање на терену кружног лука, који спаја правац  $A A_2 A_1$  са правцем  $B_2 B_1 B$ , потребно је првобитно при датом полупречнику кривине знати и величину централног угла. Кад је приступно теме  $D$  у коме се секу напред поменути правци, онда смо у стању измерити и угао  $a$  као и израчунати дужине тангената — односно на терену обележити почетак и крај кривине. Остале тачке кривине по том обележити на досад већ познате начине.

Међу тим често се дешава да је теме  $D$  неприступно и мерење угла  $a$  немогуће. Али избором двају догледних тачака  $A_2$  и  $B_2$  на обележеним правцима, као и мерењем дужине  $L$  (сл. 1) и углова  $\beta_2$  и  $\gamma_2$  у стању смо наћи величину угла  $a$  као и величину дужина  $X$  и  $Y$ . Кад су ови подаци израчунати лако је обележити почетак  $B_1$  и крај кривине  $A_1$ .

Како је решење овог задатка познато — то није ни потребно, излагати начин тог решења.

Деси ли се пак, да не само што је темена тачка неприступна, но да нисмо у стању на обележеним правцима  $B B_1 B_2$  и  $A_1 A_2 A$  изабрати по једну тачку тако да се са једне на другу може видети и визирати, онда ћемо изабрати друге тачке ван обележених правца тако, да нам ове дају све потребне податке за решење задатка.

Овде можемо разликовати следеће случајеве:

1). Између обележених правца чији је пресек у неприступној тачки  $D$  могуће је изабрати једну тачку  $C_1$  тако, да се са ове може догледати и визирати на тачке  $A_2$  и  $B_2$  односно мерити дужине  $C_1 B_2 = l_1$  и  $C_1 A_2 = l_2$  и углове  $\alpha_1$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ .

Овде пак имамо опет два случаја и то:

а). Угао  $\alpha_1$  је удубљен (сл. 1). Из триугла  $C_1 A_2 B_2$  по Карнотовој теореме и синусном ставу имамо:

$$L = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cos \alpha_1}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{l_2}{L} \sin \alpha_1$$

$$\sin \gamma_1 = \frac{l_1}{L} \sin \alpha_1$$

Сад је

$$\beta_2 = \beta - \beta_1 \quad \gamma_2 = \gamma - \gamma_1$$

$$\text{и } a = \beta_2 + \gamma_2$$

а тако исто и:

$$X = \frac{L \sin \gamma_2}{\sin a} = \frac{L \sin \gamma_2}{\sin (\beta_2 + \gamma_2)}$$

$$Y = \frac{L \sin \beta_2}{\sin a} = \frac{L \sin \beta_2}{\sin (\beta_2 + \gamma_2)}$$

$$T = r \operatorname{tg} \frac{a}{2} = r \operatorname{tg} \frac{(\beta_2 + \gamma_2)}{2}$$

Према томе, како је кад разлика  $(X - T)$  односно  $(Y - T)$  негативна или позитивна треба је од тачке  $B_2$  у правцу  $B_2 B$  пренети до  $B_1$  или од  $A_2$  у правцу  $A A_2$  пренети до  $A_1$ . На овај начин је на терену обележен почетак и крај кривине.

b). Угао  $\alpha_1$  је испупчен (сл. 2). Из триугла  $A_2 C_1 B_2$  имамо да је

$$L = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cos \alpha_1}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{l_2}{L} \sin \alpha_1$$

$$\sin \gamma_1 = \frac{l_1}{L} \sin \alpha_1$$

$$\beta_2 = \beta + \beta_1 \quad \gamma_2 = \gamma + \gamma_1$$

Отуда је

$$a = \beta_2 + \gamma_2$$

Кад су израчунати углови  $\beta_2$  и  $\gamma_2$  онда је могуће израчунати и

$$X = L \frac{\sin \gamma_2}{\sin (\beta_2 + \gamma_2)}$$

$$Y = L \frac{\sin \beta_2}{\sin (\beta_2 + \gamma_2)}$$

$$\text{и } T = r \operatorname{tg} \frac{a}{2} = r \operatorname{tg} \frac{(\beta_2 + \gamma_2)}{2}$$

Сад је лако на напред поменути начин одредити и обележити тачке  $A_1$  и  $B_1$ .

с). Овај задатак може се решити и на следећи начин. Продужимо стране  $B_2 C$  и  $A_2 C_1$  до тачака  $E$  и  $F$  као пресечних тачака поменутих страна са обележеним правцима па ћемо добити следеће:

$$\delta = \alpha_1 - \gamma$$

$$Y_1 = l_2 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \delta} = l_2 \frac{\sin \alpha_1}{\sin (\alpha_1 - \gamma)}$$

$$C E = l_2 \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = l_2 \frac{\sin \gamma}{\sin (\alpha_1 - \gamma)}$$

$$Y_{11} = \left( l_1 + l_2 \frac{\sin \gamma}{\sin (\alpha_1 - \gamma)} \right) \times \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



Како је  $y = y_1 + y_2$ , то је сад лако одредити из разлике  $(y - T)$  и тачку  $A_1$ .

На исти начин може се израчунати  $X, X_1$  и одредити и обележити тачка  $B_1$  и као почетак кривине.

2.\*) У двама тачкама  $A_2$  и  $B_2$  на обележеним правцима могуће је дизањем управних у овим тачкама на обележене правце наћи пресек  $C_1$ .

Мерењем дужина  $B_2 C_1 = l_1$  и  $C_1 A_2 = l_2$  као и мерењем угла  $\alpha$  који те стране захватају —  $\alpha$  који је у исто време централни угао имамо из

$\Delta B_2 C_1 A_2$  (слика 3) да је:

$$L = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cos \alpha}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{l_2}{L} \sin \alpha$$

$$\sin \gamma_1 = \frac{l_1}{L} \sin \alpha$$

За тим је:

$$\beta_2 = 90^\circ - \beta_1; \quad \gamma_2 = 90^\circ - \gamma_1$$

$$X = L \cdot \frac{\sin \gamma_2}{\sin \alpha} = L \frac{\cos \gamma_1}{\sin \alpha}$$

$$Y = L \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha} = L \cdot \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha}$$

$$T = r \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}$$

Из дужина  $X, Y$  и  $T$  могуће је одредити почетак и крај кривине.

3.) Ако између обележених праваца чији је пресек — (односно теме кривине) — неприступачан нисмо у стању наћи једну тачку  $C_1$  са које се могу догледати две тачке  $A_2$  и  $B_2$  на обележеним правцима, онда ћемо обележити један полигонски влак  $B_2 1 2 3 4 \dots A_2$  коме можемо мерити стране  $l_1, l_2, l_3 \dots l_n$  и преломне углове  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots E$ . Као што се из слике 4. види централни угао

$$\alpha_1 = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \dots - (n - 3) 180^\circ.$$

Дужине  $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$  израчунаћемо на начин као што је то показато у задатку 1 с. па ћемо добити да је:

$$y_1 = \frac{l_1 \sin \delta_1}{\sin (E + \delta_1)}$$

\*) Овај задатак решио је г. Јордан Петровић.

$$\frac{33^1}{\sin (E + \delta_1)} = \frac{l_1 \sin E}{\sin (E + \delta_1)}$$

Из  $\Delta 22'3$  је:

$$y_2 = \frac{\sin \gamma_1}{\sin (E + \delta_1 + \gamma)} \cdot 23^1$$

$$\left\{ \frac{l_1 \sin (E + \delta_1)}{\sin (E + \delta_1)} + l_3 \right\} \frac{\sin \gamma_1}{\sin (E + \delta_1 + \gamma)}$$

и т. д.

$$\text{и } T = r \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}$$

из разлике  $Y - T$  наћи ћемо и утврдити крај кривине.

Тако исто утврдићемо и почетак кривине  $B_1$  рачунајући вредности  $X, X_2 \dots X_n$ .

*Примедба.* Деси ли се случај да нисмо у стању обележити полигон  $B_2 1, 2, 3 \dots A_2$  са испупченим угловима  $\beta, \gamma, \delta$ , и т. д. већ буди какав полигон  $B_2, 1_2, 1, 2, 2_2, 3 \dots A_2$  или  $B_2, 1_3, 2, 3, \dots A_2$ , онда да би могли на обележеним правцима добити одсечке  $Y_1, Y_2, \dots Y_n$ , треба из података добивених мерењем страна  $B_2 1_2, 1_2 1, 2, 2_2, 2 3$  односно  $B_2 1_3, 1_3 1$  и углова  $B_2 1_2 1, 2, 2_2, 3$  односно  $B_2 1_3 1$  израчунати дужине страна  $l_1$  и  $l_3$  као и преломне углове  $\alpha, \beta, \gamma$  и по том приступити израчунавању дужина  $Y_1, Y_2 \dots Y_n$ , као и почетка и свршетка кривине.

Ако би могли на терену обележити између двају праваца полигон  $B_2 1 2 \dots A_2$  (слика 5) онда је задатак много простији од првог и рачунање је лакше. Помоћу Карнотовог става и синусног правила, лако је израчунати (види задатак 1)  $L_1$  и углове  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$ , по том  $L_2$  и углове  $\alpha_2$  и  $\delta_1$  а по том и дужине  $X$  и  $Y$  као и  $T$ .

Овим задацима обухваћени су сви могући случајеви одређивања почетне и крајње тачке једне кривине кад је теме неприступно, и кад се са тачака једног обележеног правца не може догледати на обележене тачке другог правца.

Ови начини израчунавања и обележавања почетка и свршетка кривине су нови и до сад непознати.

Обреновац

17. Новембра 1906. године.

Мих. В. Илић,  
инжењер.



## СРПСКЕ МОРАВКЕ

Ко је пролазио поред Мораве морао је чути клепетање чекетала, и ако је обратио пажњу те потражио место, откуда му глас долази морао је смотрити на самој Морави подигнуте кућице дашчаре, које као каква лаба лебде на води, а поред њих се уморно окреће водено коло, чија пераја гони речна вода, која протиче. Ето, то је једна врста српских воденица, које се налазе поред обала већих река, па је у пределима око Мораве добила чак и име *Моравка*.

Остављајући, да другом приликом проговорим опширније о српским млиновима, узео сам, да у овим редовима опишем како наш народ употребљава водену снагу на Морави, крећући млинове, хоћу да опишем српску Моравку и тиме, да покушам дати мали прилог за проучавање народне технологије.

Вода је добар слуга, али лош господар — вели наш народ, а човек као створ на земљи дошао је по свој прилици пре до сазнања, да је вода зао и лош господар, много пре сигурније, но што је увидео, да вода може бити и добар слуга. Много је времена протекло док је човек успео, да ону силну водену снагу употреби на своју корист, те да и од злог господара начини послушнога слугу, који ће му својом снагом вршити корисне послове. Човек је створио *водено коло* које је вода обртала, а са његовим обртањем покретала и млинове и шмркове (црпке). Најпростији облик воденога кола образују она водена кола, која се покрећу тиме, што вода при отицању захвата њихова *пераја*, гони их и тиме покреће само коло; ту вода производи покрет само својим током, без вештачког пада и згодније употребе саме тежине воде. Па ова најпростија водена кола образују и најстарији тип водених кола.

У ову врсту водених кола спадају и водени мотори на *српским моравкама*.

Не зна се, ко је пронашао начин, како ће се употребити водена снага за покретање; али се зна, да је било водених кола још код Египћана и Асираца, а у то доба и у Кини. Водених је кола било и у Грчкој, па по том и код Римљана и ту су она употребљавана махом за покретање црпки (шмркова) за воду, а и за покретање млинова, пошто су ти млинови кретани сувачама, снагом животиња или робова. Постанак воденога кола пада у давна времена, али корисна примена његова није тако давна.

По Strabo-у\*) постојао је за време Митридата Великог (рођ. 137. пре Хр., умро 64. пре Хр.) у близини престонице Понтијског краља један млин, који је покретала

водена снага, што нам потврђује, да су водена кола била тада позната у Азији. Налазе се подаци из готово истога доба за владе Јулија Цезара (рођ. 100. год. пр. Хр. умро 44. пре Хр. из којих се изводи: да су водена кола била тада знана и у Риму.

Међу осталим подацима на њих нас опомиње оно поетско место, које Salmasius приписује некоме Antipater-у савременику Цицероновом (рођ. 106. пр. Хр. умро 43. пр. Хр.) у коме се вели:

„Престаните се мучити ви девице, што радите по млиновима, спавајте сад и пустите, да тице поздраве зору; јер је Церера заповедила Најадама,\*) да ваш посао врше; ове је слушају, бацају се на точкове, снажно гоне таласе, а ови опет тешке млинове.“

Као сигуран доказ, да су за доба цара Августа (рођ. 65. пр. Хр., умро 14. после Хр.) постојала у Риму многа водена кола за покретање шмркова и млинова служи нам исцрпно описивање ових машина у X књизи Витрувљевих дела.

Витрув је знао о воденим колима и он их је описао, али година Витрувјевог рођења и смрти није до сад тачно утврђена. У делу: *Biographie universelle ancienne et moderne* свеска 49. стр. 314, вели се, да је Витрув своје знаменито дело: „*De Architectura*“ посветио цару римском неколико година после онога времена, кад је цар узео себи име Август, што је било 27. године пре Хришћанског рачунања, што значи да су у то доба била позната водена кола и њихова употреба.

У Витрувљевом делу у одељку: „*De alio tym rano et hydromylis*“ налази се опис воденог кола, који слободно преведен изгледа овако:

„Точкови, онакви какви су примењени и за кретање људском снагом, примењени су исто тако и на рекама. На њиховом обиму утврђују се пераја, на која удара текућа вода, те производи окретање точка. Овим окретањем покреће се и црпка (шмрк), којом се црпе вода и спроводи у један ковчег, а одатле до највећих висина. На тај се начин издиже вода самом воденом снагом, без рада робова и надничара, који су гажењем (својом тежином) кретали црпке. На исти начин помоћу воденог кола кретани су и млинови за млевење жита, које је конструисано исто тако, као и за покретање црпке, само што на крају осовине воденога кола има један зупчасти точак, који стоји вертикално исто онако као и водено коло, па како је и на истој осовини, то се и он окреће онако исто као и водено коло. Са овим зупчастим точком стоји у дуди-

\* Beckmann, Beiträge zur Geschichte der Erfindungen.

Dr. Moritz Rühlmann, Allgemeine Maschinenlehre.

\*) Najade (од грчког *nao* — тећи) су у грчкој митологији нимфе (виле) извора, потока и језера; ћерке су Зевса, који шаље кишу.



ру други хоризонтални точак (на вертикалној осовини), који се покреће помоћу вертикалног зупчастог точка. На другом крају осовине (вретена) хоризонталног точка која стоји вертикално налази се утврђен жрвањски камен, који се заједно са вретеном и хоризонталним зупчастим точком гоњен вертикалним зупчаником, окреће, и мрви зрневље, које из једног левка (*коши*) упада у жрвањ“.

Ево тако је описао Витрув тадање римске млинове, који не бијаху баш у Риму, већ ван њега на каналима, којима се спровођаше у варош вода за пиће, Ови су канали имали нагиб према хоризонтали, т. ј. мали пад, те су због тога морала бити ту примењена и водена кола, која се покрећу воденим ударом на доњем делу, Та су водена кола била слична са нашим воденим колима на моравкама, које се и данас налазе готово исто онако конструисане, као и римска водена кола, и римски млинови.

Али увођење воденог кола за покретање ишло је веома лагано, томе је по свој прилици било више узрока; а по најглавнији од тих узрока били су: незнатно дејство самог воденог кола, а при том не баш скупо обдржавање *сувача*, које су биле независне од места и помоћу којих су се могли окретати млинови ма где, а не у близини воде, где је и земљиште и зграда била несигурнија; па и околност, да се морало наћи посла робовима и стоци чинила је, те су се водена кола лагано уводила у рад.

Тек, кад је Калигула — на 23 године после Августове смрти — наредио, да се из римских млинова узму коњи и волови за друге послове, онда се осети већа оскудица у лебу због малог броја млинова, које покреташе водена снага; тада се водена кола почеше јаче уводити али и то не иђаше брзо, јер се и на неколико столећа после тога налазаше у Риму још око 300 сувача, које се окретаху животињском снагом.\*)

Водена кола у Риму нису се налазила тада на рекама, већ су над каналима подизани млинови што је било лакше, јер су они имали мање ширине но реке; а млинове први пут је подигао на самој реци Тибру са воденим моторима *Belisar* славни војсковођа цара Јустијана, око године 536. после Христа. Кад је *Belisar* по други пут отео Рим од *Vitiges*-а краља Источних Гота, онда овај опсади Рим те га у опсади држаше скоро 2 године. Тада *Vitigas* нареди, да се запуши велики и скупљени градски водовод, на коме лежаху и млинови, те се *Belisar* из те неприлике извукао тако, што је наредио, те се млинови са својим воденим моторима натоваре на возове, однесу и поставе на чамце и лађице у саму реку Тибар, где се окретаху помоћу водених кола, гоњених водом, која испод њих протицаше, без вештачког пада и канала.

\*) Beckmann, Beiträge zur Geschichte der Erfindungen.

Тиме је *Belisar* дао повода, да се пронађу воденице на чамцима.

Ево како гласи опис овога догађаја из дела: *de bello gothico*\*)

„Али због тога, што су водоводи искварени не могаху радити ни млинови, а волови се не могаху употребити за кретање млинова, јер у вароши већ не бијаше сувишка у животним намирницама, тако да и потребни коњи једва добијаху храну. Тада паде *Белизару* на памет једна духовита мисао.

Под његовом власти стајао је још један мост преко Тибра. Одмах иза овога моста, онде где река под сводовима моста протицаше великом брзином, утврди он помоћу јаким балвана два чуна која беху удаљена две стопе један од другог. На ова два чуна поставише млинове, а у слободном простору између чунова обрташе река водено коло, које покреташе млинове. За прве чунове низ реку притврдите друга два, који такође држаху млинове, за другим дође трећи пар чунова са млиновима, па се то тако продужи даље, док се не образова читав низ од млинова, покретаних воденим колима као и први. Ови су млинови спремали брашно за леб, којим град уталожаваше своју глад. Кад за ово дознадоше Готи, обараху дрвеће, одсецаху са њега гране, па бацаху у реку огромна стабла. Ова их је носила низ воду, па са великом лупњавом грунеше стабла и разломише водена кола. Али *Белизар* нађе противу тога друго средство. Преко целог Тибровог корита с једне обале на другу затеже он разне ланце, који хватаху и задржаваху сва стабла, те не могаху даље, а одређени људи одмах их извлачаху из реке. Ове је ланце затезао *Белизар* не само због својих воденица већ и због тога, што се бојаше, да овим путем не стигне једном и велика гомила Гота на чамцима, па да та гомила не покуша да овим путем уђе у град. На тај је начин *Белизар* створио себи заклон а Римљанима осигурао хлеб.“

После овога времена водена моторна снага примењивана је све више и више, а нарочито за покретање млинова. Већ у четвртном столећу изгледа да је било млинова са воденом снагом — воденица; бар тако напомиње *Ausonius*, који је живео око 379. год. после Христа, па вели да је тада била једна воденица на једној речици, која је утицала у Мозел.

Једну француску воденицу пред *Дижоном* помиње *Gregorius de Towis*, који је живео у шестом столећу, а тако исто помиње неку воденицу, коју је неки игуман подигао у корист свога манастира.

*Wenzel Hager* тврди у својој чешкој хроници, да је прва воденица у Чешкој подигнута 718. године.

\*) По делу: *Klopp, Geshicshite charakteristische Züge u. Sagen, aus der Zeit der Völkerwanderung* у коме је одштампан скоро буквални превод *Procopius*-ов са латинског.



По Wolterus — овој хроници подигао је цар Хенрих I године 922. град Гослар на једном месту где се налазила некаква воденица.

Нешто мало после тога (1044) било је воденица и у Млетцима, које су због плиме и осеке обртане после 6 часова на једну или другу страну, према томе који је правац кретања узела вода.

Па и разне повеље из крсташких похода тврде, да је било воденица у Немачкој, Француској и другим земљама, па и на Балканском тропољу.

Без сумње је и српски народ тада имао воденице. Реч *воденица* према појму, који треба ова реч да означава у српском језику, готово је индетична са појмом, који означава реч *млин*. А да воденица мора бити подигнута на води о томе не треба ни мислити; само је овде интересантно још и то, што се из речи воденица готово изгубила звучна или језична ознака млина, већ кад се каже воденица онда се ту само по себи схвата и појам млина, па чак и појам *жрвња*, јер се не баш ретко чује да се за појам жрвањ за кафу или со назива речју воденица за кафу и со. Из овога је јасно, да су у српском народу и постојали може се готово рећи и једино млинови са воденом покретном снагом — воденице, а можда су Срби дошав на Балканско тропоље и затекли водена кола, која су кретала млинове, што ће се у неколико можда моћи извести и из назива појединих делова на воденом колу, кад их филолог посматра, у што се ја нећу и не могу упуштати; само ова околност што се млин на води са воденом покретном снагом назвао воденицом сведочи, да је у таквом млину главнија и важнија ствар била вода и водена моторна снага, но сами жрвњеви, па и њихов производ рада — брашно, мливо; а кад је то тако, онда се, држим, може тврдити, да је *млин са воденом моторном снагом познат давно међу Србима*.

У Душановом закону нема ничега што би нас подсећало на какав закон о водама и воденицама, сем што се у члану 108. помиње, *да је сваки млин морао плаћати приславу по 3 перцере* (види: законик Стефана Душана цара српског 1349. и 1354. на ново издао и објаснио Стојан Новаковић.)

Прешав овако у главном историју воденог кола и утврдивши у колико је могуће порекло млинова подигнутих непосредно на реци, описаћемо и један тип воденог кола, који се почешће виђа код нас у Србији на Великој Морави па га за то и наш народ заједно са воденицом назива *моравки*.<sup>1)</sup>

У слици 1. представљен је изглед моравке спреда и са стране. На чуновима Т, који се зову *шумбаси* подигнута је читава моравка, чунови су утврђени ланцима I. за обалу, подаље од самога речног корита. У правцу стрелице тече вода, удара на крила воденог кола К, потискује их и тиме окреће водено коло или

<sup>1)</sup> Има ових воденица и на Западној и Јужној Морави, а и на Сави и Дунаву, чија се конструкција врло мало разликује од ове, која је овде описана.

боље рећи осовину његову О, Из слике 2, 3 и 4 јасно се види конструкција моравке. У лежиштима N, који се зову *шруици* лежи главна осовина т.з. *ваона*, из које на три места излазе по 8 *паоца* p, у чије су горње крајеве углављена *пераја* названа *матароге* m. Начин како су матароге спојене са паоцима види се из слике 5. Да би паоци били што боље везани међу собом налазе се *укрушнице дрвене* u и *гвоздене* v. На ваони налази се један зупчасти точак M, који се окреће заједно са ваоном (сл. 2. и 3.) Зупчаник M стоји у додиру са малим точком r, који је утврђен на осовини R. Овај точак r састављен је из два *дрвена образа*, између којих су утврђене гвоздене шипке, које захватају зуби зупчаника M, оне покрећу точак r, а са њим и осовину R. На осовини R утврђен је други зупчасти точак Q, који се обрће заједно са осовином R, а овај опет стоји у додиру са точком Z, те га покреће. На овај начин пренето је обртање од хоризонталне на вертикалну осовину. Точак Z конструисан је (сл. 8) као и точак r, само што су дужи гвоздени *шипови* i i, који су утврђени између *образа* w. Овај точак Z има вертикалну осовину s на чијем је горњем крају утврђен *жрвањски камен* k. Из *коша* l пада зрневље преко *корице* f, која се одржава у вези са кошом помоћу *кључанице* x. *Чекетало* у ослања се једним крајем на камен који својом горњом неравном површином при окретању помера *чекетало* u, ово опет доводи *корице* у вибрирање, те се преко њих спушта полако зрневље на ниже и пада под камен, ту се самеле и *мливо (брашно)* пада *левком* t у *сандук* g.

Слика 6. показује како су утврђени зуби на точку M,

Кад се жели, да се обустави рад воденог кола онда се употреби *устава* U; Слика 7. нам представља уставу у детаљу; на једно вретено, које се помоћу руковата може окретати у својим лежиштима намотана су два ланца близу самих лежишта вретена, о крајевима ланца виси *загатка* a, која се при одвијању ланца клезећи између *вођица* b спушта у воду, те је загати и ниво воде пред воденим колом спадне, вода не дохвати пераја — *матароге* и водено коло стане. Чим се загатка извуче из воде, ниво се воде пење, вода удара на матароге и водено се коло почне обртати.

Свршивши описивање наше моравке, нека ми је дозвољено да бар најкраће изнесем израчунавање дејства ове врсте воденог кола, те да се види моторна снага његова — величина рада, који нам оно свршава.

Ако означимо обимну брзину точка (воденог кола) са v, (ефект) равно механичком раду у јединици времена т. ј. дејство ће бити изражено производом из силе (P), која дејствујући по обиму гура точак и пута у јединици времена у правцу силе (брзина v), те означавајући дејство са E имали би да је у опште:

$$E = P \cdot v \dots \dots \dots (1.)$$

Сила P преставља нам силу, коју врши вода



ударом на пераја при протицању. Ако је брзина воде  $c$ , а обимна брзина точка  $v$  (брзина, којом се одмичу пераја — матароге — *лопате*), онда је сила од воденог ударца престављена у опште овим обрасцем:

$$P = m \cdot p.$$

сила = маси  $\times$  промена брзине (убрзање) за овај је случај:

$$\text{маса } m = \frac{Q}{g} = \frac{\text{тежина воде која протече за } 1''}{\text{акцелерација}}$$

а промена брзине:

$$p = c - v$$

те је тако:

$$P = \frac{Q}{g} (c - v) = \frac{c - v}{g} \cdot Q \dots \dots \dots (2.)$$

Ако означимо са  $F$  површину у  $m^2$  на коју удара вода, са  $c$  брзину воде у метрима, а са  $\gamma$  тежину  $1 m^3$  воде ( $\gamma = 1000$  кг.); онда ћемо имати, да је тежина воде, која протече за  $1''$ :

$$Q = F \cdot c \cdot \gamma$$

Стављајући ову вредност за  $Q$  у обрасцу (2.), добићемо:

$$P = \frac{c - v}{g} F \cdot c \cdot \gamma;$$

па унесећи ову вредност за  $P$  у једначину (1.) добијемо да је дејство ове врсте воденога кола:

$$E = P \cdot v = \frac{c - v}{g} F \cdot c \cdot \gamma \cdot v \dots \dots \dots (3.)$$

Ова би се једначина могла употребити за израчунавање моторне снаге оваквих водених кола на српским моравкама само онда, када не би било губитка воде, већ кад би цела напред поменута количина воде  $Q$  долазила до дејства, али губитак воде је неминован, јер пераја (лопате, матароге) не могу бити тако постројена да дубина којом газе *лопате* (површина  $F$ ) остане увек иста, јер се површина  $F$  мења и то у толико више, у колико је мањи број пераја, те би се тако за стварно прорачунавање на место  $Q$  морала узети тежина воде, која зацело погађа пераја, а она за ову врсту водених мотора износи 0,8 до 0,6  $Q$  или у опште

$$\eta Q,$$

те је тако моторна снага

$$E = \eta \frac{c - v}{g} F \cdot c \cdot \gamma \cdot v \dots \dots \dots (4)$$

где је  $\eta = 0,6$  до  $0,8$ .

Помоћу овога обрасца добиће се дејство воденога кола изражено у килограм метрима, а ако се жели, да се оно изрази у коњским снагама онда ће се морати добијени број килограм метара поделити са 75

(1 HP = 75 kg. m.) те ће се добити:

$$E = \eta \frac{c - v}{75 g} F \cdot c \cdot \gamma \cdot v \dots \dots \dots (5)$$

Сад можемо и да израчунамо дејство једног од водених кола, којим гоне наше моравке.

Узмимо да је:

брзина воде  $c = 2$  м.; обимну брзину  $v$  моћи ћемо лако израчунати кад знамо пречник  $D$  — воденог кола (рачунајући средину која залази у воду) и број обртања у минути. Узмимо да је пречник  $D = 2,5$  м., а број обртања  $n = 6,5$  пута у  $1'$ , онда је пут тачке на обиму у  $1'$

$$D \cdot \pi \cdot n$$

а обимна брзина је онда (пут у  $1''$ )

$$v = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}$$

те ће за наш случај изнети:

$$v = \frac{2,5 \times 3,14 \times 6,5}{60} = 0,85 \text{ м.}$$

Површину, на коју вода удара израчунаћемо такође лако, кад знамо дужину матарога (лопата) и дубину *гажења*; нека је дужина лопате 4,5 м. (колика је обично и у ствари) и дубина *гажења* 0,3 м., па ће онда бити и површина на коју вода удара:

$$F = 4,5 \times 0,3 = 1,35 \text{ m}^2$$

Узимајући још средњу вредност за  $\eta = 0,7$ , добићемо дејство (ефект) овог воденог кола:

$$E = 0,7 \frac{2 - 0,85}{75 \times 9,81} 1,35 \times 2000 \times 0,85 = \frac{188,3}{75} = \approx 2,5 \text{ коњ. снаге (H. P.)}$$

откуда излази да је

$E = \approx 2,5$  коњске снаге или тачније 188,3 килограм метара.

Ево колику нам моторну снагу преставља једно овако водено коло, онако како се обично прави на Великој Морави у округу моравском.

*Колику ли нам моторну снагу преставља и овако нерсгулисана Морави? која тако угодно просеца целу Србију, али о томе други пут.*

Обилићево

јула 1906. год.

Ж. Д.



# Одређивање димензија плоча и ребрастих носача.

Прилог теорији армираног бетона.

F. Adutt ing.

Срачунавање димензија плоча и ребрастих носача по пруском упуству састоји се у томе, што се по одредби спољних сила узме извесан пресек па се за њ види, да ли напрезања бетона и гвожђа не прелазе максималне допуштене вредности. По себи је разумљиво, да ће се после неколико покушаја подесити пресек, код кога ће најбоље и потпуно бити искоришћени и бетон и гвожђе. Ова је метода незгодна, јер изискује доста извешбаности и вештине.

Што се тиче пак грађевинских делова изложених на савијање важе по пруским прописима ове вредности: напрезање на притисак несме прећи  $\frac{1}{5}$  јачине на притисак, а она је код бетона обично 180—200  $\text{kg/cm}^2$ . Само код испитане веће јачине на притисак сме бити напрезање на притисак и до 50  $\text{kg/cm}^2$ . Максимална напрезања на притисак и истезање могу код гвожђа бити до 1200  $\text{kg/cm}^2$ . Ни у пруским упуствима нити Betonverein чине разлику између зграда и мостова. Неопходно би потребно било, да се за друмске и железничке мостове поставе друге норме — као што је то случај код железница; а да не буду иста допуштена напрезања и за зграде и за мостове.

Специјално за Србију могу се узети као крајње вредности ове:  $\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ;  $\sigma_b = 30 \text{ kg/cm}^2$ . Те су вредности и усвојене у следећем разлагању, у коме ће се изнети како се на најпростији начин из момената добивају одмах димензије плоча и ребрастих носача.

Чини се претпоставка, да постоји извесни пропорционалитет између напрезања на притисак и истезање; занемарена су пак истезања бетона и к томе још и напрезања на притисак у ребру носача са плочом.

Нека је:

$D =$  сума напрезања на притисак на ширини пресека  $b$ ;

$Z =$  сума напрезања на истезање на ширини пресека  $b$ ;

$M =$  моменат савијања спољних сила;

$x =$  одстојање неутралне осе од горње ивице пресека;

$h =$  корисна висина пресека;

$a =$  губитак у конструкцији;

$n =$  однос између модула еластичности гвожђа и бетона ( $=10$  до  $15$ .)

$d =$  јачина — дебљина плоче;

$b =$  ширина пресека, односно садејствујућа ширина плоче;

$F_e =$  пресек гвожђа

$\sigma_b =$  максимално напрезање бетона ( $= 30 \text{ kg/cm}^2$ );

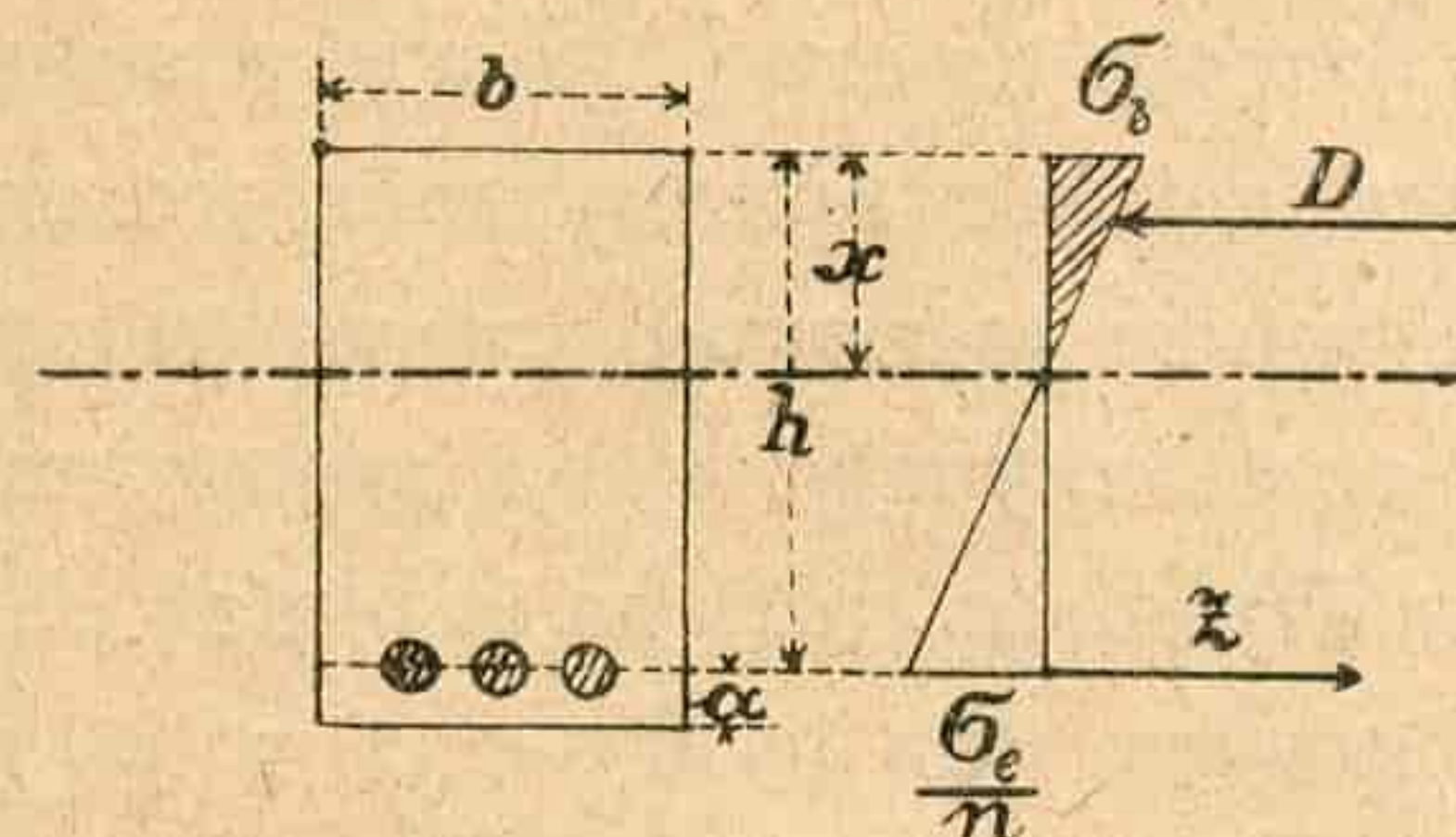
$\sigma_e =$  максимално напрезање гвожђа ( $= 1000 \text{ kg/cm}^2$ );

$\sigma_b,$  = напрезање бетона у доњој ивици плоче.

## I. Правоугаони пресек, плоча.

Обрасци за димензионисање плоча већ су познати, с тога се износе само потпуности ради.

Моменат савијања спољних сила мора бити једнак моменту унутрашњих сила



(сл. 1.)

С тога је:

$$M = D \left( h - \frac{x}{3} \right)$$

за  $D = \frac{1}{2} \sigma_b x \cdot b$  добива се:

$$M = \frac{\sigma_b x}{2} \cdot b \left( h - \frac{x}{3} \right) \dots \dots \dots 1);$$

Ако се изрази  $x$  функцијом  $h$  биће:

$$\sigma_b : \frac{\sigma_e}{n} = x : (h - x)$$

или:

$$x = \frac{n \sigma_b}{\sigma_e - n \sigma_b} h = 0.310 h \dots \dots \dots 2);$$

Заменом ове вредности  $x$  у једн. 1) добива се:

$$M = \frac{\sigma_b}{2} 0.310 \left( 1 - \frac{1}{3} 0.310 \right) b h^2 \dots \dots \dots 3)$$

а одатле:

$$h = 0.49 \sqrt{\frac{M}{b}} \dots \dots \dots I)$$

Сума свију истезања је:

$$Z = F_e \cdot \sigma_e \text{ а одатле}$$

$$F_e = \frac{Z}{\sigma_e} = \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b \frac{1}{\sigma_e} \dots \dots \dots 4)$$

Заменом  $x$  вредношћу  $x = 0.310 h$  добиће се;

$$F_e = \frac{1}{2} 0.310 \frac{\sigma_b}{\sigma_e} b \cdot h$$

или:

$$F_e = 0.00228 \sqrt{M \cdot b} \dots \dots \dots II)$$

Ако се у једнач. I) и II) стави  $M$  у  $\text{kg. cm.}$  и  $h$  у  $\text{cm.}$ , добиће се и висина  $h$  у  $\text{cm.}$ , а потребан пресек гвожђа  $F_e$  у  $\text{cm.}^2$ .



Када се рачунају обичне плоче ваља ставити  $b = 100$  см. а добивени пресек гвожђа  $F_e$  треба расподелити на текући метар, па ће онда једначине I) и II) прећи у ове :

$$h = 0.049 \sqrt{M} \dots \dots \dots (Ia)$$

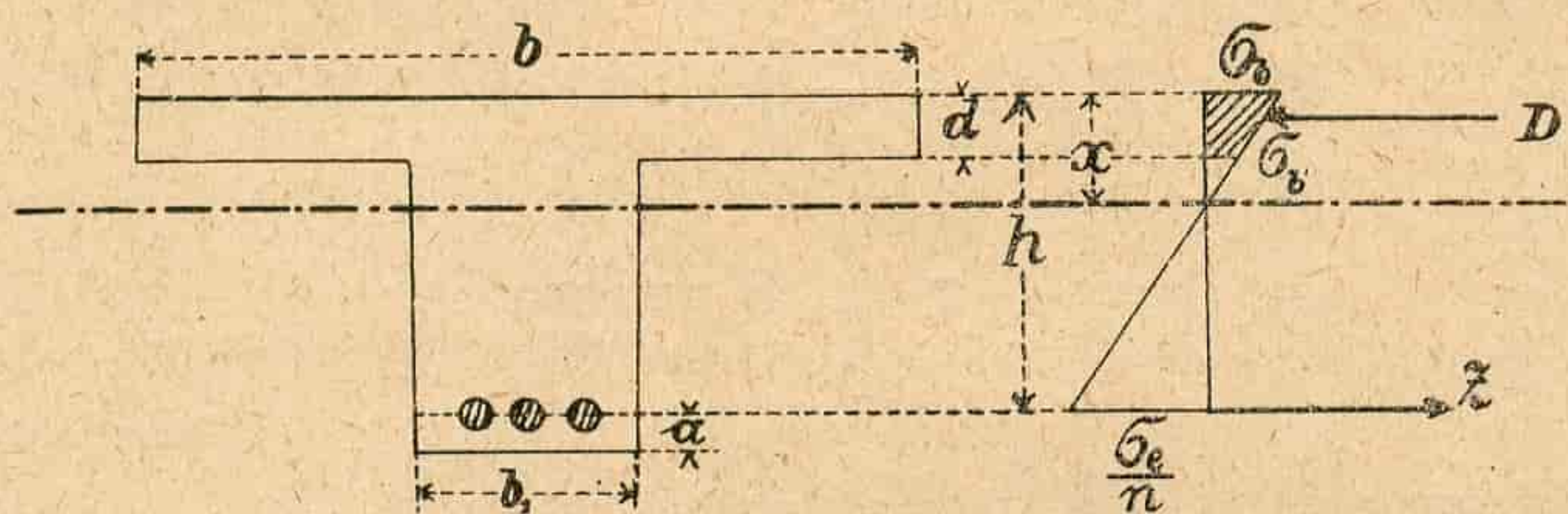
и

$$F_e = 0.0228 \sqrt{M} \dots \dots \dots (IIa)$$

### II Пресек облика Т или ребраст носач

За случај да је  $d > x$ , т. ј. кад је јачина плоче већа но одстојање неутралне осовине од горње ивице пресека, онда остаје дејство плоче у зони притиска. Носач тада има дејство правоугаона носача са истом висином, а ширином једнаком са ширином садејствујуће плоче. У томе случају бива димензионисање по обрасцима I) и II) но с тим, да је  $b \max = 1/3$  распона.

Други је случај, кад је  $d < x$  т. ј. кад је јачина плоче мања од растојања неутралне осовине од горње ивице плоче.



(сл. 2)

У почетку је речено да се занемарују и притисци и истезања ребра. Тражи ли се корисна висина  $h$  на начин сличан ономе код плоче, т.ј. да се  $h$  изрази моментом  $M$ , онда се добива један компликовани образац облика :

$$h = f(d, b, M)^*$$

Дакле и овде је корисна висина зависна од јачине плоче  $d$ , а димензионисање на овај начин и приметно је и споро је исто онако као и са одређивањем пресека у напред, а путем покушаја.

Ако се код ребрастог носача узме извесни одређени однос за  $\frac{h}{d}$  могу се извести исто тако прости образци као и мало час код плоче. Полазна тачка је:

$$M = W \sigma$$

дакле : Моменат спољних сила једнак је производу из отпорног момента и дозвољеног напрезања. Да се добије отпорни моменат  $W$ , мора се одредити моменат лењивости пресека а у односу на неутралну осовину Тај моменат је :

$$J = \frac{b x^3}{3} - \frac{b - b_1}{3} (x-d)^3 + 15 F_e (h-x)^2 \dots \dots 5)$$

Претпоставља се да је носач хомогени бетонски балван, чији је пресек повећан за  $n$ -то струку повр-

шину гвожђа. Зона истезања бетона и моменат лењивости површине гвожђа занемарени су.

Узимањем извесног одређеног односа  $\frac{h}{d}$  и стављањем нађене вредности ( $x = 0.310 h$ ) може се изразити моменат лењивости обликом :

$$J = \varphi b h^3$$

Одатле се добива отпорни моменат

$$W = \frac{J}{x} = \psi b h^2 = \frac{M}{\sigma_2}$$

и корисна висина :

$$h = \xi \sqrt{\frac{M}{\psi}}$$

Узме ли се да је  $d = 0.2 h$ , онда је:

$$x = 0.310 h$$

$$x-d = 0.110 h$$

$$h-x = 0.690 h$$

Ако се ове вредности замене у једнач. 5) добиће се:  $J = 0.00993 b h^3 - 0.00044 (b - b_1) h^3 + 7.1415 F_e h^2 \dots 6)$

Ширини ребра  $b_1$  износи само извесни мали део садејствујуће ширине плоче  $b$  те се по томе без ичег даљег може изоставити из рачуна. Онда је:

$$J = 0.00993 b h^3 - 0.00044 b h^3 + 7.1415 F_e h^2 \dots 7)$$

Остаје само да се још и  $F_e$  изрази обликом:  $F_e = \alpha b h$ . Др. Јнг. Вајске учинио је то већ графичким путем, овде се пак износи аналитички.

$$D = Z = \sigma_e F_e = \frac{b x}{2} \sigma_{b1} - \frac{b (x-d)}{2} \sigma_{b1}$$

$$\sigma_{b1} = \sigma_b \frac{x-d}{x}$$

$$\sigma_e F_e = \frac{x \sigma_b b}{2} \cdot \frac{\sigma_b b (x-d)^2}{2 x}$$

За  $x = 0.310 h$ ;  $\sigma_b = 1000$  излази :

$$F_e = 0.004065 b h \dots \dots 8)$$

Сменом ове вредности у 7) добива се :

$$J = 0.00993 b h^3 - 0.00044 b h^3 + 0.02901 b h^3 = 0.03850 b h^3 \dots \dots 9)$$

Отпорни моменат биће :

$$W = \frac{1}{0.310 h} \cdot 0.03850 b h^3 = 0.1242 b h^2 \dots 10)$$

$$M = 0.1242 b h^2 \sigma_b ; \sigma_b = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{а одатле : } \frac{M}{30} = 0.1242 b h^2$$

Из те једначине  $h$  :

$$h = 0.518 \sqrt{\frac{M}{b}} \dots \dots III$$

Ова вредност за  $h$  замењена у 8) даје :

$$F_e = 0.00210 \sqrt{M \cdot b} \dots \dots IV)$$

На тај начин добивени су сасвим прости образци за одребу висине и величине пресека гвожђе  $F_e$  код ребрастог носача.

Ниже изложена таблица даје вредности за  $W$ ,  $J$ ,  $h$  и  $F_e$  а за разне вредности односа  $\frac{h}{d}$ . Те су вредности израчунате за максимална напрезања  $\sigma_b = 30 \text{ kg/cm}^2$  и  $\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ .

+ Једначина гласи:

$$h = \frac{M}{60 db} + 1.056 d + \sqrt{-1.075 d^2 + \left(\frac{M}{60 db} + 1.056 d\right)^2}$$



d =	Fe cm <sup>2</sup>	J cm <sup>4</sup>	W cm <sup>3</sup>	h cm	Fe cm <sup>2</sup>
h/4	0.004464 bh	0.041974 bh <sup>3</sup>	0.1354 bh <sup>2</sup>	0.496 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00224 $\sqrt{M \cdot b}$
h/5	0.004065 bh	0.038502 bh <sup>3</sup>	0.1242 bh <sup>2</sup>	0.518 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00210 $\sqrt{M \cdot b}$
h/6	0.003675 bh	0.035185 bh <sup>3</sup>	0.1135 bh <sup>2</sup>	0.542 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00199 $\sqrt{M \cdot b}$
h/7	0.003300 bh	0.031930 bh <sup>3</sup>	0.1030 bh <sup>2</sup>	0.569 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00188 $\sqrt{M \cdot b}$
h/8	0.002994 bh	0.029202 bh <sup>3</sup>	0.0942 bh <sup>2</sup>	0.595 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00178 $\sqrt{M \cdot b}$
h/9	0.002745 bh	0.026877 bh <sup>3</sup>	0.0867 bh <sup>2</sup>	0.620 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00170 $\sqrt{M \cdot b}$
h/10	0.002516 bh	0.024769 bh <sup>3</sup>	0.0799 bh <sup>2</sup>	0.646 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00163 $\sqrt{M \cdot b}$
h/11	0.002334 bh	0.023095 bh <sup>3</sup>	0.0745 bh <sup>2</sup>	0.669 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00156 $\sqrt{M \cdot b}$
h/12	0.002162 bh	0.021452 bh <sup>3</sup>	0.0692 bh <sup>2</sup>	0.695 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0.00150 $\sqrt{M \cdot b}$

Примену ове таблице нека расветли следећи пример.

Једну салу правоугаона облика треба покрити армираним бетоном.

Дужа страна има 21. м.

Краћа . . . 15. м.

Сала по средини има један главни подужни носач који је подупрт са два стуба од армираног бетона. Распон тога носача је 6,85 м. (Дакле подељен је на три дела.) Споредни попречни носачи ослањају се једном страном на зид а другом на главни подужни носач. Њихов је чисти распон 7,35 м, а размак им је 2,36 м. Преко попречних носача је плоча са распонем од 2,11.

1) Израчунавање плоче.

Чист распон је 2,11 м.

Сопствена тежина је  $10 \times 22 = 220 \text{ kg/m}^2$ .

Оптерећење  $= 500 \text{ kg/m}^2$ .

Свега  $720 \text{ kg/m}^2$ .

Моменат савијања је :

$$M = \frac{1}{10} 720 \times 2,11^2 = 32000 \text{ kg cm.}$$

Димензионисање биће по обрасцима.

$$h = 0.049 \sqrt{M \cdot b} \quad F_e = 0.0228 \sqrt{M \cdot b}$$

(b = 100 cm.)

дакле :

$$h = 8,78 \text{ cm} \quad F_e = 4.08 \text{ cm}^2.$$

Дебљина плоче биће по томе :

$$d = h + a = 8.78 + 1 \text{ cm.} \approx 10 \text{ cm.}$$

Зарад увере, да је ово доведе израчунато тачно израчуната су, мало ниже, напрезања по пруској методи :

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{n \cdot F_e}} \right) = 2.79 \text{ cm.}$$

$$\sigma_b = \frac{2 M}{b \cdot x \left( h - \frac{x}{3} \right)} = 30 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \left( h - \frac{x}{3} \right)} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

2) Израчунавање споредних носача (попречних)

Слободан је распон 7,35 м.

Реакција плоче :  $7,20 \times 2,36 = 1700 \text{ kg.}$

Сопствена тежина :  $0,25 \times 0,25$

$\times 2200 = 138 \text{ kg.}$

Свега  $1838 \text{ kg. на 1. м. д.}$

Моменат савијања од тог терета :

$$M = \frac{1}{10} 1838 \times 7,35^2 = 1000000 \text{ kg cm.}$$

Садејствујућа ширина плоче је :

$$b = 2,36 \text{ m.}$$



Димензионисање ће се извршити по обрасцима:

$$h = 0,49 \sqrt{\frac{M}{b}}, \text{ и } F_e = 0,00228 \sqrt{M \cdot b},$$

зато што је овд.  $x < d$ ;

$$\text{дакле: } h = 32 \text{ cm; } F_e = 35,00 \text{ cm}^2$$

Висина носача је:  $h + a = 35 \text{ cm}$ .

Напрезања се рачунају као мало час и она су:

$$x = 9,62 \text{ cm.}$$

$$\sigma_b = 30 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

3) Рачунање главног — подужног — носача.

Слободан распон 6.85 m.

Тежина плоче и споредне плоче на  $m^2$ .

$$\left(0,10 + \frac{0,25 \cdot 0,25}{2,36}\right) 2200 = 279 \text{ kg на } m^2.$$

Оптерећење. . . . . 500 „ „ „

Свега 779 kg на  $m^2$ .

Реакција плоче и попречног носача:

$$7,79 \times 7,50 = 5580 \text{ kg на } m^2.$$

Сопствена тежина 0,54  $\times$  0,30

$$\times 2,200 = 363 \text{ „ „ „}$$

Свега 6213 kg на  $m^2$ .

Моменат савијања од тога терета:

$$M = \frac{1}{10} 6213 \times 6,85^2 = 2900000 \text{ kg cm.}$$

Садејствујућа ширина плоче је равна  $\frac{1}{3}$  распона дакле:

$$b = \frac{1}{3} 685 = 228 \text{ cm.}$$

Димензионисање извршиће се по обрасцу:

$$h = 0,542 \sqrt{\frac{M}{b}}; \quad F_e = 0,00199 \sqrt{M \cdot b}.$$

$$\text{види таблицу за } d = \frac{h}{6}$$

По њима се добива:

$$h = 61 \text{ cm; } F_e = 5120 \text{ cm}^2.$$

Висина је:  $h + a = 64 \text{ cm}$ .

Напрезања су оволика:

$$x = \frac{n \cdot h \cdot F_e + \frac{1}{2} b \cdot d^2}{n \cdot F_e + b \cdot d} = 18,98 \text{ cm}$$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{b(2x - d)} = 14,58 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{M}{F_e(h - x + y)} = 1000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{\sigma_e x}{n \cdot (h - x)} = 30 \text{ kg/cm}^2.$$

Пр. К Б.

## Нов образац за одређивање јачине свода у темену.

Велики је број образаца што су их предложили разни стручњаци за одређивање јачине свода у темену. Ну, мора се рећи, да ти обрасци нису потпуни кад се узме у обзир данашње стање техничке науке.

Заиста, многа и разна усавршења постигнута су у прорачунима о равнотежи у сводовима. Благодарети теоријама о еластичним деформацијама, а на име радovima наученика као што су Кастиљано, Кулман и Винклер, проблем о стабилности свода решен је на задовољавајући начин већ од неколико година.

Међутим ништа од тих тако важних радова није до данас примењивано, да се допуне стари или да се поставе нови обрасци за рачунање сводова.

И ако је ово питање тек од релативног значаја, ипак заслужује извесну пажњу, не само због практич-

них користи, која се може постићи једним zgodним обрасцем, него и због тога, што се инжењерима предочава веран однос, који постоји између запремине свода и његова распона.

1.

Најпознатији обрасци, о којима је овде реч јесу ови од:

Perronet-a	$e = 0,32 + 0,03 l$
Lesguillers-a	$e = 0,10 + 0,20 \sqrt{l}$
Léveillé-a	$e = 0,33 + 0,03 l$
Dupuit-a	$e = 0,15 \sqrt{l}$
Rankine-a	$e = 0,346 \sqrt{r}$
Croizette Desnoyers-a	$e = 0,15 + 0,15 \sqrt{2r}$

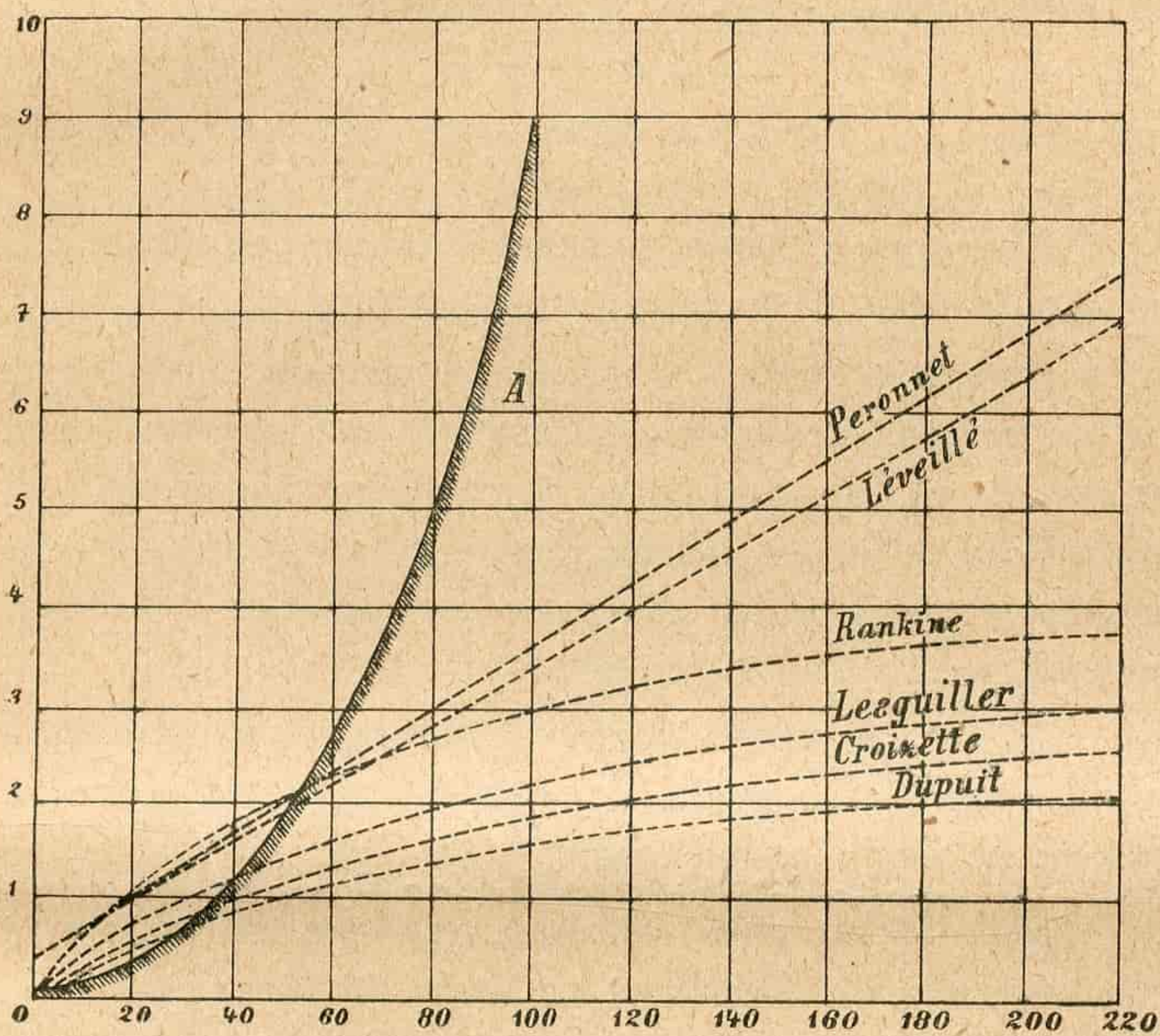


Све су ово обрасци, као што се види, чисто емпирички.

У истима се не види ни утицај специфичне тежине материјала, нити неке поставке, нити има других каквих података.

Ови обрасци нису дакле *рационалан* израз оних претежних чињеница, које утичу на равнотежу свода.

Сэм тога, међу самим обрасцима разних аутора има знатних несагласности, што је и у дијаграму престављено, који је израђен за лучни свод са стрелицом <sup>1</sup> 4.



Слика 1.

Добивене кривине ни најмање се не слажу, нарочито не за велике распоне.

Најзад увидиће се у даљем излагању, да је у опште и кривина свих тих линија нетачна. То су као што се види, параболе чија је конкавна страна обрнута позитивном X, док истинита крива линија, која представља јачину свода у темену, има у ствари хиперболичан облик, чија је конкавна страна обрнута позитивном Y.

II.

Није тешко утврдити рационалан и задовољавајући образац за дебљину завршца код свода.

Ми чинимо поставку да су спољна и унутарње кривине, које сачињавају свод, *параболног* облика' па ћемо за тим показати како се за овај случај пронађени образац може преиначити за примену код других облика сводова: кружне, елиптичне, итд.

Ми ћемо означити са

l распон моста;

e јачину свода у темену;

h висина насипа изнад темена;

h<sub>0</sub> висину оптерећења, израженог као насип;

E однос између специфичне тежине насипа и зида;

m, n, p, угибање унутарње, спољне и средње сводне линије;

Обрасци ових кривина (у односу на хоризонталну тангенту линије оптерећења) могу се писати

$$Y_1 = h_0 + h + e + \frac{4m}{l} x^2$$

$$Y_2 = h_0 + h + \frac{4n}{l} x^2$$

По томе се добија, за ординату, која представља вертикалне силе, које дејствују на свод, образац

$$Y = Y_1 - Y_2 + E Y_2$$

или

$$Y = e + E(h_0 + h) + \frac{4(m - n + En)}{l} x^2$$

што преставља облик

$$Y = a + b x^2$$

ако се сад означи са

N потисак у темену;

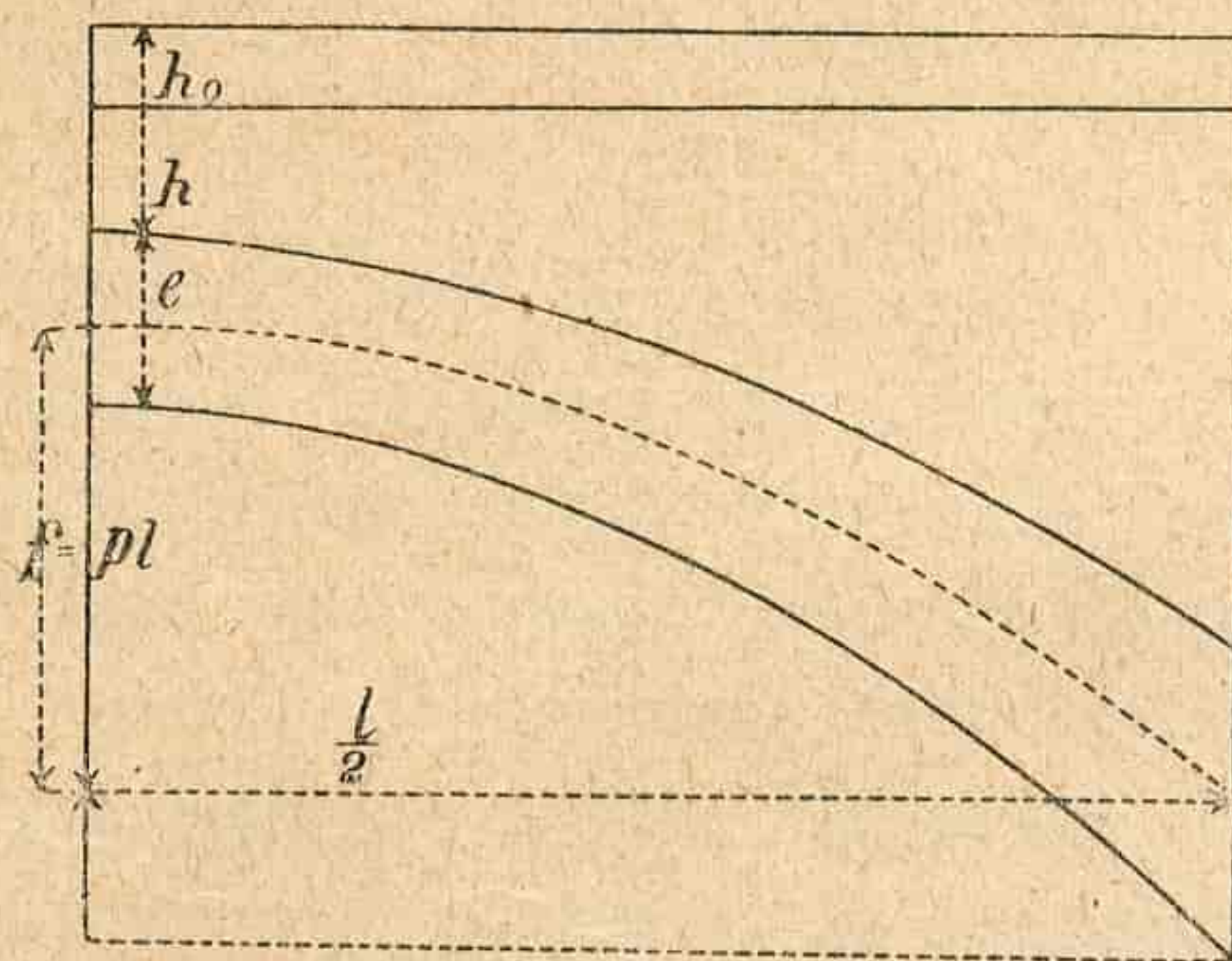
p угибање средње сводне линије;

f = pl стрелица ове линије;

gx тежина свода (заједно са теретом) између вертикале и апсцисе x,

добија се за еластичну линију свода једначина за равнотежу:

$$N \times f = \int_0^{\frac{l}{2}} gx \times dx \tag{1.}$$



Слика 2.

али тежина gx може се изразити

$$gx = \gamma \int_0^x y dx = \gamma \left( ax + \frac{bx^3}{3} \right)$$

где  $\gamma$  значи специфичну тежину зида; кад се та вредност унесе у једначину 1. добија се



$$H \times f = \gamma \int_0^l \left( ax + \frac{bx^3}{3} \right) dx = \frac{\gamma l^2}{4} \left( a + \frac{bl^2}{48} \right) \quad (2)$$

те се може срачунати величина потиска. Што се тиче нападне тачке његове она се наравно мења према положају терета и промени у температури. За сводове који су добро смишљени и брижљиво израђени, може се учинити поставка да нападна тачка не пада ван трећине.

Пођимо са неповољном поставком, којом се води рачуна о свима могућим варијацијама, да потисак дејствује у висини трећине свода, и означимо са  $\sigma$  напрезање коме се сме изложити зид, онда добијамо

$$2 H = e \sigma$$

или по једначини 2.

$$e \sigma f = \frac{\gamma l^2}{2} \left( a + \frac{bl^2}{48} \right)$$

или

$$e \sigma r = \frac{\gamma l}{2} \left[ e + E (h_0 + h) + \frac{m - n + E n}{12} l \right]$$

Кад разрешимо ову једначину и пронађемо вредност за  $e$  и додамо резултату једну константу  $k = 0,15$  за недостатке у извршењу конструкције, онда ћемо имати коначан израз

$$e = \frac{\gamma l \left( E (h_0 + h) + \frac{1}{12} (m - n + E n) l \right)}{2 p \sigma - \gamma l} + 0,15 \quad (3.)$$

за дебљину свода у темену за сводове параболног облика.

### III.

У пракси се не граде сводови параболног облика и с тога је потребно да се изведе образац, који је применљив за уобичајене облике сводова.

По добро познатим принципима, који се односе на сводове оптерећене вертикално, потисак у темену варира — за истоветан терет на завршцу — сразмерно полупречнику одговарајуће кривине.

Полупречник који одговара параболној кривини која је горе осматрана, налази се у изразу

$$e = \frac{1}{2b} = \frac{1}{8r}$$

ако је  $r$  полупречник за кривину у темену унутарњег дела свода (елипсе, кружне кривине итд.) довољно је да се помножи разломак, који се налази у другом члану 3. у односу

$$\frac{r}{e} = \frac{8 p r}{l}$$

па да се добије образац за дотичне облике сводова.

Тако се добија образац, за сводове свих облика

$$e = \frac{8 r \gamma \left( E (h_0 + h) + \frac{1}{12} (m - n + E n) l \right)}{2 p \sigma - \gamma l} + 0,15 \quad (4.)$$

Као што се види, кривина коју преставља ова једначина има једну Вертикалну асимптоту.

Пошто је отпор материјала ограничен, по себи се разуме да је и величина распона код сводова ограничена, и та се граница не може прекојачити ма колика била дебљина свода. Значи, да образац (4.) даје за јачину свода једну *одређену* вредност при ограниченој вредности за распон.

То се у осталом потпуно подудара са оним што је познато о варијацији запремине гвоздених мостова кад им се распон повећава.

Да се боље уочи особина кривине (4) ми смо је конструисали на дијаграму са овим поставкама:

$$\begin{aligned} m &= 1/3 & m &= 1/3.40 & p &= 1/3.20 \\ h_0 &= 1,00 & h &= 0,50 & \gamma &= 2400 \\ \sigma &= 400\,000 \end{aligned}$$

и тако смо добили потез (A).

Одмах се опажа велика разлика коју обележава ова кривине од осталих по примени уобичајених облика.

По себи се разуме да се таква одступања и разлике не могу више трпети при данашњем стању техничке науке.

Истина је, да се у пракси свакад рачуном контролише дебљина свода у темену, али ипак одређењем полазном тачком избећиће се питање и добиће се у времену.

Најзад, новим обрасцем добија се вернији преглед о варијацији мостових размера и по томе о варијацији његове запремине, што је веома корисно кад ваља учинити избор између разних решења.

M. Davidesco.

H. M.

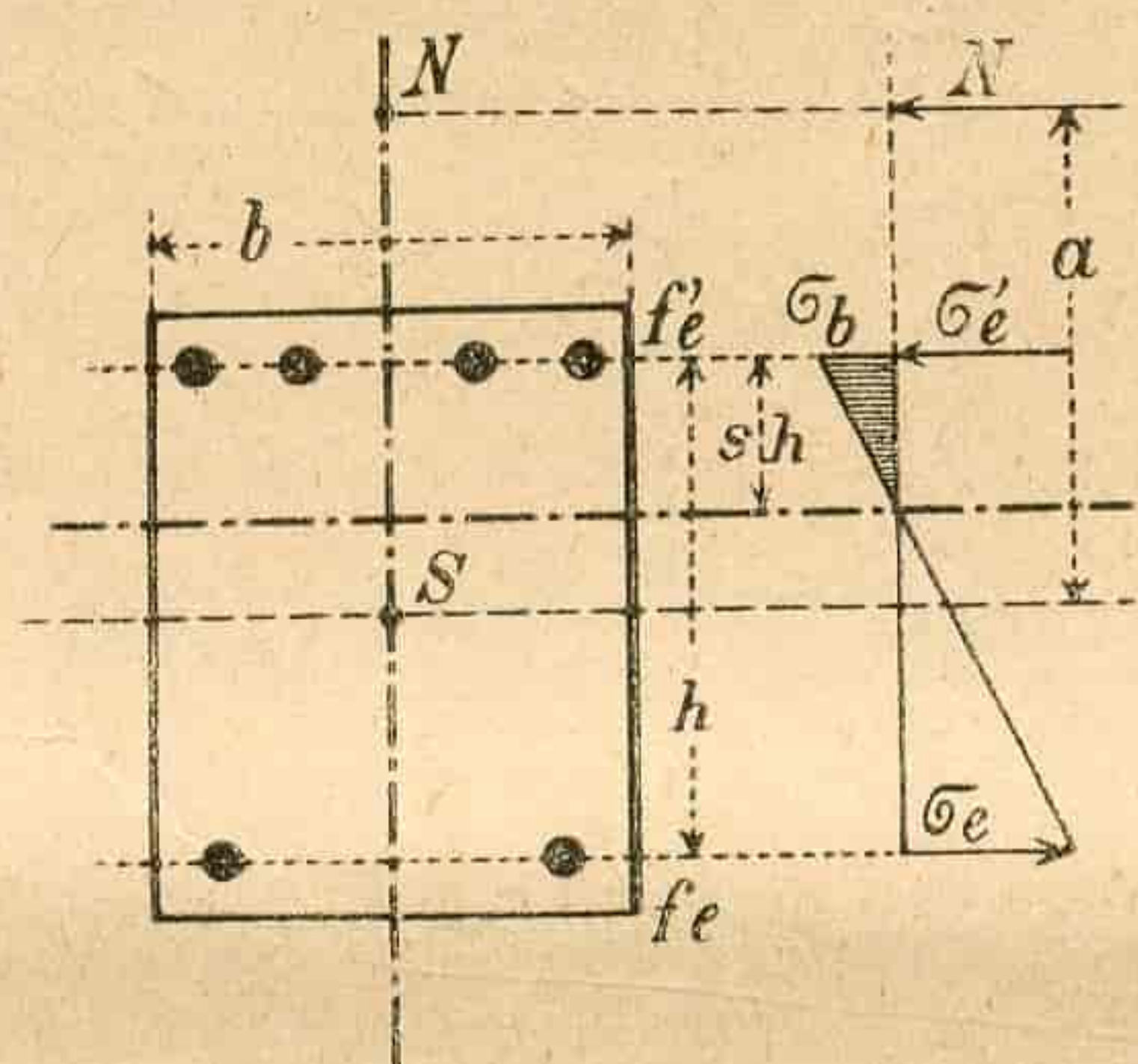


# Одређивање јачине гвожђа у једнострано оптерећеној греди од ојачаног бетона.

Одређивање димензија једног пресека, који је изложен напрезању аксиалним силама и моментима повијања, врши се најчешће покушајима, пошто се учини извесна поставка па затим испитује, да ли се напрезања бетона и гвожђа налазе у допуштеним границама. Прорачун напрезања може се вршити аналитичким или графичким путем.

У даљем излагању представиће се један начин који се оснива на пруским правилима од 16. априла 1904., којим се непосредно проналази потребно гвожђе за ојачање.

Поставке. Пресек је напрегнут на притисак и на истезање и са обостраним уметцима од гвожђа појачан (видети слику). Ван ојачања налазећи се бетон не узима се у обзир.



Реш е њ е. У вези са ознакама у слици имамо:

$$\sigma'_b : \frac{\sigma_e}{n} : \frac{\sigma_e}{n} = s : s(1-s) \quad (1)$$

Аксиална сила  $N$ , и на тежиште правоугаоника односећи се моменат повијања  $M$ , налазе се:

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{b \cdot sh}{2} \cdot \sigma_b + f'_e \sigma'_e - f_e \sigma_e \\ M &= N \cdot a = \frac{b \cdot sh}{2} \sigma_b \left( \frac{1}{2} - \frac{s}{3} \right) h + \left. \begin{aligned} &+ f'_e \sigma'_e \cdot \frac{h}{2} - f_e \sigma_e \cdot \frac{h}{2} \end{aligned} \right\} (2)$$

ако се узме

$$\frac{N}{bh \sigma_b} = A \quad \frac{1}{6} \frac{bh^2 \cdot \sigma_b}{N} = \frac{6a}{h} A = B,$$

$$\frac{f'_e}{bh} = M', \text{ и } \frac{f_e}{bh} = M \quad (3)$$

то се добијају изрази

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{s}{2} + n \mu' - \frac{1-s}{s} \cdot n \mu \dots \\ B &= \frac{s}{2} (3-2s) + 3 n \mu' + \frac{1-s}{3} \cdot 3n\mu \end{aligned} \right\} (4)$$

Једначине 4.) садрже пет променљивих вредности  $A, B, s, \mu', \mu$  од којих, у опште речено, три се могу у одређеним границама слободно одређивати.

У пракси пре свега узима се извесан пресек бетона, па пошто се усвоји извесан допуштени притисак  $\sigma_b$ ,  $A$  и  $B$  су познати. Преостају још три непознате  $s, \mu',$  и  $\mu$  од којих се опет једна може произвољно узети. Рачунски је најпростије кад се за  $s$  узме нека вредност и по томе налазе  $\mu'$  и  $\mu$ . Од избора  $s$  зависи јачина армирања. Најпробитачнији су гвоздени уметци они, код којих се  $s$  одређује тако, да се  $\mu' + \mu$  сведу на минимум.

Из једначина 4.) срачунава се

$$n(\mu' + \mu) = \frac{1}{1-s} \left[ \frac{A(1-2s)}{2} - \frac{s(1-2s)}{4} + \frac{B}{6} - \frac{s(3-2s)}{12} \right],$$

кад се узме

$$\frac{d n(\mu' + \mu)}{ds} = 0$$

добија се најповољнији положај слоја у коме нема напрезања, са

$$s = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{B - 3A + 1} \dots \dots \dots (5)$$

Са једначином 4.) добија се

$$\left. \begin{aligned} \mu' &= \frac{B + 3A - s(3-s)}{6n} \\ \mu &= \frac{B - 3A + s}{6n \cdot \frac{1-s}{s}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

Објашњење. Кад  $B-3A$  лежи између  $+3$  и  $-1$ , добија се по једначини 5.) за  $s$  једна применљива вредност т.ј. ефективна вредност између 0 и 1.

Кад је  $s$  тако мало, да  $\sigma_e$  по једначини 1.) допуштену границу прелази, онда се пресек бетонске греде мора мењати, или се морају обе једначине 2.) са дозвољено напрезање гвожђа  $\sigma_e$  — аналого једначинама 4.) — мењати.



Ако је н.пр.  $\mu'$  негативно, то значи да није потребно улагање гвожђа на притисак. Решење се добија по једначини 6.) у коју се ставља за  $\mu' = 0$ .

Положај нулте линије одређен је тада са

$$s = 1,5 - \sqrt{2,25 - (B + 3A)} \dots 7.$$

Једначина 7.) може се применити чим је  $B + 3A < 2$ ; потребна јачина гвожђа на истезање  $\mu$  добија се по једначини 6.)

Пример. Стуб од ојачаног бетона има за  $N = 13,6$  тона;  $M = 4.624$  mt; пресек је квадрат  $40 \times 40$  cm, гвожђе уложено налази се 3 cm. далеко од ивице,  $b = 40$ ,

$$h = 40 - 2 \times 3 = 34 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = 40 \text{ кгр qcm}$$

$$n = 15$$

$$A = \frac{13\,600}{40 \times 34 \times 40} = 0,25$$

$$B = \frac{462\,400}{\frac{1}{6} \cdot 40 \times 34^2 \times 40} = 1,50 \text{ из једначине 3.)}$$

$$s = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{1,5 - 3 \times 0,25 + 1} = 0,34 \text{ из једн. 5.)}$$

$$\left. \begin{aligned} \mu' &= \frac{1,5 + 3 \times 0,25 - 0,34 (3 - 0,34)}{6,15} = 0,015 \\ \mu &= \frac{1,5 + 3 \times 0,25 + 0,34^2}{6 \times 15 \cdot \frac{1 - 0,34}{0,34}} = 0,005 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{из} \\ \text{једнач.} \\ \text{6.)} \end{array}$$

Површина гвожђа на притисак јесте

$$f_e = \mu' \cdot bh = 0,015 \times 40 \times 34 = 20,4 \text{ qcm}$$

површина гвожђа на истезање јесте

$$F_e = \mu b \cdot h = 0,005 \times 40 \times 34 = 6,8 \text{ m}^2$$

напрезање гвожђа износи:

$$\text{на притисак } \sigma_e' = 15 \times 40 = 600 \text{ кгр. cm.}$$

$$\text{на истезање } \sigma_e' = \frac{1 - 0,34}{0,34} \cdot 15 \times 40 = 1160 \text{ кгр cm}$$

по једначини 7.) може се видети да ојачање само за истезање не би било довољно. —

## Дејство дилатације код ојачаног бетона.

Преградни зид од бетона дужине  $l$ , који је изложен температури од 0 до  $t^0$  постаје дугачак  $l(1 + \kappa t)$ . Ако су оба краја преграде стално утврђена, те ова не може да се истегне, преграда попусти у средини и добија изглед параболе која има за тетиву  $l$  а за стрелицу  $f$ , а дужина се да приближно изразити обрасцем:

$$l \left[ 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right].$$

Однос  $\frac{f}{l}$  даје малу вредност.

Зато се може писати:

$$l(1 + \kappa t) = l \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right), \text{ и добија се}$$

$$\text{за } f = \frac{3}{8} l \sqrt{\kappa t} = 0,002 \cdot l \sqrt{l}$$

кад се стави за  $\kappa$  вредност  $\frac{1}{80.000}$  за

бетон као и за гвожђе.

$$\text{За } t = 36^0 \text{ добија се } f = 0,012 \text{ l}$$

Код преграде од 50 метара дужине стрелица је 0,60 м, тако да лако може наступити могућност да се преграда кида.

## Графичка метода за одређивање цене сатног kilowatta.

Величина цене електричне енергије зависи од многих променљивих и непоузданих чинилаца, тако да је немогуће доћи до теоријских резултата таквих, да би се они могли применити на све случајеве који се јављају у пракси.

У осталом може се уз припомоћ извесних претпоставака повући једна серија линија, које би приближно престављале цену коштања једног сатног kilowatt-а под извесним условима одређене природе

Од неколико опробаних хипотеза, да би се добио коначни резултат, неке се показаше као добре, а друге као погрешне где се не могу верно представити услови просечни, у осталом ништа не доказује да се резултати претпоставака не могу искористити, и да се погрешке, које из њих произилазе, не поништавају са другима, које се учине у супротном смислу.

У пракси постоји таква тежња, да се све погрешке хипотеза поништавају, то произилази отуда,



што све претпоставке учињене треба, кад се комбинују, довести до последица које су доказане у пракси, јер у супротном, те претпоставке немају никакве вредности.

Тако дешава се често, да при раду једног истог пројекта, који раде неколико инжењера самостално оцена укупна разликује се врло мало између њих док се у појединостима пројекта наилазе такве разлике и разилажења која могу достићи 100%, између једних и других.

Следећа формула и дијаграм узети су из штудије М. Е. А. Giffon-а која је изашла у часопису „Street-Railway“, и примењује се у нарочитом случају на једну централу снабдевену модерним машинама, која има 4 групе свака од по 1000 kilowatt-а, на мењању ефекта у функцији оптерећења чињене су следеће хипотезе.

1<sup>о</sup>). Допушта се да трансформатори имају максимални ефекат од 98%, и да је тај ефекат достигнут онда, када трансформатори раде са потпуном оптерећењем, од 2% губитка појима се да 1% остаје сталан ма какве промене било у оптерећењу, а да други 1% варира са квадратом оптерећења.

2<sup>о</sup>). Генератори се подразумевају такви, да је њихов ефекат 95% у потпуном оптерећењу, од 5% губитка, 3% остају стални ма какво оптерећење било док друга 2% варирају са квадратом оптерећења.

3<sup>е</sup>). Претпоставља се да мотори у потпуном оптерећењу имају сталан ефекат од 90%.

4<sup>о</sup>). Губитак паре која долази у моторе произилази услед кондезовања, и нека је тај губитак 10% ма какав притисак био.

5<sup>о</sup>) Ефекет парног вода нека је 95%, минимални губитак паре производи се када је губитак услед трења  $\frac{1}{15}$  од губитка услед зрачења, усвојено је да  $\frac{1}{6}$  од 5% губитка варира као квадрат брзине парине, а да су остали  $\frac{5}{6}$  услед губитка зрачењем стални.

6<sup>о</sup>). Споредне машине троше 20% паре која циркулише у канализацији,  $\frac{1}{4}$  од ове потрошње паре остаје стална ма какво било оптерећење, а половина остатка варира у правој сразмери са оптерећењем.

7<sup>о</sup>). Замишља се да је потрошња угља на јединицу тежине испарене воде минимална у потпуном оптерећењу, што се тиче ефекта на већим притисцима или нижим од половине нормалног притиска утврђен је на 90% од нормалног ефекта.

Нека Р означава оптерећење изражено са делом потпуног оптерећења, однос између котловог ефекта на оптерећењу Р према оном на потпуном оптерећењу биће дат изразом:

$$\sqrt{0.69 + 2P - P^2} - 0.3$$

Како се ефекат котла мења осетно у сваком нарочитом случају, садања претпоставка вероватно вреди више од свију оних које су до данас узете, међутим ово израчунавање представља верно просечне резултате, који су опитом доказани.

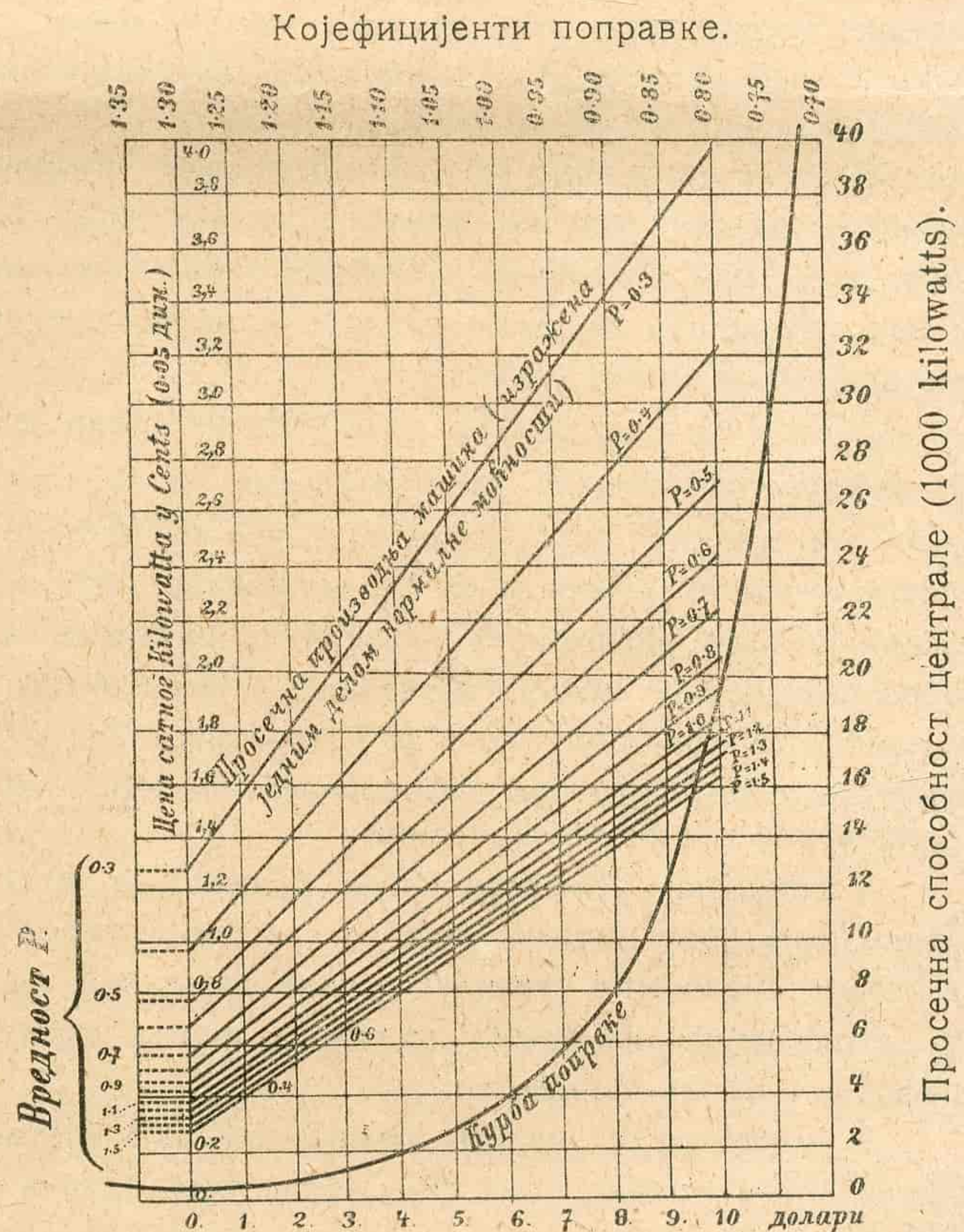
У осталом слабост ефекта код котлова са ниским притиском произилази услед губитка топлоте зрачењем а код котлова са јачим притиском произилази услед непотпуног сагоревања угља.

Узимајући укупно све губитке које смо горе напоменули, налази се, да за једну централну станицу од 4000 kilowatts, 2028 kilowatts представљају губитке који не зависе од оптерећења, 269 kilowatts престављају оне који директно варирају са оптерећењем, а 176 који варирају са квадратом оптерећења. Израчунато је затим варирање потрошње угља за сатни kilowatt по варирању станичне производње Р изражене са једним делом нормалне производње и најзад се долази на следећу емпиричку формулу:

$$x = 0,05 \frac{(P^2 + 2.3) C + 0.1 P^2 + 1,2 P + 7,36 + \frac{1}{P}}{P + 0.14}$$

у којој Р има раније означену вредност, а С означава цену тоне угља у доларима.

Ова се формула примењује само за централу од 4000 kilowatts и у границама означеним на дијаграму од Р = 0,3 до Р = 1,5. Да би се могло доћи до резултата за јачине променљиве од 4000—40000 kilowatt-а довољно је, да се помножи цена добивена за централу од 4000 kw. са једним чиниоцем за поправку који ће зависити од моћности централе, и који је дат приближно тачно са курбом на дијаграму.



Цена угља (долара од тоне).

Дијаграм за израчунавање цене једног сатног kilowatt-а.

Ако резултати добивени из дијаграма нису потпуно једнаки са оним који се опитом нађу, може се



изнаћи један чинилац поправке, којим се могу поправити резултати.

Примена:

Претпоставимо да се тражи колико стаје један сатни kilowatt у једној главној централни нормалне моћи од 10,000 kilowatta, просечно оптерећење машина у раду нека је  $P = 0.75$  од нормалне производње, цена угљу нека је 3.10 долара од тоне

(1 долар = 100 Cents = 5,18 дин; 1 cents = 0,0514 д.)

Ако се на дијаграму тражи вредност  $P$  која се налази између 0.7 и 0.8 и нађе се пресек те линије  $P$  са вертикалом која одговара цени угља 3.10 долара, та тачка пројектована на ординате даће вредност 1,04 cents, да би се добила права вредност треба 1,04 cents помножити са коефицијентом поправке који се односи за 10,000 kilowatta, исти се налази кад се тачка пресека линије полазећи из 10 и курбе за поправку пројектује на горњој апциси дакле од прилике 0.88 је коефицијент и тражена цена сатног киловата биће:

$$1,04 \times 0.88 = 0.915 \text{ Cents.}$$

цена у динарима је:  $0.915 \times 0.0514 = 0.046$  дин:

Ако је цена угљу 2 долара (10.30 дин.) тона, тада ће сатни kilowatt стати за исту централу 0.63 cents (0,032 дин.) кад би се ставили у наше прилике, и узмемо исту централу од 10,000 киловата, а  $P$  нека остане исто = 0.75, онда би kilowatts сати коштао код нас кад се узме да тона угља стаје 5 долара (26 динара.)

$$1.30 \text{ Cents} \times 0.88 = 1.14 \text{ cents.}$$

$$1.14 \text{ cents} \times 0.0514 = 0,058 \text{ дин:}$$

Овај дијаграм вреди само ако се употреби за гориво камени угљ, ако би се употребио антрецит као гориво, или ма које друго гориво, онда треба израчунати цену оне количине горива која је потребна да да исти број калорија, као и једна тона угља; поред овога треба водити рачуна и о разлици у ефекту на који утиче многа врста горива.

Génie Civil.

Влад. С. Марковић

инжењер рад. нишке.

## Рахије паљење и време трајања експлозије код мотора са експлозијом.

Да би се одредио што тачније прави тренутак где почиње експлозија код гасних мотора, а тако исто и време за које траје експлозија, послужићемо се нарочитом методом која је ниже изложена.

Резултати посматрања ових опита имаће без сумње извесне користи за конструкторе експлозивних мотора, а тако исто и за све оне које ово питање интересује.

Када се узму класични дијаграми како се обично показују код ових мотора, може се паљење регулисати тако, да се оно производи у близини мртве тачке, али је немогуће знати да ли се паљење врши на 8 степени пре или после мртве тачке

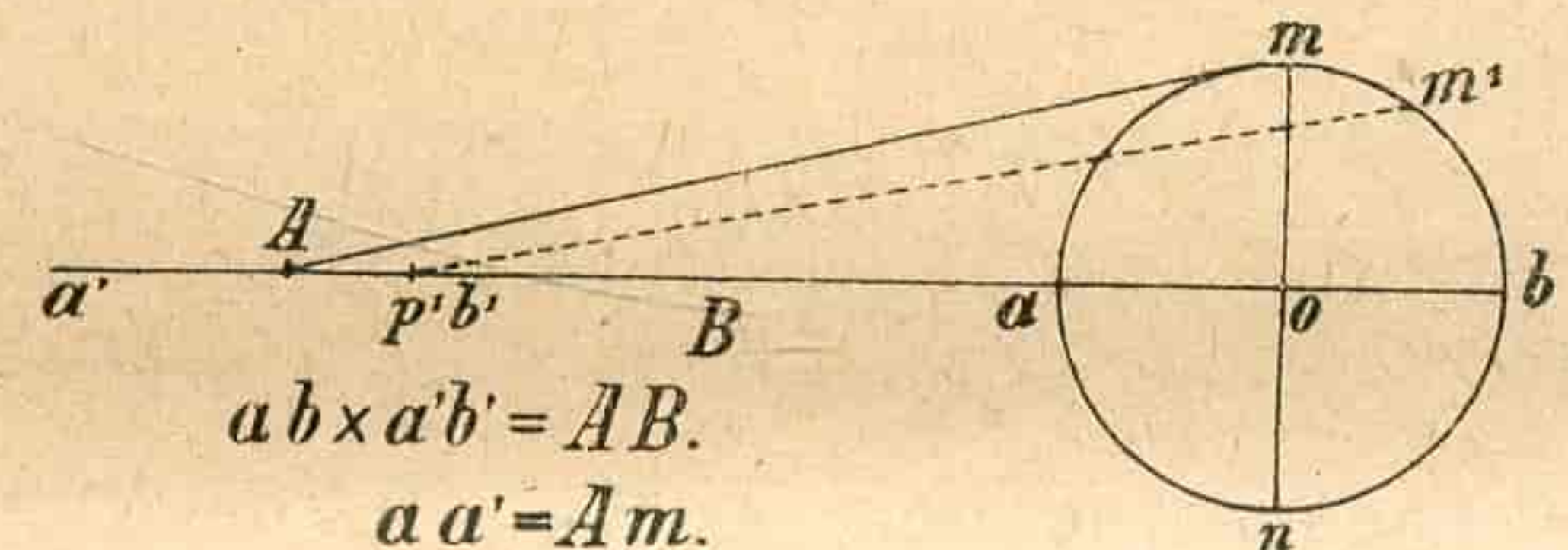
Заиста пројекција лука од 8 степени равна је  $\frac{1}{100}$  од полупречника, и како дијаграми немају више од 10 с.м. дужине, онда пројекција лука од 8° степена престављена је дужином од  $\frac{1}{2}$  милиметра, што производи велику несигурност, повећање притиска код добро регулисаног мотора престављено је на дијаграму једном цртом (линијом) која је готово вертикална, и немогуће је одредити при посматрању класичног дијаграма време трајања експлозије.

У Немачкој професор Мауер показао је и применио једну нову методу, која се састоји у томе, да се линија експлозије стави у средини дијаграма, то је та метода нешто измењена да би се могла потпуно графичким путем применити.

У. место да се учврсти ручица која даје кретање ендикатору и мотору, она се учврсти у  $m$  (слика 1), тада ће клип, чији је корак дрестављен са  $AB$ , доћи у тачку  $A$ .

За време кретања клипа од  $A$  до  $B$ . ручица ће прећи лук  $m m'$  и када ручица пролази кроз тачку  $b$  врх игле ендикатора доћи ће у тачку  $b'$ , затим клип

се враћа у тачку  $A$ ; а игле ендикатора у  $a'$ , као да се покреће са дужином  $Am$ .



Сл. 1.

Положај тачке  $m'$  који одговара једној датој тачки  $p'$  добија се кад се опише из тачке  $p'$  као центар са полупречником  $Am$  један кружни лук затим тачке  $p'$  пројекције су курбе повучене иглом ендикатора под упливом притиска.

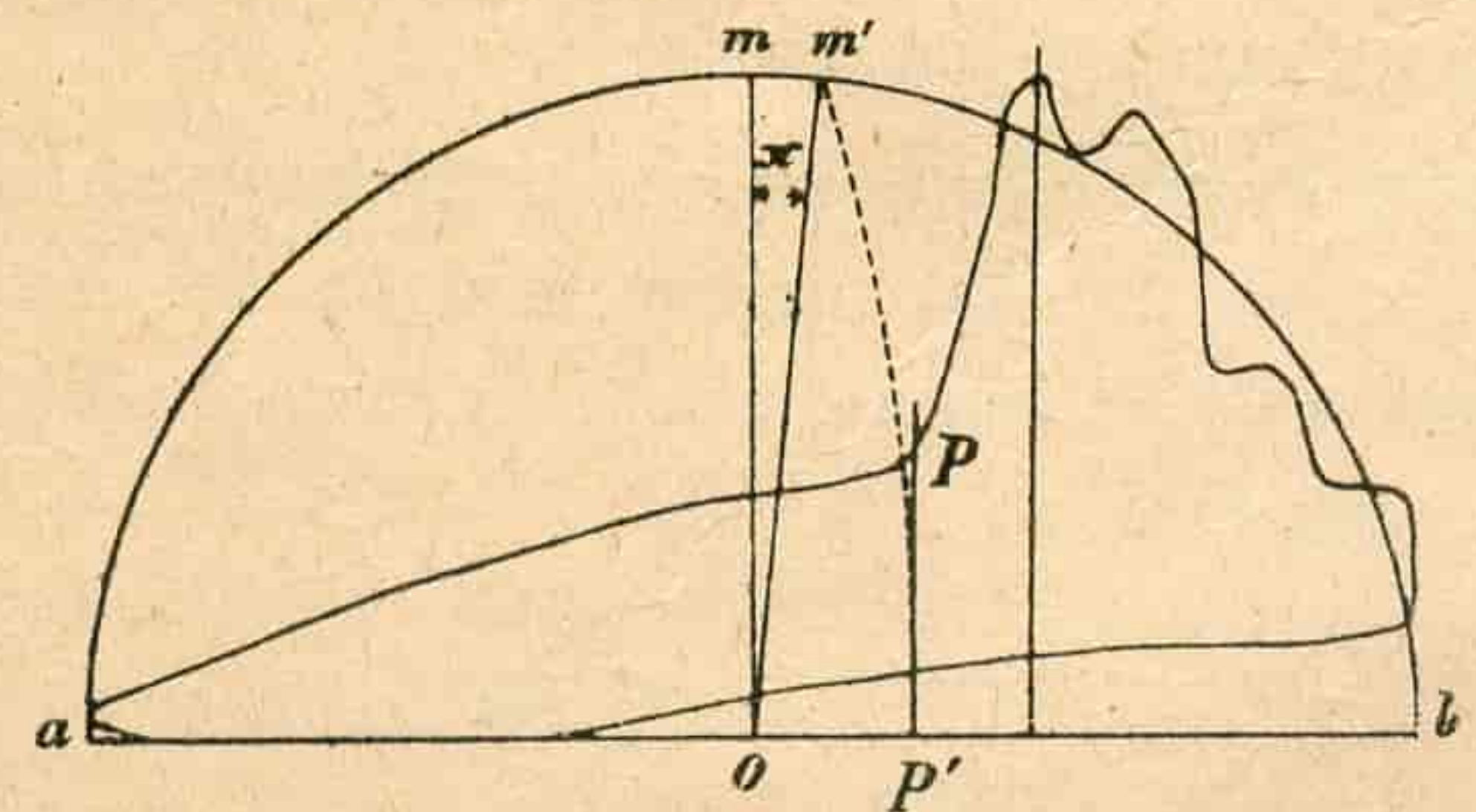
Што се тиче дужине  $Am$  она је одређена овим одношајем:

$$Am^2 = 10^2 + Om^2 = r^2 (n^2 + 1)$$

$$\text{или } Am = r \sqrt{n^2 + 1}$$

назначајући са  $n$  однос дужине радилице према дужини ручице мотора.

Размотримо дијаграм нацртан овом методом (слика 2.)  $m$  биће положај мртве тачке у почетку кретања



Слика 2

клипа по ранијој претпоставци.

Нека је  $P$  једна тачка дијаграма обележене иглом ендикатора.  $p'$  пројекција  $P$  на  $a b$ . ако се узме у про



дужењу а b једна тачка p'' таква да p'' p' буде равно  $r \sqrt{n^2 + 1}$ , и ако се из те тачке повуче са дужином p' p'' као полупречник један кружни лук који сече обим у m', имаћемо у m' положај радилице који одговара тачци p', и величина угла x даће релативно положај радилице према мртвој тачци m када се игла ендикатора налази у P.

Ако мотор прави N. обртаја за минуто, угаона брзина мотора је

$$V = \frac{N}{360 \times 60}$$

и тачка P је маркирана иглом ендикатора у времену t = x. V. Ово претходно објашњење олакшава општа схватања, која ће се изложити.

Опит „Раније паљење“. Опит се врши једним мотором „Duplex-ом“ од 4 коњске снаге, број обртаја између 260—280, паљење са, magneto Simss Bosch. Положај ручице у моменту откачивања прекида био је мерен врло тачно за сваки подеок сектора ранијег паљења, с једним нагнутиим нивоом стављеним над ручицом.

Пошто су узети обични дијаграми, да би се знало која је тачка била која показује најраније паљење, и која даје максимални ефекат мотора, узеше се дијаграми по овој изложеној методи, следећа је таблица тако и добивена, служећи се светлећим гасом за пуњење мотора.

угао ручице у моменту откачивања степени	угао ручице мерен на дијаграму у моменту стварног паљења. степени	разлика између ова два угла. степени	време одговарајуће овој разлици секунде
6 раније паљењ.	Средња	брзина 268	обртаја
13	19 доцније	25	0.0151
20	13.5 паљење	26.5	0.0160
24	8	28	0.0169
28	3	27	0.0163
31.5	2 раније пал.	26	0.0157
38	7.5	24	0.0145
43	20	18	0.0108
47	28	15	0.0096
	32	15	0.0099
20 раније	10 доцније	брзина 280	обртаја
20	7	30	0.0174
24	2	27	0.0159
24	1	26	0.0159
28	2	25	0.0147
		26	0.0153
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

У оба случаја раније паљење најбоље је на дијаграму обичном од 24°, из овога се види да је у обе серије опита у ствари мала разлика између угла где изгледа да се паљење врши, и угла где се врши паљење пошто у највећем размаку нема веће разлике од 8. хиљадита секунде. Просечан обрт мотора је 27°, док инерција делова у покрету, и она од индукције магнетске успорава стварни моменат паљења, ова инерција мења се мало према углу над којим дугме напада полуку прекидача за овај мотор који је на пробу, намештен такав као што је. Ова инерција је била просечно од 163 десето-хиљадита секунде, и она изгледа да не зависи од мотора.

Може се сматрати као доказано на основу ових опита:

1°. Да оно што је условљено звати раније паљење није у ствари ништа друго, до време потребно док се не савлада инерција органа машинских, на тај начин, паљење се врши тачно или готово тачно у мртвој тачци.

2°. Да ово раније паљење зависи од делова мотора и њихових положаја.

3°. Да оно не зависи (у трајању) од брзине мотора.

Ако су ови закључци тачни, време инерције паљења, пошто је стално за један дани мотор, у колико брже се окреће мотор у толико се угао ранијег паљења повећава.

Пре но што су предузети ови опити, ако би мотор правио 310 обртаја, доказало би се да би требало 32° раније паљење да би мотор дао максимални искоришћени рад.

Дакле ако се подели средње (просечно) време инерције које смо нашли да је 0.0163, са угаоном брзином од 32° што је очевидна сагласност, каже се, да би се повећала брзина, треба удесити раније паљење, ова примедба је тачна, и да би била сагласна с нашим закључцима, треба је само другојачије формулисати.

Када се брзина повећава, да би се одржала максимална корист, треба повећати угао ранијег паљења, Треба напоменути још да су сви опити вршени са magnétos, и да са индукцијоним калемом неби се имала иста инерција у кретању разних делова моторних.

Време трајања експлозије

Ми ћемо применити исту методу да би се одредило време трајања експлозије.

На дијаграму може се видети да је курба компресије врло правилна до тачке где се притисак појачава нагло и оштро, очевидно је да то нагло појачавање притиска произилази у почетку паљења експлозивне смеше. то је тачка коју смо узели за меру у доле означеним таблицама, од тога тренутка притисак расте све докле докле курба не образује један врх више или мање заокружен, затим опада.

Ми појимамо да у томе моменту сагоревање је са свим довршено, а кад би се одређивао положај ручице који одговара, пређени угао од положаја тачке



паљења дао би трајање експлозије, тако је мишљење професора Мајера.

Узет је већи број дијаграма помоћу ове методе, и део курбе која се пење (уздиже) никад није био поремећен, осцилације се производе увек на Курби експанзије и кад би се као што се у главном верује врх

игле ендикаторове показао једане истрчај који би прешао стварни притисак, излази просто из тога, да трајање времена мерено у нашим испитивањима већа су мало него ли стварно трајање времена.

Ево сада две серије таблица, чије су вредности узете са дијаграма без икакве претпоставке.

Број	угао ручице у моменту откачивања мењача степени	ручице у моменту стварног паљења степени	разлика степени	Трајање експлозије		компресија у моменту стварног паљења kgr.	максимални притисак kgr.
				у степенима	у хиљадитима секунде		
				Гасни			
				мотор 272	обртаја.		
1.	6 раније	19 у задоцнењу	25	12	7.45	4.6	19.0
2.	17 паљење	12.5 „	29.5	13	8.00	5.8	20.0
3.	17 „	11 „	28	13	9.00	6.0	21.3
4.	23.5 „	4 „	27.5	15	8.70	6.0	20.7
5.	23.5 „	2 „	25.5	14	9.30	6.5	22.7
6.	25 „	2.5 раније	24.5	15	9.30	6.3	21.5
7.	27 „	3 „	24	15	8.00	6.6	18.0
8.	27 „	7 „	20	13	11.20	7.0	21.0
9.	30 „	10 „	20	18	8.70	6.6	23.3
10.	44 „	39 „	15	14		6.3	24.6
				Мотор са нафтом.			
1.	20 раније	10 доцније	30	13	7.67		
2.	20 паљење	7 паљење	27	14	8.26		
3.	24 „	2.15 „	25.5	14	8.26		
4.	24 „	1 „	25	14.5	8.55		
5.	28 „	1 раније паљ	27	16	10.03		

Постављајући горњу таблицу (гасног мотора) види се да најкраће време трајања одговара једном задоцнењу у паљењу и слабој компресији, најдуже време трајања експлозије збива се са јаком компресијом, али између највећег и најмањег времена трајања експлозије збива се само за 37 десето хиљадита секунде, погрешке читања могу бити ове природе, и било би неумесно да се закључак сведе на овако мале разлике.

Средње време трајања експлозије је 85 десето хиљадите секунде, нешто врло мало мање но у првој табlici, време трајања експлозије код мотора са нафтом, готово је исто као и код гасних мотора. У примени ова је разлика тако мала да се може занемарити, и ми можемо закључити:

1-о). Да за једну исгу смешу гаса, или нафте време трајања експлозије је увек подједнако.

2-о). Да време трајања паљења мења се са степеном компресије, али у пракци ово повећавање времена је незнатно.

3-о). Да су трајања експлозије смањена са брзином клипа; зато што је компресија мења.

4-о). Да раније паљење, иди задоцнење при паљењу зависи једино од компресије, али то нема велике стварности у пракци.

5-о). Да, био мотор са гасом или нафтом, разлике у трајању времена експлозије могу се занемарити најзад то је трајање времена увек мање од једног стотог дела секунде.

Génie Civil.

Ниш 25-VII-06 г.

**Влад. С. Мърковић**  
инжењер. Нишке радион.

## Плоче од ојачаног бетона.

Подизање путова знатно поскупљују вештачке грађевине — мостови и пропусти — нарочито ако је распон ових последњих толики да се не могу употребити плоче покриваче; те се морају градити на свод.

Колико је нама познато у Србији ретко да су плоче покриваче употребљаване за распоне веће од

1,00 м., међутим плоче од ојачаног бетона могу се примењивати и за распон од 3,00 м. што је од огромне користи за наше прилике, где се мора, при подизању путова штедити.

За прорачунавање димензија код таквих плоча, француски инжењер Терел (Thérel) поступа овако:



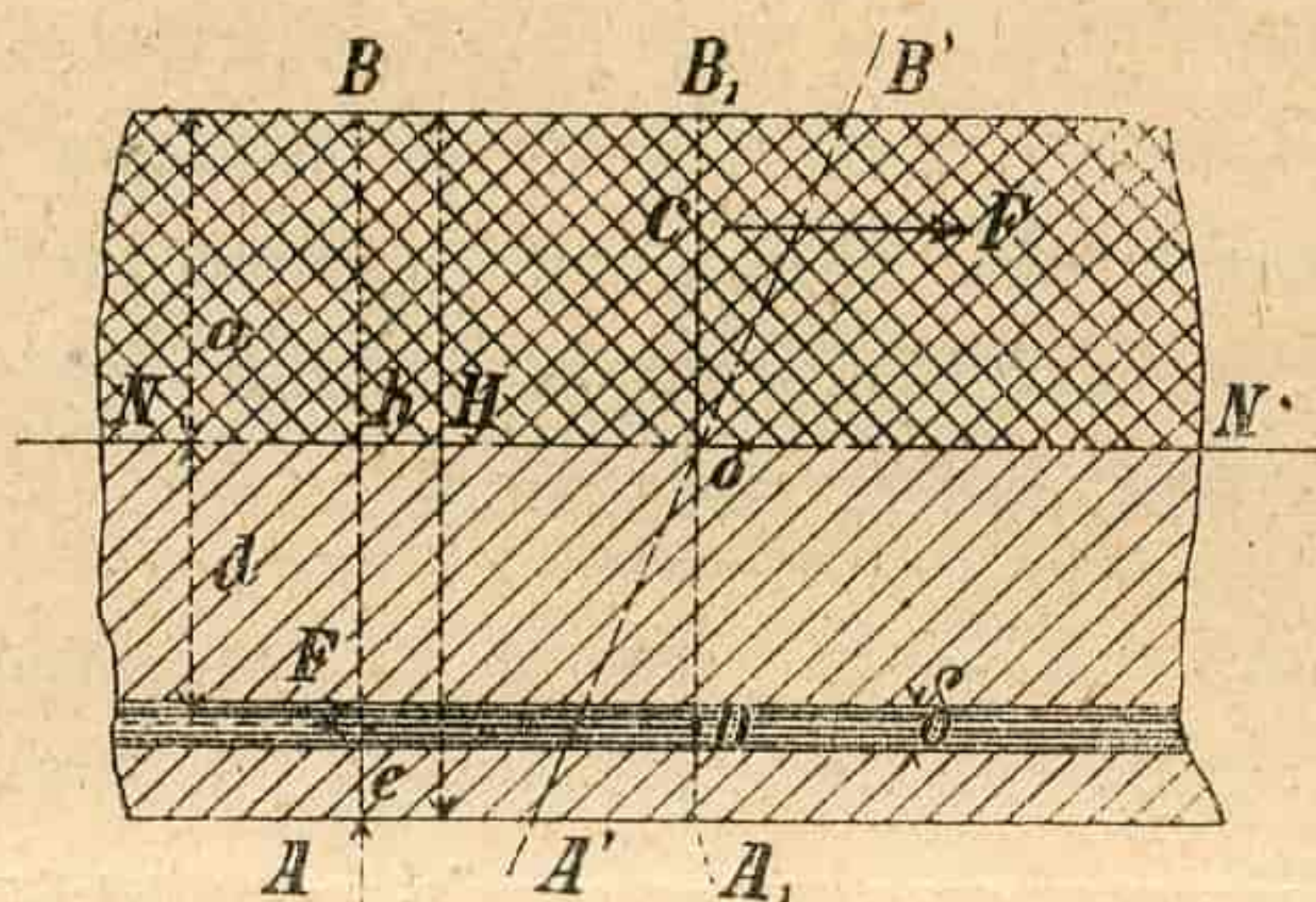
Нека ја ширина  $l = 1,50$  м. једне плоче, која је у средини оптерећена тачком прелазног терета  $P$ , и нека је  $1,50$  м. од прилике размак тачкова тежих товарних кола.

Да претпоставимо да пруга ширине  $l$ , одржава сама равнотежу терету  $P$ . не водећи рачуна, да је плоча континуална и да је издржљивост у попречном правцу осигурана како отпором самога бетона, тако и попречним гвожђем, које се умеће горе и на дну плоче.

Моменат повијања у пресеку  $A. B.$  одржава се у равнотежи једним паром еластичних сила истог пресека.

Тај пар образују резултанте свих еластичних сила на притисак и свих еластичних сила на истезање; — међутим силе су једнаке, али противног знака.

Ако се претпостави да ће један раван пресек  $A. B.$  остати раван и у положају  $A' B'$ , после деформације, ми ћемо осматрати положену плочу у два њена дела:



(Слика 1)

1-о Горњи део до неутралне осе  $N. N_1$  од бетона (два пут шрафирано);

2-о Опружено гвожђе, које је постављено у доњем делу и што удаљеније од неутралне осе.

Бетон, у делу који лежи изнад неутралне осе, образује једино просту везу између оба именована дела која потиче од кохезије и припијања гвожђа кад је ово правилно уметнуто (40 до 47 килограма по квадратном сантиметру).

Гвожђе се умеће у горњем делу у двојаком циљу:

1-о Да се повећа отпор бетона на притисак.

2-о Да се равнотежа одржи. Ми замишљамо, дакле, да је греда у пола узидана.

Гвожђе постављено перпедикално, умеће се ради јединства (солидарности).

Да означимо са

- $A$  дебљину насипа и шосеа  $= 0,30$  м.
- $a$  размак горње површине плоче од неутралне осе  $N. N_1$ .
- $d$  размак осе доњих гвожђа од неутралне осе;
- $H$  висина плоче;
- $R_m$  максималан отпор бетона на притисак  $= 40$  килограма по квадратном сантиметру;
- $R'_m$  максималан отпор челика на истезање  $= 12$  килограма на квадратни милиметар;

$b$  једноставна дебљина гвожђа, по пресеку равна површини свих округлих гвожђа доњег појачања;

$l$  дебљина бетона до равни оса полуца доњег појачања  $= 0,03$  м.

Сума свих сила на притисак  $=$  суми свих сила на истезање.

$$(1) \quad \frac{R_m}{2}, a = b R'_m$$

пошто је вредност  $b$  мала може се ставити  $R'_m$  равно средњем напрезању.

Сума момената отпорних снага у односу тачке  $O = M$

$$O C = \frac{2}{3} a \text{ и } O D = d, \text{ и}$$

по томе

$$(2) \quad R_m \frac{a^2}{3} l + R'_m \cdot d \cdot b l = M$$

па како је

$$(3) \quad h = a + d$$

елиминацијом по једначинама (2) и (3) добија се

$$a^2 - 3 h \cdot a + 6 \frac{M}{l \cdot R_m} = 0$$

отуд

$$a = \frac{3}{2} \left( h - \sqrt{h^2 - \frac{8}{3} \frac{M}{l \cdot R_m}} \right)$$

али је

$$b = \frac{a}{2} \times \frac{R_m}{R'_m}$$

$H$  цела висина плоче, рачуна се емпиричним обрасцем,

$$H = \sqrt{\frac{M}{9}}$$

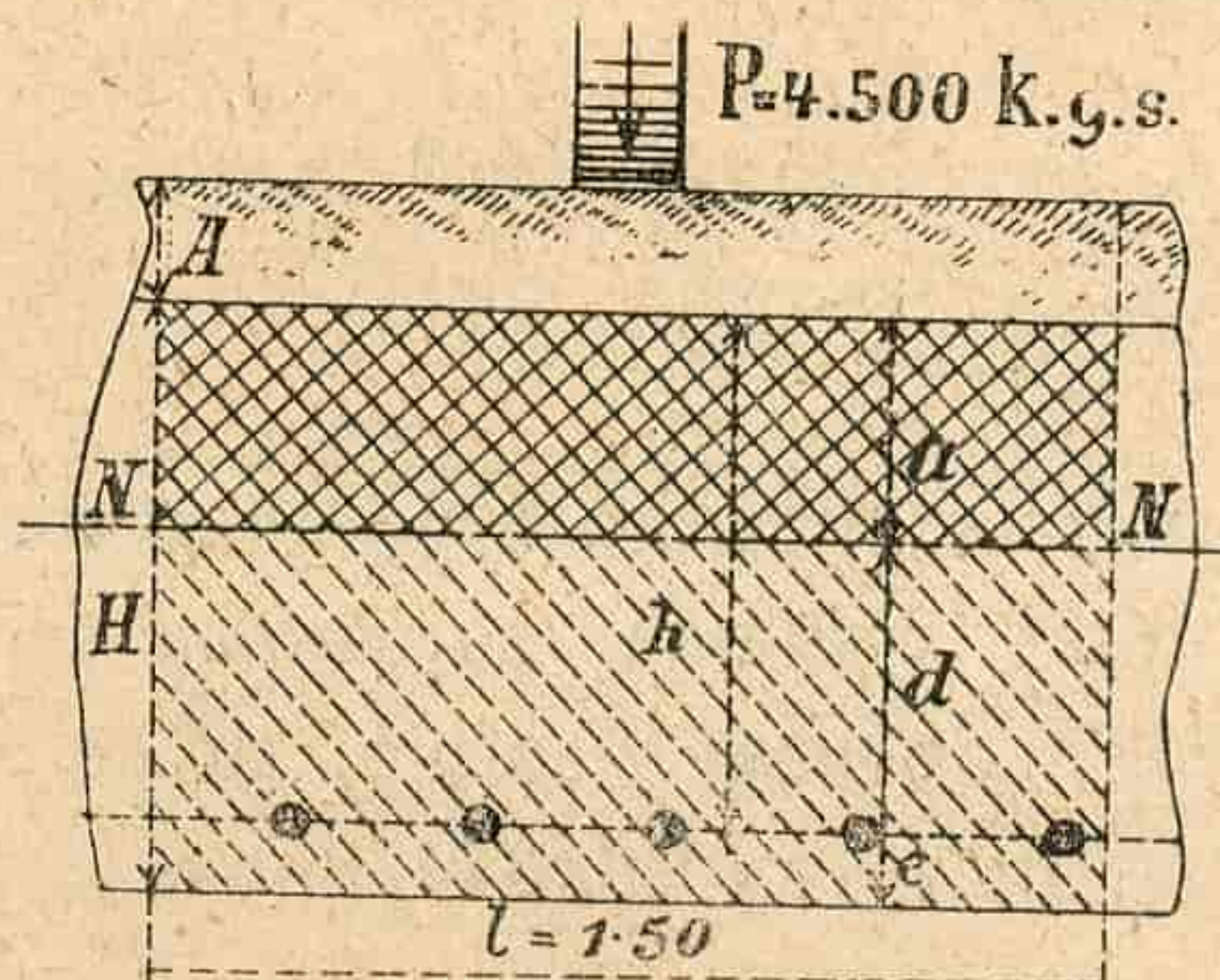
Има се  $H = h + e$ .

За прорачунавање једне плоче покриваче од 2 метра, узећемо да је средња специфична тежина насипа равна 1600 килограма, а ојачаног бетона 2200 килограма.

Непознате су нам

$H, d$  и  $b$

1-о Моменат повијања једне плочине ламеле од 1,50 м. ширине, која носи у средини тачак са прити-



ском од  $P = 4500$  килограма (терет једног парног ваљка).



Ми ћемо претпоставити да је плоча дебела 0 м, 18

$$M_1 = \frac{pl^2}{8} = 1.50 \times \frac{0.18 \times 2200 \text{ кгр.} + 0.30}{8} \times \frac{1600 \text{ кгр.}}{8} \times 2^2 = 657 \text{ кгрм.}$$

$$M_2 = \frac{Pl}{4} = \frac{4500 \times 2 \text{ м.}}{4} = 2250$$

$$M = M_1 + M_2 = 2907 \text{ км.}$$

округло 3000 км.

2-о. Дебљина плоче.

$$H = h + e = \sqrt{\frac{M}{9}} = \sqrt{\frac{3000}{9}} = 0,18 \text{ м.}$$

отуд

$$h = 0,18 \text{ м.} - 0,03 = 0,15 \text{ м.}$$

3-е. Прорачунавање  $a$  и  $b$

$$a = \frac{3}{2} \left( h - \sqrt{h^2 - \frac{8}{3} \frac{M}{R_m}} \right)$$

$$a = \frac{3}{2} \left( 0,15 - \sqrt{0,15^2 - \frac{8}{3} \frac{3000}{15 \times 40 \times 10^4}} \right) =$$

$$= \frac{3}{2} (0,15 - 0,0959) = 0,0811$$

$$b = \frac{a \cdot R_m}{2 \cdot R'_m} = \frac{0,0811 \cdot 40 \cdot 10^4}{2 \cdot 12 \cdot 10^6} = 0,001350 \text{ м}^2.$$

на уздужни метар

Ми ћемо поставити на сваки уздужни метар плоче 10 полука челика од 13 милиметара, а укупна површина њихових пресека изнеће 1317 милиметара, приближно једнака прорачунатом пресеку.

Плоча, која належе за 0.20 м, сматра се као да је полу узидана. Она има у ослонцу да одржи у равнотежи један моменат повијања, који је раван половини момента узидане греде  $\frac{1}{24} pl^2$  а који износи  $\frac{1}{3}$  максималног момента  $\frac{1}{8} pl^2$  греде кад обично належе, при изиђивању, истегнута влакна налазе се на горњем делу плоча, а не на доњем, што је случај код греде која належе.

Ми морамо дакле поставити на горњем делу плоче, у близини ослонца, једну површину метала, која мора бити равна  $\frac{1}{3}$  од оне, коју постављамо на

доњем делу, т.ј. од прилике 400<sup>2</sup> милиметара, колико се налазе у 10 гвозба од 7<sup>мм</sup>, по уздужном метру.

Овако ће плоча бити двогубо по дужини ојачана,

Свако од ових ојачања допуњава се попречним ојачењем са по 5 полука, у циљу да се солидаришу и у попречном правцу сви делови плоче.

У ниже изложеној табlici виде се резултати, исто овако рачунски добивени, за плоче оп 1 до 3 метра, које су у пракси показале да могу да издрже притисак парног ваљка.

распон између ослонаца	укупна дебљина	размак између осе свих полука и лица плоче	пречник полука рачунајући по 10 ком. уздужни мет.		проц. челика $6 \left(1 + \frac{1}{2}\right)$
			доле	горе	
1.00	0.13	0.03	11	6	0.95
1.50	0.15	0.03	12	7	1.00
2.00	0.18	0.03	13	7.5	0.98
2.50	0.21	0.03	14	8	0.97
3.00	0.24	0.03	15	8.5	0.97

Када се покаже да плоче треба да су дебље од 0 24, онда је боље градити обичан мост од бетонских греда, али у томе случају нема се оно примањство, које даје обична плоча, прости конструкције, која се лако и брзо може наместити, а не захтева велику вештину код раденика. Наравно и трошак је већи, било да се рачуна по кубном метру бетона било по квадратном метру покривене површине,

Израда плоче. Да се плоче израђују ваља начинити и под од талапа, на овима се обележи, обим плоче насатице положеним даскама. На под се простре слој бетона од 25 милиметара дебљине.

Помоћу танких жица, полуге одговарајуће дужине одређене за ојачања, лако се међу собом привезују да се образује доње појачање. Овако спремљену мрежу, треба од једном поставити на бетонски слој, попречне полуге ваља сместити на више, па затим испод сваке подужне полуге подвући квачила полажућих у истом правцу на доњу бетонску застирку. Ако је потребан бетонски застор може се мало наквасити млеком од цемента, па затим наставити израду бетона на више, једновремено ваља издизати (квачила), а малим маљевима набијати га да се метал њиме добро обавије.

Кад се приспе до висине, на којој треба да се уложи горње појачање, тада се, пошто је оно већ раније спремљено, исто поставља на бетон, тако да попречне полуге дођу ниже; тим се плоча допуњује бетоном до висине, којом се постизава жељена дебљина а по довршетку, плоча се оставља десетину дана на миру. После тога времена скида се калуп и све површине облажу цементним малтером.

Израда ових плоча тако је проста да би њихову честу примену најтоплије препоручили.

Н. М.



## ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ

### Примена утицајних линија на статичко рачунање подужних и попречних носача код железничких и друмских гвоздених мостова.

(са једним листом слика)

од М. Турудића ванр. проф. Универзитета.

#### I. Општа посматрања.

До потребних димензија подужних и попречних носача и броја закивака за њихово узајамно везивање, долазимо аналитичким или графичким путем.

У оба случаја претпоставља се као познато, стално и покретно-прелазно оптерећење, као и узајамни распоред носача.

Оптерећење може бити посредно или непосредно, једнако подељено, концентрисано или комбиновано, како је кад мост удешен искључиво за железнички, друмски или комбинован саобраћај. У последњем случају, поред концентрисаних покретних терета, састојећих се из точкова кола, можемо имати и једновремени, једнако подељени покретни терет од људске навале, а уз то још и стално оптерећење од сопствене тежине конструкције.

При рачунању подужних и попречних носача јавља се потреба, за одредбу реакција, момената и трансверзалних сила.

Сваком подужном или попречном носачу на мосту, одговара извесна одређена површина коловоза, у границама које, сви терети стални и покретни, имају утицаја на његово рачунање; ту површину назваћемо *утицајним пољем* дотичног носача.

У границама утицајног поља, стални терети имају тачно одређене положаје — нападне тачке, утврђене самом конструкцијом; покретни пак терети код чистих железничких мостова, могу нападати у повољним тачкама шина, које не могу напустити, те су им шинама путање тачно фиксиране.

Код чисто друмских мостова, са таквом ширином, на којој се могу размимоилазити два, три или више возова кола са запрегом, у истим или супротним правцима, са евентуално једновременим, једнако подељеним покретним оптерећењем од људске навале, моћи ће покретни терети заузимати различите положаје, у утицајном пољу посматраног носача.

Јасно је из наведеног, да ће за одредбу реакција, момената и трансверзалних сила, па према томе и димензија подужних и попречних носача, бити теже одредити најнеповољније положаје покретног оптерећења, у односу на тражену максималну вредност непознате код друмских, но код железничких мостова. Нарочито је ово тешко, ако се при рачунању служимо аналитичком методом, која се једино излаже у стручним делима, не дајући при том никад јасну преставу најнеповољнијег оптерећења.

За решавање постављеног задатка, далеко је прегледнија, елегантнија и лакша графичка метода, са утицајним линијама, што ће се из ниже изложеног видети.

Више годишње искуство, које сам имао у Министарству Грађевина, и са својим ученицима, при решавању ових задатака, аналитичким путем, дало ми је повода, да што детаљније разрадим, далеко прегледнију и лакшу графичку методу, са утицајним линијама за рачунање подужних и попречних носача. Примену графичке методе, за одредбу: реакција, момената и трансверзалних сила, за све средње и крајње подужне и попречне носаче и конзоле, изложићу како за железничке, тако и за друмске мостове.

Одредба само максималног момента графичком методом, са утицајним линијама, за један средњи попречни носач друмског моста изложена је једино у „Zeitschrift-y des oesterr. Ingenieur und Architekten — Vereines 1901. №. 10. S. 166.“

Сматрам, да ће бити од користи, ако у овом чланку изложим, сем третираног у наведеном часопису, разрађену и проширену графичку методу, за рачунање свију подужних и попречних носача, обухватајући њиме још и рачунања реакција, момената и трансверзалних сила за све подужне и попречне носаче и конзоле код железничких, као и за средње и крајње подужне носаче код друмских мостова, чега у поменутом часопису нема.



Изабрата конструкција железничког и друмског моста, са одговарајућим шемама покретног оптерећења, види се из сл. 1—7, у којима је за људску навалу узето  $p = 400 \text{ кг/м}^2 = 0,4 \text{ т/м}^2$ .

Узгред напомињем, да се графичка метода, са утицајним линијама, може корисно применити и за рачунање подужних и попречних носача за ношење коловоза, код статички одређених подупирала и вешала, за дрвене мостове.

Пошто се подужни и попречни носачи рачунају махом, као прости статички одређени носачи, биће и конструкција потребних утицајних линија проста. Утицајне су линије овде састављене из правих, а утицајне површине, које могу бити позитивне и негативне, јесу троугли.

На који се начин конструишу утицајне линије, претпоставља се као познато из опште теорије њихове.

## II. Принцип рачунања подужних и попречних носача методом утицајних линија.

Познато је, да се линија, чије ординате представљају: величине реакције, момента односно трансверзалне силе за извесан пресек, или које друге сличне функције, за случај, да покретни терет  $P = 1$ , шета по оси носача, између његових ослонаца, назива утицајном линијом дотичне функције. Саму линију код статички одређених носача добијамо, пренашањем израчунатих вредности функције, за карактерне тачке носача, и то у виду ордината  $\eta$ , које преносимо од једне нулте линије, испод моментаног положаја терета  $P = 1$ , и по том, крајње тачке ордината  $\eta$  вежемо правим.

Површина између утицајне и нулте линије, назива се као што је познато утицајном површином, и она може бити позитивна или негативна.

Ако у једној или више повољних тачака на осовини носача, дејствује један или више терета  $P$ , различитих од јединице, онда је очевидно вредност тражене функције  $Z$ , за коју смо конструисали дотичну утицајну линију дата једначином  $Z = P\eta \dots 1)$ . односно  $Z = \sum P\eta \dots 2)$ , у којима су  $\eta$  ординате утицајних линија, мерене испод терета  $P$ .

За одредбу непознате функције  $Z$ , од свију могућих положаја терета  $P$ , дејствујућих управно на осу носача, потребна је само једна утицајна линија. Ако би место концен-

трисаног терета  $P$ , имали дуж целог носача или само једног дела његовог, једнако подељени терет  $p$  на  $m$ . дужине, била би вредност функције  $Z$  изражена једначином  $Z = p \cdot F \dots 3)$ , у којој нам  $F$  представља утицајну површину у границама једнако подељеног терета  $p$ .

Заменимо ли једнако подељени терет на носачу, између узастопних прелома одговарајућим концентрисаним силама:  $P_1, P_2, P_3$  ит.д., прећи ће нам једначина 3). у једначину  $Z = P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + \dots 4)$ . У једначини 4) очевидно је:  $P_1 = a_1p, P_2 = a_2p, P_3 = a_3p$  ит.д., ако су  $a_1, a_2, a_3 \dots$  дужине носача између преломних тачака утицајне линије, а  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  ит.д. ординате испод терета  $P_1, P_2, P_3 \dots$

При одредби реакција, момената и трансверзалних сила у подужним и попречним носачима, морамо водити рачуна о свима теретима, сталним и покретним, једнако подељеним и концентрисаним, налазећим се ма где у границама утицајног поља посматраног носача, на или ван осовине носача. Вредност функције  $Z$ , изазвату теретима, чије су нападне тачке у оси носача, добијамо помоћу једне утицајне линије, постављајући за њу једначине 1—4).

За одредбу непознате  $Z$  од терета у границама утицајног поља посматраног носача, са нападним тачкама ван осовине његове — ексцентрично, потребно је, или аналитичко редуковање терета на осовину носача, што је дангубно, или се поменута редукација избегава употребом место једне, — двеју утицајних линија, што је далеко прегледније, брже и лакше. Једна од тих утицајних линија одговара једној, а друга, другој страни правоугаоног или квадратног утицајног поља, те ће и ординате њихове  $\eta$  и  $\eta'$  за ма који терет  $P$  стајати управно једна на другу, секући се довољно продужене под самим теретом.

Користећи се двама утицајним линијама, биће нам вредност тражене функције  $Z$ , од ексцентрично дејствујућег покретног терета  $P$ , или сталног  $G$ , изражена једначином  $Z = P\eta u + G\eta' u' \dots 5)$ , у којој су  $\eta$  и  $\eta'$  односно  $\eta'$  и  $u'$  ординате у двама утицајним линијама, испод терета  $P$  и  $G$ , за случај више терета  $P$  и  $G$  имали би једначину  $Z = \sum P\eta u + \sum G\eta' u' \dots 6)$ .

Ако би неки од терета  $P$  и  $G$  дејствовали у оси носача, дакле центрично, била би једна од двеју ордината  $\eta$  и  $u$  равна једи-



ници, као што се то јасно види из сл. 1—7) на зас бном листу.

У сваком даном случају, лако је уочити утицајно поље посматраног носача, и конструисати за њега обе потребне утицајне линије, које су независне од величине и распореда терета у утицајном пољу.

Помоћу поменутих двеју утицајних линија, бићемо у стању, да најбржим и најлакшим начином одредим положаје покретних терета  $P$ , који ће давати максимум непознате  $Z$  у посматраном носачу. Количина  $Z$  може бити: реакција, моменат, трансверзална сила и т.д., њен максимум зависан је у првом реду од распореда покретних терета  $P$  у утицајном пољу, пошто су нам нападне тачке сталних терета  $G$  конструкцијом утв. ђене.

Лако је увидети, да нам једна утицајна линија служи за редукацију ексцентрично дејствујућих терета, у посматраном утицајном пољу, на осовину носача, друга пак утицајна линија, одређује нам од тако редукованих сила тражену непознату  $Z$ . Ако је непозната  $Z$  зависна од положаја пресека на носачу, као што је то случај за моменат или трансверзалну силу, биће лако из саме конструкције уочити најнеповољнији пресек, за који морамо конструисати дотичну утицајну линију.

У сумњивим случајевима, одређује се неповољан пресек пробањем, т.ј., узастопним конструкцијама утицајних линија за више пресека, који могу бити неповољни, и образовањем једначина:  $Z = \sum P \eta$  и  $Z = \sum P \cdot y$ , које ће својим бројним вредностима одређивати максимум  $Z$ . Утицајна линија, која служи за редукацију ексцентрично дејствујућих терета, на осовину носача, састоји се из једног троугла, чија је основица равна дотичној страни утицајног поља, а висина равна јединици; при посредном оптерећењу, ћошкови тако добивеног троугла затупљују се правим.

Утицај једнако подељеног ексцентричног терета  $p \cdot F$ , на одредбу непознате  $Z$ , можемо наћи помоћу једначине,  $Z = p \cdot F_1 \cdot F_2 \dots 7$ , (која је слична једначини 3).  $F_1$  и  $F_2$  јесу утицајне површине, утицајних линија, у границама једнако подељеног терета,  $p$ , једнако подељени терет на  $m^2$ , а  $F$  површина у утицајном пољу, коју покрива једнако подељени терет.

До резултата израженог једначином 7), можемо доћи још и на следећи начин.

Замислимо површину  $F$  подељену ординатама, из преломних тачака одговарајућих утицајних линија на површине:  $f_1, f_2 \dots$  и т.д; чија су тежишта  $S_1, S_2$  и т.д. Свакој површини  $f$ , одговараће терет  $p \cdot f = S$ . дејствујући у тежишту, тим теретима, у двама утицајним линијама, одговарају ординате  $\eta$  и  $y$ . Очеvidно је, непозната  $Z$  са овом ознаком, изражена једначином  $Z = p \cdot F \cdot \eta \cdot y = \sum S \cdot \eta \cdot y = p \cdot f_1 \cdot \eta_1 \cdot y_1 + p \cdot f_2 \cdot \eta_2 \cdot y_2 + \dots = S_1 \cdot \eta_1 \cdot y_1 + S_2 \cdot \eta_2 \cdot y_2 + \dots 8$ ), која је слична једначинама 5) и 6) за концентрисане терете  $P$ . и  $G$ .

При рачунању непознате  $Z$  помоћу утицајних линија, поред брзине и прегледности рачунања, отпада свака забуна, чим имамо на уму, да сваки терет!  $P, G, S = p \cdot F$ , имамо да množимо са ординатама  $\eta$  и  $y$ , које тим теретима, у двама утицајним линијама одговарају. Зраци из нападних тачака сила  $P, G, S$ , на којима утицајне линије осецају ординате  $\eta$  и  $y$ , секу се под правим углом.

### III. Одредба најнеповољнијег положаја покретног оптерећења, који даје мах. $Z$

Пошто смо према наведеном, а на познати начин, конструисали по две утицајне линије, за моменте, реакције и трансверзалне силе, код свију средњих и крајњих попречних и подужних носача и конзола сл. 1—7), биће нам лако помоћу њих одредити и положаје покретних терета  $P$ , у утицајном пољу дотичног носача, за које добијамо мах  $Z$ .

При томе се користимо познатим правилом, из теорије утицајних линија, које гласи: *За добијање мах  $Z$ , треба воз од покретних терета посматраног утицајног поља, померати у два правца, управна један на други тако, да најтежи терети дођу по могућству изнад или у близину највећих ордината а односно  $y$ , у дотичним утицајним линијама  $\eta$  именованог поља.*

Код железничких мостова, због фиксираних путање покретних терета, утврђује се прво положај њихов, према горњем правилу, у односу на једну утицајну линију, па је други по себи утврђен.

За друмске мостове, пошто смо покретне терете утврдили према једној од двеју утицајних линија, за добијање мах  $Z$ , крећући их на пр. у правцу подужне осе моста, мораћемо у том положају замишљене терете, кретати још правцем управним на подужну осу моста, изнад друге утицајне



линије, док они и према њој не заузму најнеповољнији положај за  $\max Z$ , па је тиме и тражени распоред терета  $P$ , на утицајном пољу утврђен.

Због комбинованог оптерећења са два или више паралелних возова из кола, са евентуалном једновременом људском навалом код широк друмских мостова, мораћемо за извесне непознате  $Z$  на изложени начин, утврдити два или више вероватних релативних  $\max Z$ , који одговарају извесним комбинацијама покретног оптерећења. За сваку комбинацију односно релативног  $\max Z$ , треба поставити једначину облика  $Z_{\max} = \sum P \cdot \eta \cdot y \dots 9)$ , па ће нам бројно највећи релативни максимум, бити у исто доба апсолутни максимум непознате, чиме је и сам задатак решен. По себи се разуме, да у једначини за апсолутни максимум, морају бити заступљени поред покретних и сви стални терети посматраног утицајног поља, тражене непознате  $Z$ . Та једначина имаће очевидно облик раније једначине 6).

Све напред изложено расветлићемо са неколико конкретних примера, престављених у сл. 1—7), за железничке и друмске мостове.

1. *Пример. За железнички мост у сл. 1), одредити максимални моменат у средњем попречном носачу  $E_2$ , од покретног оптерећења — локомотиве, престављене у сл. 4), и свеколиког сталног терета, који долази од сопствене тежине шина са патосом и праговима сопствене тежине подужних носача и сопствене тежине самог попречног носача  $E_2$ .*

Прву сопствену тежину, узећемо да је  $g_e = 0,25 t$  на један праг, другу добијамо из прорачунатих димензија подужних носача, трећу морамо ценити, или ћемо је као сразмерно незнатну занемарити.

Као што се из сл. 1) и 1 а) види, утицајно поље носача  $E_2$  ограничено је: главним носачима и осовинама прагова 2 и 11, иза попречних носача  $E_1$  и  $E_3$ . Од покретних терета, према узетој локомотиви сл. 4). и димензијама посматраног утицајног поља, могу на моменат имати утицаје три осовине локомотиве, са притисцима  $P = 12 t$ ; односно шест точкава, са притисцима  $P_1 = P_2 = 6. t$ .

Максимално оптерећење посматраног попречног носача  $E_2$ , од терета  $P$  и  $G$ , јавиће се за онај положај њихов, за који су реакције  $R_l$  и  $R_r$  утицајног поља лево и десно

од носача  $E_2$  максималне. Максимални моменат  $Mx_0$  у попречном носачу  $E_2$  добија се, као што је лако увидети, за пресек његов, удаљен за количину  $x_0$  од једног ослонца, т. ј. у пресеку подужног са попречним носачем.

Конструираемо ли на познати начин утицајне линије реакција  $R_l$  и  $R_r$ , односно редукованих оптерећења, која се попречном носачу  $E_2$  предају са леве и десне половине посматраног утицајног поља (сл. 1 в), и утицајну линију момента  $Mx_0$ , (сл. 1 г), то ћемо на основу раније изложеног, за попречни носач  $E_2$  добити, да се максимално оптерећење његово  $R = R_l + R_r$  постиже, ако средња бело означена осовина локомотиве, дође изнад максималне ординате  $\eta$  у утицајној линији 1 в), т. ј. над сам попречни носач  $E_2$ . Друге две осовине налазиће се симетрично од носача  $E_2$ , те ће због тога, и због једнаког размака осовина, утицајне линије имати једнаке ординате  $\eta$ . Због посредног оптерећења, затупљују се преломни углови утицајне линије 1 в) правим, између осовина суседних прагова лево и десно од попречних носача  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$ , у утицајном пољу.

Овим затупљивањем углова, добија се константна вредност ординате  $\eta$ , између осовина прагова 6 и 7 у утицајној линији 1 в), те ће услед овога, као и симетрије утицајне линије, симетричног размака осовина и једнаких притисака њихових, очевидно оптерећење  $R = R_l + R_r$  попречног носача  $E_2$ , остати непромењено за све положаје локомотиве, у којима би се средња осовина њена налазила, између осовина прагова 6 и 7. Леви гранични положај локомотивских осовина означен је у сл. 1 в) шрафирањем точкава. Јасно је према свему изложеном, да ће максимални моменат у попречном носачу  $E_2$ , изазван локомотивом и сталним теретом, са занемарењем сопствене тежине самог попречног носача, бити изражен једначином,  $\max Mx_0 =$

$$= \sum P \eta \cdot y + \sum G \cdot \eta \cdot y = P_1 \eta_1 y_1 + P_2 \eta_2 y_2 + \dots$$

$$+ P_6 \eta_6 y_6 + 2.4 g_e \eta_e y_e + 2.2 g_s \eta_s y_s \dots 10).$$

У једначини 10) су:  $P_1, P_2, \dots, P_6$  притисци точкава локомотиве,  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6$  односно  $y_1, y_2, \dots, y_6$  њима одговарајуће ординате у утицајним линијама 1 в) односно 1 г),  $g_e$  сопствена тежина на један праг од шина, патоса и самог прага,  $g_s$  сопствена тежина једног



подужног носача распона  $\lambda = 2,8$  м.,  $\eta_e y_e$  односно  $\eta_s, y_s$ , тежинама  $g_e, g_s$  одговарајуће ординате у утицајним линијама 1в) и 1г).

Из утицајних линија лако је увидети, да место притисака тачкова у једначини 10), можемо узети притиске осовина, и њима одговарајуће ординате  $\eta$  и  $y$ , што је простије и брже.

2. Пример. Израчунати пређе означене максималне реакције  $R_e$  и  $R_r$ , као и укупно оптерећење  $R$  попречног носача  $E_2$  од покретних и сталних терета.

Означимо у опште са  $P_1$  и  $G_1$ , односно  $P_r$  и  $G_r$ , покретне односно сталне терете, у границама утицајног поља, лево и десно од попречног носача  $E_2$  сл. 1), а са  $\eta$  и  $y$  њима одговарајуће ординате у утицајним линијама 1в) и 1и), па ће нам реакције  $R_1$  и  $R_r$ , као и укупно оптерећење  $R$  попречног носача  $E_2$ , бити дате овим једначинама:

$$R_1 = \sum P_1 \eta y + \sum G_1 \eta y \dots\dots 11), R_r = \sum P_r \eta y + \sum G_r \eta y \dots\dots 12) \text{ и } R = R_1 + R_r \dots\dots 13).$$

За симетрично оптерећење носача  $E_2$  и једнака поља  $\lambda$ , биће  $R_1 = R_r = \frac{R}{2}$ .

3. Пример. Одредити максимални момент  $M_x$  у подужном носачу  $s$ , између попречних носача  $E_1$  и  $E_2$ , односно  $E'$  и  $E''$  сл. 1), 1а) и 3), за оптерећење поменуто у примеру 1.

Утицајно поље подужног носача  $s$  ограничено је главним носачем, другим подужним носачем и осовинама прагова 2 и 7 иза попречних носача  $E_1$  и  $E_2$ , односно  $E'$  и  $E''$ . Максимални момент очевидно је у пресеку испод прага 4 или 5.

За пресек испод прага 4, конструићемо утицајну линију момента  $M_x$  сл. 1 д) или 3в"), над распонем носача  $s$ ; по том и другу потребну утицајну линију сл. 1 h), над страном утицајног поља управном на  $s$ , која нам одређује реакције оптерећења  $s$  леве и десне стране носача,  $s$ . Кад имамо обе утицајне линије, биће нам лако утврдити најнеповољнији положај покретних терета, за добијање максимума  $M_x$ . Распоред тих терета означен је у поменутих сликама, те је према томе:  $M_x = \sum P \eta y + \sum G \eta y = P_1 \eta_1 y_1 + P_2 \eta_2 y_2 + 4 g_e \eta_e y_e + g_s \eta_s y_s \dots 14)$ . У једна-

чини 14) су:  $P_1$  и  $P_2$  притисци тачкова локомотиве,  $g_e$  као и раније, сопствена тежина на један праг,  $g_s$  сопствена тежина подужног носача  $s$ , а  $\eta$  и  $y$  уопште ординате именованих терета у дотичним утицајним линијама.

4. Пример. Одредити максималну реакцију  $R_s$ , коју подужни носач  $s$  предаје попречног носачу  $E_1$  сл. 1) и 1а).

За одредбу реакције  $R_s$ , послужићемо се утицајним линијама 1с) и 1h). у којима су означени положаји локомотиве најнеповољнији. Сама конструкција утицајних линија довољно је јасна из слика, те ће према општој ознаци, једначина за  $R_s$  бити истог облика, као и једначина 14), т.ј.  $R_s = \sum P \eta y + \sum G \eta y = P_1 \eta_1 y_1 + P_2 \eta_2 y_2 + g_e \eta_e y_e + g_s \eta_s y_s \dots 15)$ .

У једначини 15), ординате  $\eta$  и  $y$  мере се испод дотичних терета у утицајним линијама 1с) и 1h), сама пак реакција  $R_s$  потребна је збрг одредбе броја закивака, за везу подужног са попречним носачем.

5. Пример. Одредити трансверзалну силу  $Q_s$  у подужном носачу за поље  $\lambda$ , и пресек између прагова 8 и 9, од саме локомотиве.

За одредбу  $Q_s$  служе нам утицајне линије 1f) и 1h) у сл. 1), које су по себи јасне, те је и  $Q_s = \sum P \eta y = P_1 \eta_1 y_1 + P_2 \eta_2 y_2 \dots 16)$ .

Често су из конструктивних обзира димензије крајњих попречних носача  $E_1$  и  $E_2$  у сл. 1) и 3) мање од димензија средњих попречних носача. Крајњи попречни носачи примају оптерећења целог десног поља  $\lambda$  и скраћеног левог поља, чија је ширина према сл. 1) и 3,) равна размаку између носача  $E_1$  и прага 2,, односно размаку између носача  $E'$  и прага 1, како је кад прелаз са моста на насип изведен без или са конзолом.

Према овоме, крајњи попречни носачи имају мање вертикално оптерећење од средњих, који носе терете са 2 д), те им и димензије могу бити мање.

Максималне моменте крајњих попречних носача  $E_1$  и  $E'$  у сл. 1) и 3) добијамо, служећи се утицајним линијама 1с) и 1г) односно 3а') и 1г), чија је конструкција по себи јасна.

Потребне моментне једначине, биће по



облику сличне једначини 10), која даје моменат за средњи попречни носач.

На послетку, помоћу утицајних линија 3c') и 1h), можемо одредити максимални моменат у конзоли, која носи праг 2 у сл. 3). Једначина овог момента имаће облик,  $Mx_1 = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y \dots 17).$

6. Пример. За друмски мост у сл. 2) и б). одредити максималне моменте у подужним носачима 3, 4' и 1', изазване колским возом према сл. 5), људском навалом  $p = 400 \text{ кг/м}^2 = 0,4 \text{ t/м}^2$  и сталним теретом конструкције.

Према ранијим излагањима за железничке мостове биће јасно, да је утицајно поље подужног носача 3, ограничено попречним носачима  $E_{II}$  и  $E_{III}$  и подужним 2 и 4. Површина тога поља нека је  $F_3$ ; утицајна линија момента  $Mx_2$ , за пресек у средини носача 3, као најнеповољнији, престављена је у сл. 2d'), а утицајна линија за редуковано оптерећење  $R_l$  и  $R_r$  истог носача 3, са површина лево и десно од његове осовине, престављена је сл. 2g'). Помоћу тих утицајних линија, над којима су означени вероватни најнеповољнији положаји покретних терета, и ранијих једначина 6—8), био би први вероватни максимални моменат  $Mx'_2$ , изазван распоредом концентрисаних терета  $P_1$  и  $P_2$ , од точкава симетрично постављених кола према носачу 3, сл. 6). Томе оптерећењу придружује се људска навала  $S_1$  и  $S'_2$  иза кола, и стални терет конструкције  $G$ . С обзиром на сл. 6) биће:

$$S_1 = f_1 \cdot p = 1,2 \cdot 1,0 \cdot 0,4 = 0,48t; S'_2 = f'_2 \cdot p = 0,4 \cdot 1,0 \cdot 0,4 = 0,16t \text{ и } G = F_3 p_1, \text{ ако је } p_1 \text{ стални терет на } 1 \text{ м}^2 \text{ (овде терет патоса.)}$$

$$\text{Отуда, } Mx'_2 = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y = P_{1\eta_1} y_1 + P_{2\eta_2} y_2 + S_{1\eta_1} y_1 + S'_{2\eta_2} y_2 + F_3 p_1 y \dots 18).$$

Други вероватни максимални моменат  $Mx''_2$ , за исти носач 3, добијамо, постављањем задње осовине само једних кола (точкови у сл. 6. црно означени) тако, да један од точкава дође у средину носача 3. Остатак утицајног поља, позади и са стране кола замишља се оптерећен људском навалом. Служећи се у овом другом случају утицајним линијама 2f') и 2h') имаћемо за тражени моменат јед-

$$\text{начину, } Mx''_2 = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y = P_{1\eta_1} y_1 + S_{1\eta_1} y_1 + S'_{2\eta_2} y_2 + S_{3\eta_3} y_3 + F_3 p_1 y \dots 19).$$

Већи од момената  $Mx'_2$ , и  $Mx''_2$  биће у исто време стварни максимални моменат за носач 3, и он је меродаван за изналажење његових димензија.

7) Пример. На основу изложеног, за одредбу максималног момента у носачу 3, а с обзиром на сл. 6) и утицајне линије 2c') и 2i'), биће максимални моменат у подужном носачу 4' изражен једначином,  $Mx_1 = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y = P_{1\eta_1} y_1 + S_{4\eta_4} y_4 + S_{6\eta_6} y_6 + S_{6\eta_6} y_6 + F_{4p_1} y \dots 20),$  у којој поједине количине имају слична значења, као у једначинама 18) и 19).

8. Пример. За подужни носач 1') у сл. 6), у којој је назначено најнеповољније оптерећење, за добијање максималног момента (види тачкове црно означене), биће меродавне утицајне линије 2e') и 2j'), из којих следује моменат,  $Mx_1 = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y = P_{1\eta_1} y_1 + S_{7\eta_7} y_7 + S_{8\eta_8} y_8 + F_{4p_1} y \dots 21).$

9. Пример. Лако је увидети, да максималне реакције  $R_s$ , које подужни носачи 1' и 4' предају попречном носачу  $E_I$ , односно подужни носач 3, попречном носачу  $E_{II}$ , добијамо помоћу утицајних линија 2a') и 6j') за носач 1'; 2a' и 6i' за носач 4; 2b' и 6g' за носач 3. Најнеповољнији положаји покретног оптерећења (колских точкава), за све ове реакције  $R_s$ , означени су над самим утицајним линијама 2a') и 2b'). Остатке површина утицајних поља, замишљамо покривене људском навалом  $p = 400 \text{ кг/м}^2 = 0,4 \text{ t/м}^2$ . С саме реакције  $R_s$ , биће у опште дате једначинама облика,  $R_s = \sum P_{\eta} y + \sum G_{\eta} y \dots 22).$

10. Пример. Рачунање максималног момента за средњи попречни носач  $E_{II}$  у сл. 2) и 7). код друмског моста.

Утицајно поље попречног носача  $E_{II}$  ограничено је главним носачима, и попречним  $E_I$  и  $E_{III}$ . Утицајна линија редукованог оптерећења, односно реакција  $R_l$  и  $R_r$ , изазваних у  $E_{II}$  оптерећенима лево и десно од посматраног носача, престављена је у сл. 7 к). Утицајна линија за максимални моменат  $Mx$ ,



и то за пресек кроз средину попречног носача Еп, престављена је сл. 7n), односно 7m).

Према утицајној линији 7 к), постићиће се најнеповољније оптерећење носача Еп, ако точкови кола и људска навала, заузму над њом означене положаје. Како је мост такве ширине, да се по њему могу кретати у истом или супротним правцима, два успредна воза из кола, са једновременим оптерећењем извесних делова утицајног поља људском навалом, мораћемо испитати у главном два положаја покретног оптерећења, који ће дати два вероватна максимална момента Мх' и Мх'', у попречном носачу Еп.

Први положај покретних терета, за добијање момента Мх', добијамо паралелним померањем св. коликог покретног оптерећења означеног над утицајном линијом 7к), у правцу управном на подужну осу моста дотле, док точкови обојих кола не заузму бело означене положаје у сл. 7) и 7q<sub>1</sub>). Остатак површине утицајног поља замишљамо покривен љуском навалом, и то, позади и са стране кола. Све покретно оптерећење у овом случају, симетрично је према подужној оси моста сл. 7).

Други положај покретних терета, за добијање момента Мх'' означен је у сл. 7), 7к) и 7q<sub>2</sub>). Точкови кола овог положаја означени су црно Ђудску навалу имамо позади кола, као и за први положај, са једне стране кола ишчезава љуска навала, а са друге се повећава, као што се то јасно види из сл. 7q<sub>2</sub>).

Тражени momenti Мх' и Мх'', за оба посматрана положаја оптерећења, и пресек у средини распона попречног носача Еп, од свију покретних терета Р, љуске навале S = рf и сталног оптерећења G, изражени су следећим једначинама :

$$M_x' = \sum P_{\eta y} + \sum G_{\eta y} = P_{1\eta_1 y_1} + P_{2\eta_2 y_2} + P_{3\eta_3 y_3} + P_{4\eta_4 y_4} + S'_{1\eta_1 y_1} + S'_{2\eta_2 y_2} + S'_{3\eta_3 y_3} + S'_{4\eta_4 y_4} + S'_{5\eta_5 y_5} + S'_{6\eta_6 y_6} + \sum G_{\eta y} \dots 23). \text{ и}$$

$$M_x'' = \sum P_{\eta y} + \sum G_{\eta y} = P_{1\eta_1 y_1} + P_{2\eta_2 y_2} + P_{3\eta_3 y_3} + P_{4\eta_4 y_4} + S_1 \eta_1 y_1 + S_2 \eta_2 y_2 + (S'_3 + S'_7) \eta y + (S'_4 + S_8) \eta y + \sum G_{\eta y} \dots 24).$$

Већи од момената, израчунатих по последњим двама једначинама, биће стварни максимални моменат, и он је меродаван за одредбу димензија попречног носача Еп.

Као што смо на показати начин одредили максимални моменат у средини попречног носача, могли би сличним путем одредити максималне моменте и у осталим тачкама попречног носача, у којима се он са подужним носачима сече. Тиме би добили моментну криву, помоћу које би могли одредити дужине појасних плоча, ако их попречни носач има. Ако у попречном носачу нема појасних плоча, довољно ће бити, да се одреди само максимални моменат за средину носача, па је тиме рачунање свршено.

11. *Пример. Израчунати максималну реакцију R<sub>q</sub>, коју попречни носач Еп предаје главном носачу.* Реакција R<sub>g</sub> потребна нам је због рачунања закивака, за везу попречног са главним носачем. Њу добијамо помоћу утицајне линије сл. 7к) и тачкасто означене утицајне линије у сл. 7n)

За распоред точкова кола бело означених у сл. 7), са припадајућом љуском навалом и сталним оптерећењем G, добили би прву реакцију R'<sub>q</sub>. За распоред точкова кола црно означених у сл. 7), са припадајућом људском навалом и сталним оптерећењем G, добили би другу реакцију R<sub>g</sub>', служећи се при том утицајном линијом сл. 7к) и тачкасто означеном утицајном линијом у сл. 7m). Већа од реакција R'<sub>q</sub> и R''<sub>q</sub>, биће меродавна за одредбу броја закивака, којима се попречни носач Еп са главним везује.

Овим смо изложили све што је потребно, за рачунање подужних и попречних носача код железничких и друмских мостова.

Тачност резултата добивених изложеном графичком методом, зависи од размере цртежа и изабрате јединице за цртање утицајних линија. Обоје пак можемо независно једно од другог бирати, а тиме и тачност читања ордината η и у повећати. Тачно рачунање ордината η и у из сразмера непотребно је и било би дангубно онако исто, као што је дангубно и решавање изложених задатака аналитичким путем, који је нарочито код друмских мостова још и непрегледан.

15. Маја 1907. год,  
у Београду.

**М. Турудић.**  
ванр, проф. Универзитета.



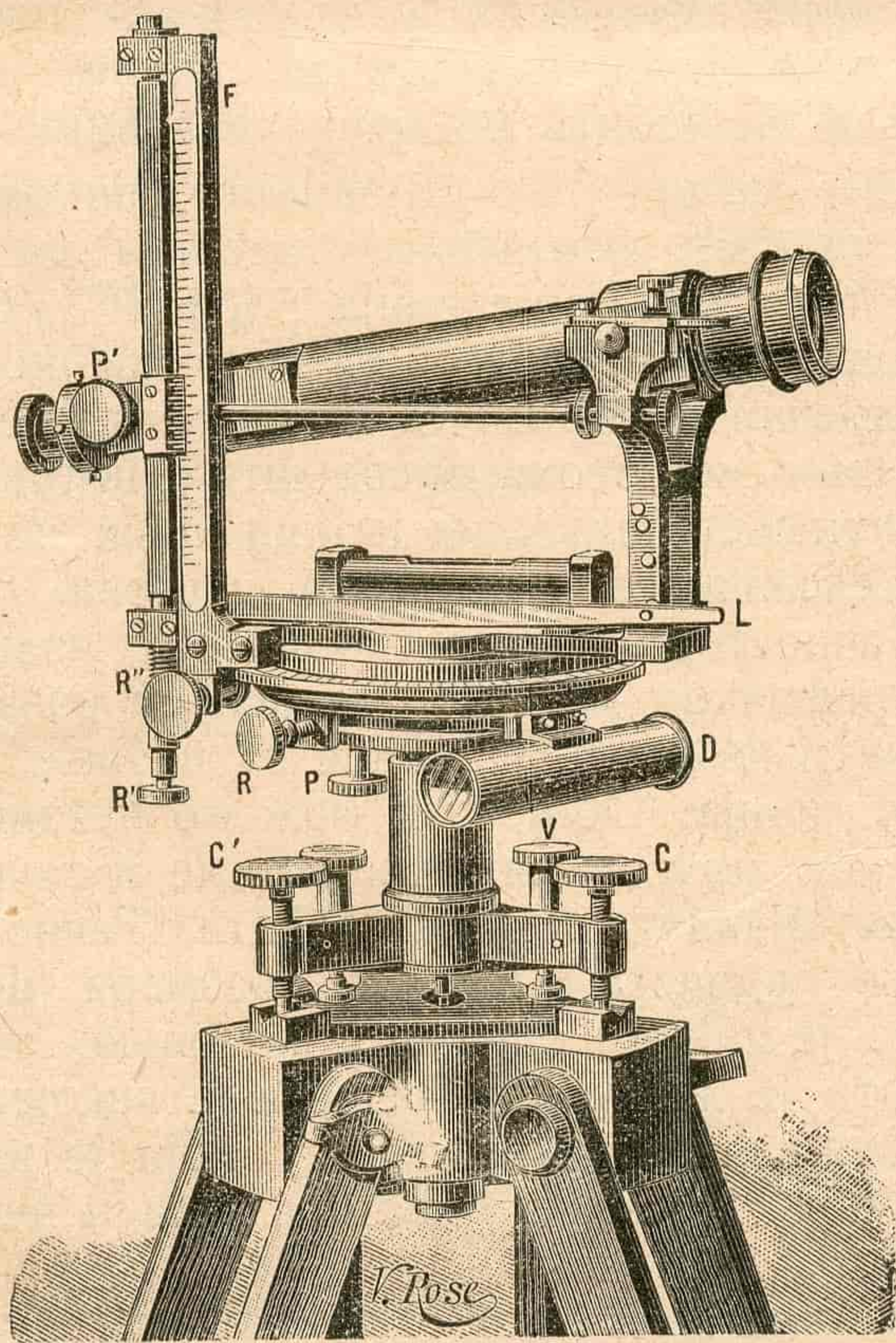
## ТАХИМЕТАР SANGUET-ОВ.

У колико ми је познато, о овоме се тахиметру, код нас мало зна, њиме се досада није радило, нити га има набављена.

Међутим, овај тахиметар, поред своје просте конструкције и лакоће рада, даје и најбрже и најтачније податке, те зато има преимућства над свима досада познатим, код нас употребљеним тахиметрима; нема никаквих срачунавања, нити треба логаритмара ни таблица, јер се њиме на терену добијају како растојања, тако и висине и положаји тачака, у исто време и све проверено.

У Француској дозвољен је рад на катастру само овим, а ни једним другим тахиметром — што је доказ за његову тачност и преимућства. Према овоме не могу да разумем, што досада није уведен у употребу и у Србији, већ се и данас троши грдан новац за набавку разних других тахиметара, и време на добијање резултата.

Овде ћу укратко описати овај тахиметар, навести све шта је нужно за рад с њиме, како од алата, тако и од персонала, и показати како се њиме ради и најпосле, како се добивани резултати из карнета уцртавају.



Сл. 1.

Сангеов тахиметар има статив као и други и сандук у коме се носи. Има :

а.) Дурбин и магнетну иглу, утврђену доле испод алхидаде ;

б.) Алхидаду са лимбусом, са поделом у 400°;

в.) Горе само једну либелу за довођење у хоризонталан положај ;

г.) Рачље за јак дурбин, у чијем су окулару урезана два уреза : 1 хоризонталан и 1 вертикалан (место 3 хоризонтална као што је код других)

д.) Размерник за 4,8 10, 12, 18 и 22 милиметра на метар, за добијање растојања између станичне и визирне тачке, са доњим, средњим и горњим дугметом ;

ђ.) Скалу, вертикално намештену пред стубом са поделом од нуле + и —. Скала је пред окуларом, а рачље на дијаметралној периферији алхидаде.

За рад са Сангеовим тахиметром потребно је :

а. 2 летве за нивелање 4—5 метара, са тачном поделом на сантиметре, 3 краће и 2 дуже значке, 1 висак, чекић, барамина челична, коље, табле, четка и фарба за нумерисање тачака и карнети са рубрикама, како је доле у скици означено.

б. Персонал : 1 инжињер, 1 цртач и 5 фигураната.

Пошто је кољем и таблама нумерисаним обележен један део оперативног полагања и околних карактерних тачака, приступа се снимању. Но пре свега потребно је да се тахиметар ректифицикује, како је то описано у упутству, које се налази уза сваки тахиметар, а врши се лако и брзо.

Над почетном тачком, којој треба да се зна висина, намести се тахиметар и помоћу, либеле доведе се у хоризонталан положај, а када се магнетна игла умири у правцу на север и на 0 степени, затвори се.

Дурбин дигнут доњим дугметом управи се на прву тачку полигона висак за хоризонтални угао, па на летву вертикално држану дотера да визура удара на летви број раван висини тахиметра у станици и онда се стегне (може се визирати и на произвољан број но боље је на висину тахиметра) — па се у карнет уписује редом : број станице, висина тахиметра, визирана тачка, хоризонтални угао, прво читање на летви (горе) и у рубрику 12, позната висина станичне тачке; затим се дурбин дигне средњим дугметом, прочита летва и број пише у рубрику 5 под прво горње читање. Разлика бројева у руб: 5 пише се у руб: 6. Ова разлика помножена са 100, даје растојање (станице и визирне тачке), које се пише у руб: 7. Овом броју додаје се 0.10 м. и онда се добија право растојање које се пише у рубрику 8. У исто време на скали прочита се и нађен број, ако је + пише у руб: 9, ако је — у руб: 9 а.

Ради контроле растајања дигне се дурбин горњим дугметом и прочитан број на летви, пише се у руб: 5 а.



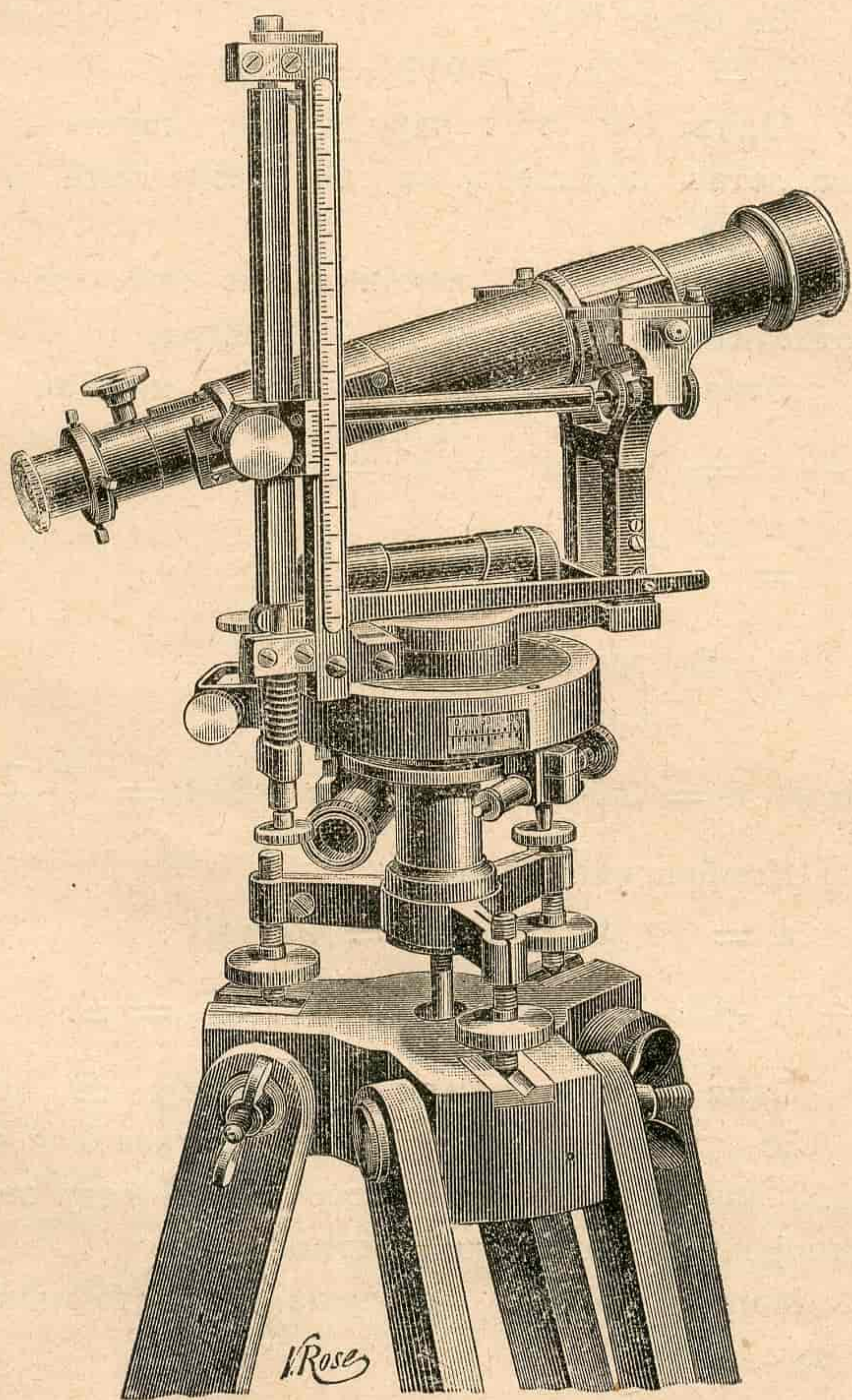
Број у 8, помножен бројем у 9, подељен са 10 пише се у руб. 10 помножен бројем у 9 а. подељен са 10 пише се у руб. 10. а. Разлика између броја у 10 и горњег читања у 5 пише се у 11, а збир читања горњег у 5 и броја у 10 а, пише се у рубрику 11 а.

Број у 11 додат коти у 12 (станичне тачке), број пак у 11а, одузет од коте у 12, дају висинске коте визираних тачака.

Карнет за рад са Сангеовим тахиметром изгледа овако :

Рубрике у карнетима за тахиметар Сангеов.

Број станице	Висина тахиметра	Број визиране тачке	Хоризонтални угао	Читања на летви		Разлика читања	Растојање	Право растојање	Читање на вертикалној скали		Производ позиција :		ЗБИР		Висине	ПРИМЕДБА
				горе	треће				+	-	8×9	8×9 <sub>a</sub>	— прво чи-тање + 10	— прво чи-тање — 10 <sub>a</sub>		
											100	100				
1	2	3	4	5	5-а	6	7	8	9	9-а	10	10-а	11	11-а	12	13
0	m 1.255	1	0 99.50	1.255 2.405	—	1.15	115.—	m 115 10	—	4.60	—	5.30	—	6.55	329.63 323 08	= позната висина од 0
"	"	1. <sub>1</sub>	0 105.70	0.50 0.84	—	0.34	34.10	34.10	14.35	—	4.89	—	4.39	—	334.02	
"	"	1. <sub>2</sub>	0 150.70	0.39 0.73	—	0.34	34.—	34.10	0.00		—	—	—	0.39	329.24	
1		0		и т. д.												



Сл. 2.

На исти начин извршује се снимање свих карактерних тачака са почетне станице и резултати пишу у карнет.

У рубрику 13 пише се: датум снимања, време и друге карактеристике визираних тачака.

Када се све сниме са почетне станице, тахиметар се намешта на прву тачку оперативног полигона и ради даље као што је рађено из почетне станице.

Ако се резултати са 0 на 1 не сложе са резултатима из 1 на 0, треба се вратити на 0 и проверити, па нађену погрешку поправити на чисто, даље у карнету, јер у оваквим случајима у карнетима не сме се ништа радирати, но само прецртати, што је погрешно.

Када се и са ове станице сниме све околне карактерне тачке, тада се иде даље све до краја оперативног полигона.

Ако се снимају попречни профили, треба дата бележити у карнете за њих одељено (а карнети су исти), ради лакшег цртања попречних профила.

Чим поједини карнети буду испуњени шаљу се одсеку за грађење, на даљи рад, а оперативна секција иде или на други оперативни полигон, или на обележавање трасе, ако она буде у одсеку израђена.

У одсеку доста је двојица да из карнета нацртају ситуацију и извуку хоризонтале.

Ну, за уређење појединих листова, на којима ће се у траженој размери учртати ситуација и извући хоризонтале, треба прво нацртати у малој размери оперативни полигон, те одредити величину листова и координата на њима, да на њих стаје све што је снимљено



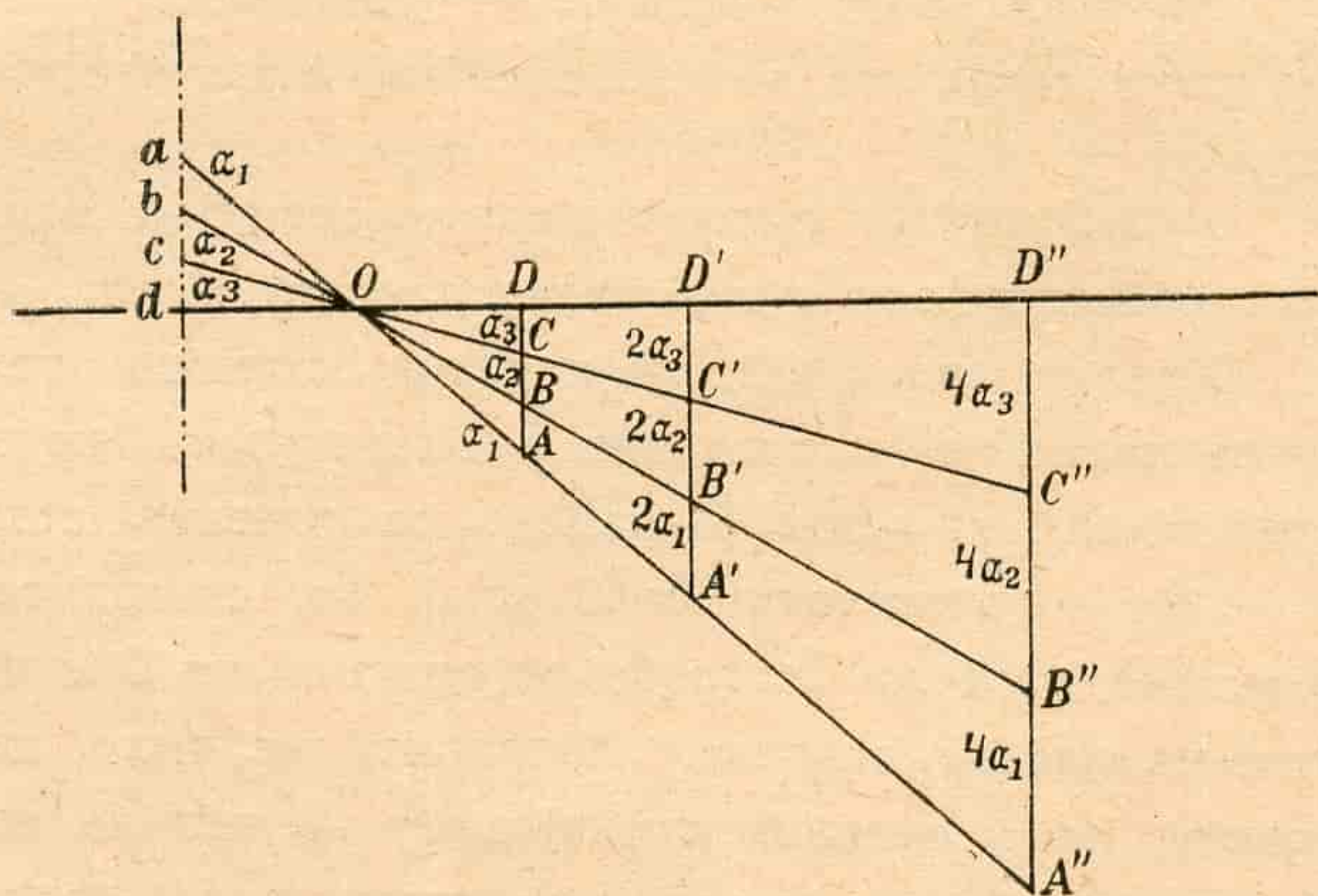
и онда на свима листовима уцртати и дотичне координате.

На тако сређене листове, један диктира из карнета дата из рубрика: 1. 3. 4. други имајући, иглу и транспортер у дотичној размери бележи, па на извученим линијама углова убада диктирана растојања из руб: 10, окружује тачке и пише дотичне нумере и коте из рубрике 12. Чим је ово извршено у појединим листовима определе се и извуку хоризонтале и листови предају одсеку, да на њима изради трасу и да определи радиусе појединих кривина и нужна дата за обележавање трасе.

И обележавање трасе на терену много се брже и јефтиније извршава на исти начин, тахиметром Сангеовим, но свима другим инструментима и алатима, којима се до сада у Србији служило. Тако исто добијају се тачна дата за израду уздужног профила и попречних профила, на основу чега израђује се и све остало да се радови могу дати на лицитацију.

Када би се организовао рад и радило по напред утврђеном програму, овакве 3 до 4 секције у стању би биле да врше све послове: за железнице, друмове, регулисање река, мерење шума, утрина атара, мајдана и т. д. у целој Србији, што би све ишло и много брже и још много јефтиније, јер би се уштедело: у броју секција, њиховог персонала, кирија, и много других потреба, које се набављају сада за тако велики број секција.

Сангеов тахиметар постројен је на овој основи



Сл. 3.

У сл. 3. вертикална линија а b c d представља средњу скалу тахиметра за читања (нагиба) у рубр. 9 и 9а; хоризонтална d O D D' D'' осу дурбина (O је обртна оса дурбина и средина рачље.)

Дурбин у положају: а O A A' A'' даје горње читање на летви у A, A', A''; дурбин дигнут на друго: дугме у положају: b O B B' B'', даје доње читање на летви у B, B', B''; дурбин дигнут на треће дугме у положају: c O C C' C'', да је читање (руб. 5а) на летви у C, C', C''.

Добивени троугли подобни су:

$$O a b \sim O A B \sim O A' B' \sim O A'' B''; \text{ тако исто } \\ O d b \sim O D B \sim O D' B' \sim O D'' B''$$

Ако се узме  $O D = O d$  онда је и  $A B = a b$

„  $O D' = 2 O d$  „  $A' B' = 2 a b$

„  $O D'' = 4 O d$  „  $A'' B'' = 4 a b$

и ако је:  $\frac{a b}{O d} = \frac{A'' B''}{O D''} = r = 0.01$  онда је

хоризонтално растојање  $O D'' = \frac{d O}{a b} \times A'' B'' =$

$$= \frac{A'' B''}{0.01} = A'' B'' \times 100, \text{ а то је разлика читања}$$

на летви помножена са сто.

Хоризонтална растојања дакле независна су од нагиба на скали.

Мали кружићи на рачљи престављају дугмета за однос (размеру) O a:

$r = \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$  за доње и до њега прво горње дугме (кружић).

За однос O b:

$r = \frac{18}{1000}$  између првог и другог дугмета

За однос O c:

$r = \frac{22}{1000}$  између другог и трећег дугмета.

Оператор у случају препрека може се свагда помоћи служећи се овим односима и дурбин дизати горе на дугмета којима не смета ништа у визирању и читању.

За однос a b;

$$r = 0.018 - 0.01 = 0.008$$

За однос a c:

$$r = 0.022 - 0.01 = 0.012$$

За однос b c:

$$r = 0.022 - 0.018 = 0.004$$

Однос 0.01 за r најкорисније служи оператору и на летви подељеној на сантиметре чита на 350 до 400 метра.

Односи 8 и 12 комбиновани могу се корисно употребити за контролу до 250 метра.

Означујући ове односе са b' c' имамо:

$$b' + c' = 0.02; c' - b' = 0.004 = \frac{b'}{2} = \frac{c'}{3} = \\ = \frac{b' + c'}{5}$$

Комбиновани односи

b = 18 и c = 22 дају:

$$b + c = 0.040; c - b = 0.004 = \frac{b + c}{10}$$

Комбиновани односи:

a = 10, b = 18, c = 22 дају:

$$a + b + c = 0.05; \frac{a + b + c}{5} = a$$

Овим комбиновањем исправљају се погрешке За снимања, која ће се уцртавати у размери 1.5000 или и мањој, са односом 0.004 могу се читати растојања до једног километра.

Могуће средње погрешке у растојањима (D) ове су:



$$0.04 + \frac{D}{4.000} \text{ или } 0.02 + \frac{D}{10.000} \text{ а то је}$$

65" / m на 100 метара.

Хоризонтални угли могу се читати до 5 хиљада-  
ладитих степена = 16"

Средња погрешка у висинама је 1/10000.

За једно визирање и читање не треба више од  
15 секунди, а за контролисање пола тога времена.

Трошак је половина трошка и  $\frac{2}{3}$  времена за  
рад са другим тахиметрима.

Сангеов тахиметар добио је на изложбама у Па-  
ризу и Лијежу златне медаље и оцену да је нај-  
практичнији и најсавршенији, јер :

1. Нема редуцирања на хоризонтат.

2. Нису нужни ни логаритмар ни таблице.

3. Тачност му је 8—10 пута већа но у свију  
до сада употребљених тахиметра.

4. Сигурно контролисање читања.

5. Тежина му је  $\frac{1}{3}$  коју имају други тахиметри.

6. Дурбин је прост и много јачи од свију на  
другим тахиметрима.

О Сангеовом тахиметру предаје се у Француској:  
у школи за мостове и друмове, у земљорадничким и  
шумарским школама; и у геодетским школама у Бер-  
лину, Милану, Лисабону, Хановру ит.д.

Ђура Љочић.

привр. инспектор Жељ. Дирекције

## НАШИ ТЕХНИЧКИ РАДОВИ И ПРОЈЕКТИ

### Утврђење Моравиних обала

више железничког моста код Ћуприје

На прелазу главне пруге преко Мораве код Ћу-  
прије релативно је доста уска она зона Моравине до-  
лине, која је од скорашњег наноса њеног, и у којој  
се Морава у нашем добу развија својим окукама.

Кад се иде пругом јасно се познаје око км.  
146,400 нагло падање терена а око км. 147,500 види  
се опет како се једном одсечном обалом уздиже терен  
на стару висину (као на км. 146.400) Дакле је на том  
месту између тих високих обала око 1100 м. Мало  
старији људи из околине причају, да памте кад је  
Морава текла уз ту десну високу обалу (км. 147.500),  
а уз леву (км. 146.400) била је за време грађења пруге  
(види сл. 1)

Пошто је Морава дакле текла уз леву високу  
обалу за време грађења пруге, то је и мост положен  
тако, да је београдски стуб постављен уз ту обалу тј.  
уз леву обалу Моравину, а остали отвори преко Мо-  
раве и старог коритишта ка км. 147.500. Извесно се  
претпостављало, да ће се Морава одбити од леве ви-  
соке обале и кренути се у десно. Што је у осталом  
ускоро и било. Јер готово чим је прорадила пруга ви-  
димо, да Морава напада чак и пругу иза нишког стуба.  
Дакле за кратко време прешла скоро цео мост (320  
м. распона) и матицом напала крајњи стуб — нишки  
стуб — доста дебелим слојем наноса засула скоро три  
отвора, и тим спрудом затворила слободан пролаз за  
ређе велике воде.

Ради што бржег обезбеђења стуба и железнич-  
ког трупа иза стуба извршен је за овај мах набацај  
камена више стуба и јак зид од купе (кегле) узводно  
поред обале за дваестину метара.

Да пак Морава не би даље у свом развијању  
ронила ту десну обалу, нарочито на окуци више моста,  
обишла мост и ударила уз поменути високу обалу (на  
км. 147.500), одмах је, по том раду код моста, подиг-  
нуто десет јаких одбојника (шпорова) том обалом,  
почев од моста на више у растојању око 80 м. један  
од другог. (види сл. 1.)

Ови одбојници сачували су унеколико обалу од  
даљег рођења, али нису могли вратити Мораву улево  
да разнесе поменути спруд испод и више моста. Стога  
су неколико пута пројектовани разни радови на том делу  
Моравином, којима се циљало, да се поред јачег осигу-  
рања те десне обале, разнесе и тај спруд испод и  
више моста, те да остане цео мостовски отвор чист  
за пролаз велике воде. Нарочито се та потреба истакла  
после ванредно велике воде у год. 1896-7. Јер и пошто  
су подигнути, поводом те катастрофе, с обе стране  
(од км. 144.300 до 147.500) великог моста инундаци-  
они мостови, остала је опет потреба, да за правилно  
отицање тако изванредно велике воде мора бити чист  
цео отвор великог моста. А подигнути инундациони  
мостови служиће само као испусти на дотичним удо-  
љницама инундационог терена.

Такав један пројекат рада за регулацију Морави-  
ну (око 3 км.) више великог моста утврђен је коми-  
сиски 1902 године, по коме је требало извршити у-  
главном ове радове :

1.) Експроприсати спруд непосредно више а де-  
лимице и ниже моста, према старој обали Моравиној.  
Сав врбак на том делу исећи.

2.) Извршити паралелно утврђење десне обале



спрам врха спруда, између одбојника IV и VI до висине мале воде.

Испред одбојника (шпорова) и то од VI до X извршити низак насип од камена до нивоа мале воде с нагибом  $1:1\frac{1}{2}$ , спреда  $1:1$  позади. Одбојнике поправити и продужити до тог насипа.

3.) Лево обалу Моравину између X Y (сл. 1.) утврдити помоћу јасала са једним редом коља и ретким поплетом до висине мале воде.

4.) Десну обалу Моравину између R. S. на исти начин утврдити јаслима а обалу изнад овог места скресати и ублажити по  $1:3$

Поводом овога програма рада извршени су сви радови наведени под 1) и 2), с тим што је насип испред шпорова продужен низводно до испред шпора XIV мешовитим грађевинама — кољем и каменом и тај шпор продужен скоро до тог насипа.

Мало је продужен и први шпор до моста (XVII) Шпорови пак VI, VIII и X скинути су до висине мале воде, јер су својом висином изазивали врло неправилно кретање велике воде. За радове под 3) и 4) није достигло у овај мах ни времена ни материјала.

Утицај ових извршених грађевина на Моравине обале и њен ток био је од прилике овај:

1) Извршено паралелно утврђење десне обале спрам врха спруда између шпорова IV и VI повољно се показало, јер је тим трпанцем тај део обале потпуно утврђен, наносом трпанца засут; а то напредовање десне обале извесно је проузроковало напад на врх спруда на супротној обали на спрам тог дела обале.

2.) Насип испред одбојника (шпорова) а особито продужени одбојници (шпорови) XIV и XVII одбили су извесну количину воде од десне обале ка левој, те је та количина воде пролазила кроз претпоследњи отвор великог моста, али је главна маса воде и матица остала поред десне обале, поред нишког стуба (кроз последњи отвор).

3.) Лева обала у другој окуци више моста (X Y) јаче је од тад нападана.

4.) На врху спруда с доње стране (код B) таложен је нанос и у вертикалном и у хоризонталном смислу. Дакле, пошто је с горње стране врх спруда (код A) нападан а с доње стране таложен нанос, то је врх спруда само помицат низводно.

5) Као што је врх спруда помакнут низводно, тако је и напад на десну обалу помакнут низводно, према врху спруда. С тога је сад јако нападнута десна обала између одбојника (шпорова) VIII и X и X и XII.

Утицај пак воде на извршене грађевине био је тај, што је вода порушила готово сав паралелни насип испред одбојника (шпорова). Издубила корито око насипа, те је он пропао у те дубине),

Због поменутог нападања на десну обалу а и због спруда, који још затвара више од половине моста опет је прошле године комисијски утврђено, да се на истом месту изврше у главном ови радови:

1.) Да се на спруду више и ниже моста који је опет обрастао врбаком, исече сав врбак и тај материјал употреби за грађевине при обезбеђењу.

2.) Рађени паралелни насип испред одбојника поправити и извршити у већој размери и јачим шиповима. — По линији а б (сл. 1) почев од моста па до улаза у другу окуку више моста, на дужини око 850 м. побити ред шипова у размацама од 2—2.50 м. са висином до 1 м. изнад мале воде. С предње стране уз шипове утврдити лесе од мотака и грана.

3) То паралелно осигурање везати траверзама са обалом на исти начин тј. редом побијених шипова и коља у што могуће мањем остојању (од 0.30 м. па на више — могу се побити шипови јачи на 2—2.50 м. а између њих слабије коље на 0.30 м. одстојања). Између шипова и коља извршити поплет или онакве лесе као и под 2).

4.) Утврдити ове године постојећу високу обалу на излоканој окуци више моста бар на дужини од 350 м. са калдрмом од 0.50 м. дебљине под нагибом  $1:1\frac{1}{2}$ , са ножицом од трпанца до висине мале воде.

5.) По могућности и према увиђавности надзорног органа извршити прокоп преко врха спруда, који би знатно помогао води, да разнесе спруд.

6.) Пошто се ови радови доврше и оцени њихово дејство увидеће се, да ли ће и у колико бити потребно предузимати слична обезбеђења леве обале на идућој окуци, на дужини око 2 км. од моста на више.

Као што се види овим програмом предложене су сада у главном грађевине дрвене конструкције, сличне грађевинама тако званог Волфовог система.

Летос се стигло, да се изврше с малом изменом грађевине наведене под 1, 2, 3 и 4 овог програма Прокоп преко спруда није вршен, јер није стигла процена приватног земљишта на њему а по тачци 6 тек би се имало радити идућег лета.

Рад је отпочет регулационом линијом а б (сл. 1) Шипови побијани том линијом почев сд тачке а до тачке б у размацама 2—2.50 м. Код а побијен шип са висином од 1 м. изнад терена а код б са висином од 1 м. изнад нивоа мале воде; између њих побијани шипови у висини линије која спаја горње ивице та два шипа (у паду око  $20\%$ ). Од тачке б до тачке в побијани су шипови у висини 1 м. над малом водом. Дебљина шипова 15—25 см., дужина 5—8 м; средња дубина побијања 3.00 м., дубина воде, куда су шипови побијани 0.50—3.50 м.

С предње стране о шипове вешане су и прикиване: лесе, мотке, гране и граната стабла (према дубини воде). На дубинама до 2 м. а ван матице, згодно су вешане о шипове ретке лесе (сл. 2). Рађене овако: побију се 4 права коца у земљу (дужи но растојања између шипова) за 20 до 30 см. један од другог, по плету се јако по дну; четири до пет поплета са 2—3



прута израде се по средини (20—30 см. један од другог) за тим се при врху поплету опет јаче (тако остане чврста леса, кад се коље извади из земље).

Пруће и грање при поплету не морају се кресати. Врхови грана и прутова окрећу се на једну страну и оставе се да стрче колико су дуги. Та страна окретања је у воду, а на другој је страни крајњи колац дужи, чији се крајеви прикују или боље вежу жицом за два суседна шипа и тако кроз обешене лесе између шипова вода пролази без велике сметње, само са убијеном снагом.

На већим дубинама особито где би могло настати загушивање оваких леса (гранама, сламом, кукурузовином, сеном и др.) прикиване су с предње стране за шипове по 2 мотке (летве) а о шипове и те мотке везивана стабла средње величине (сл. 3).

Или су сама подужа стабла вешана косо на ниже о шипове (што је простије, најбоље се одржава, а скоро има исто дејство као и прва два случаја).

Упоредо са израдом регулационе линије прављене су и траверзе (везивана регулациона линија са обалом) и то почев од траверзе I низводно (сл. 1).

Због тога што се у главном овде имало само да између траверзе између већ постојећих траверза — одбојника (шпорова) — које су били раздалеко за извођење регулације по овоме плану, то је и правац њихов био у неколико утврђен. У почетку је положај траверза (I II III и IV до шпора V) узводан а одатле на ниже су већином управне на ток речни као и постојећи одбојници.

Траверзе I II III и IV рађене су као обични јачи плотови са повијама тј. сваки се ред плота ради као поплет.

Траверзе V (продужење шпора) VII IX XI и XIII рађене су као регулациона линија. Траверза XIV је продужен одбојник XVII каменом у висини мале воде. Траверзе су рађене код регулационе линије у висини исте а обали идући горњом ивицом у успону (20 — 40%)

Ради утврђења високе обале на излоканој окуци за сада је извршен само јак трпанац поред обале на нападнутим местима (између одбојника VIII и X и XI и XII)

*Ушницај ових грађвина ка корито и обале Моравине. За време мале воде опажа се одмах ломљење воде у регулационој линији (испред линије јаче струји вода а иза линије тихо се креће). У правцу линије настаје дубљење корита а иза линије и испод траверза таложење наноса.*

*За време велике воде.* 1) Као и за време мале воде дубљење је корита још у већој мери дуж регулационе линије и таложење иза линије а између траверза (нарочито у горњем делу, између траверза I, II и III, које су већ засуте) као и уз десну обалу дуж целе линије.

2) Лева обала у горњој окуци (између XU) више је одношена. Исто тако нападат је на горњој страни и врх спруда али на доњој таложен нанос (Дакле кретање врха спруда низводно као и пре).

3) После довршења и последње траверзе тј. про-

дужења одбојника XVII, код моста, пребачена је већа количина воде на том месту па и матица уз леву обалу. Отуд дубљење корита том левом обалом око моста и одношење само те обале.

*Ушницај воде на грађевине* био је у томе, што је, као што је напоменуто, како мала тако и велика вода дубила корито у правцу регулационе линије. Тако су шипови бивали лабинији, те су велике воде, на неким местима (нарочито на савијутку окуке) извалиле шипове у регулационој линији.

Ну поред свега тога ове провизорне грађевине уз малу помоћ сталнијих грађевина, готово су потпуно извршиле свој задатак (као што је напоменуто: сачувале десну обалу од даљег роњења и одбациле матицу од нишког стуба ка левој обали, и нападнута та обала).

Из овога се види, да би се оваке грађевине дрвене конструкције успешно могле употребити при регулацији Мораве. Ово је можда до сада први мало већи покушај у нас, у опште са овим грађевинама, из кога се не могу све добре и рђаве стране таквих грађевина одмах ни увидети. Али, кад се, узме да је овај покушај имао успеха на овако неподносном месту, онда би извесно ове грађевине, извршене у већој размери и где би се могао бољи распоред употребити, потпуно успеле.

Ово је место неподесно за грађевине ове врсте и због тога што је Морава на овом месту неправилно развијена и што вештачке грађевине (шпорови и друга постројења) изазивају врло неправилно кретање велике воде.

Али према каквоћи и количини наноса у Морави у опште (главна маса наноса муљ'тиња, — ситан песак са земљом — испод тога „моравски шљунак“ — средња величина највећег комаћа 15×6×5 см.), према количини воде (на овом месту за време овог последњег рада најмања количина 37 м.<sup>3</sup> највећа 1200 м.<sup>3</sup>) према брзини (најмања средња брзина била 0,35 м. а највећа око 2.30 м.), према паду и другим особинама Моравиним, а судећи и по овим окушају, извесно би се, као што сам напоменуо, могла Морава успешно регулисати или бар на неким местима задржати, да нагло не мења корито и не односи плодно земљиште а то би била велика добит према малим ценама оваких грађевина.

На овом месту за овај мах утрошено је за саме грађевине дрвене конструкције око 9600 дин. на дужину око 800 м. (на 1 км. било би око 12000 дин.). Ако би оваквим грађевинама сачували од роњења само по 50 м. ширине земљишта дуж обала или по 100 м. дуж једне обале већ би се рентирало употребити их, рачунајући цену земљишту поред Мораве од 1200 дин. од ха.

Или ако би употребили при регулацији комбинацију ових грађевина са сталнијим, као што је овде рађено, што би стало око 24000 дин. на км. тад би требало да сачувамо од роњења поред једне обале појас од 200 м. или поред обе појас широк по 100 м. па да се рентира регулација, без других користи, које долазе регулационом реке, а толико би се, држим код Мораве, бар од Сгалаћа до ушћа, могло лако постићи.



## Батал—џамија и дом за Народно Преставништво у Београду.

У току последњих двадесет и пет година периодично се покрене питање о грађењу нашег парламента Рад око тога почињали су увек онде, где не треба почети, почињали су из средине, па зато ваљда и није никако приведено крају. Решено је и постоји закон о томе да је за дом Народног Преставништа резервисано место звано „Батал—џамија“ или како се сад назива „Марков трг.“ Тако је решено, јер је по свој прилици неком било довољно да види грдну просторију од неколико хектара земљишта и да помисли: „ха! ево згодна места за велику грађевину.“ Нико, изгледа, није водио рачуна о томе, како ће се грађевина поставити нити о томе какво ће с које стране бити залеће (Hintergrund). Овим питањима код нас још и данас не придају велику важност, па су зато цртани планови као што се цртају типови за железничке постаје и омање станичне зграде, тако да би се могле с подједнаким успехом подићи не само на Батал—џамији већ и на свакој другој пољани.

Код нас, више но игде, извођене су само директне километарске саобраћајне везе са градским улицама и том искључивом мотиву, брзовозног пролазног саобраћаја, самоциљно подчињавани су свеколики многоструки обзири и захтеви, везани за потребе, удобност, хигијену, лепоту, за природан развој градова. Овим усамљеним мотивом, створена је скупа безоблична монотонија, која са незнатним изузетцима, чак и не служи, нити икада може служити великом саобраћају, ради кога је искључиво и постала. Дакле овим улицама створено је нешто, што ничему не користи и то створено силом са раскошним средствима. Штета штету рађа, тако и овде: улудо бачена средства на улични пустош, од судбоносних је штетних последица; једна од тих убиствених последица бар је београђанима одвећ добро позната, јер њих све улице махом не носе никакав саобраћај, али тим више проносе облаке прашине свуда, до најсклонитијег места.

*Улице су у опште зло*, када по београдском начину, сем њих готово и нема никаквих других врста јавних постројења, а саме оне удешене су искључиво за пролазни, брзовозни, електрични, аутомобилски саобраћај; када су по београдском начину улице створене само себе ради, па се по томе, скупим дечијим играчкама, т.з. скверифима, хоће да ублажи њихово зло дјество.

Градови се не регулишу улицама, већ блоковима и то са обзиром на грађевине или друга постројења која долазе у те блокове. Грађевине, пијаци, паркови и свеколика друга постројења у *блоковима*, то су главне основне чињенице градског уређења, док су улице само помоћна средства за спајање и ограничавање тих елемената. Мобилни, променљиви захтеви

саобраћаја, тим мање ће реметити суштину горњег правила, у колико су обилнија и моћнија техничка средства.

Никаквог правила, никаквог обзира и основа није било при уређивању наших градова, али је тим јаче одскочио бирократски поступак код овог посла и само су стално повећаване нумере деловног протокола.

На првом месту издат је био закон по коме су све вароши и варошице у Србији морале да израде план регулације, по ком ће се подизати нове грађевине и рушити старе. Да би се дошло до регулационог плана требало је претходно израдити премер и план постојеће вароши. Кад је дотични инжењер или геометар извршио тај претходни посао, онда га је општина ангажовала да изради и распоред нових улица. При овом другом послу радило се махом без обзира на груписање грађевина, без обзира на теренске прилике а под притиском личних интереса појединих одборника и кметова. Зато су ти назови регулациони планови немилице ишарани плавим и црвеним пругама које треба да престављају будуће нове фронтове кућа. Збрку тих линија повећало је обично и Министарство Грађевина својим поправкама. Зато и није чудо што готово ни једна наша варош и варошица немају онај пријатан тип и ону индивидуалну лепоту, који нам пружају старе немачке, француске и талијанске вароши, но носе на себи тип круте шаблоне и досадне једноликости.

Тако је то ишло код нас. Законом о местима хтело се час пре нашим градовима натући модерна униформа, уништавајући безобзирно све постојеће. У том нашем мало свесном јуришању за модерном културом, ми слабо видимо, сразмерно врло мало мислимо, па с тога и испада махом све штуро и неспретно. Како странцима изгледају свеколика ова наша културна накалемљивања, чули смо ту скоро од Гурлита (види дот. превод у „Дневном листу“), који је описао утиске са свог бављења у престонци братске нам Бугарске. Он назива целокупност уређења града Ссфије „Puppenstuben Architektur-ом“, наспрам које би, на прешироким улицама добро стајале баштованџинице засађене кромпиром.

Као у Софији ништа боље, ни код нас није. Ни за Београд, нити ма за који други град у Србији није још израђен ма какав план на основу стручних начела, већ су на место тога плетене некакве уличне мреже, а њихове машинске испуњаване, све једно било зградама за станове, дућане, радионице, фабрике, касарне, или кубастим зградама за цркве, начелства и друге јавне потребе, све по типу „Puppenstuben — Architektur-е.“

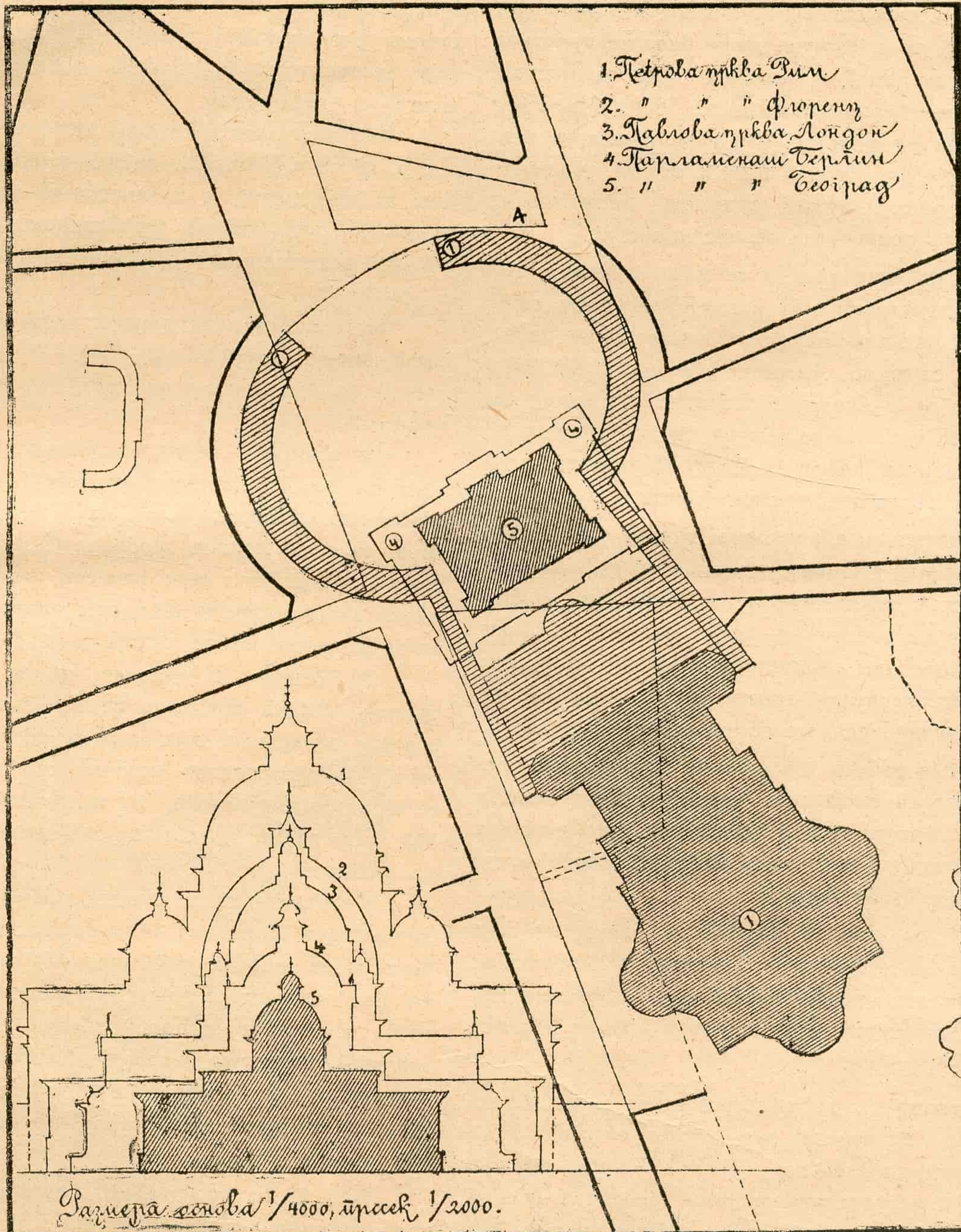


Како је то и досада ишло код нас, ништа боље није урађено ни за ову ванреду прилику. Дом Народног Преставништва хоће просто да се утисне у једну од очајно празних машна врећ готове још празније уличне мреже.

Учињена је већ груба и неопростива погрешка, ударен је камен темељац за наш парламенат, а још се и не зна како ће та скупа грађевина хармонисати са својом околином,

Место на ком је ударан камен темељац за наш парламенат, као што рекосмо, представља сразмерно

велику пољану од неколико хектара површине. Ова је пољана у непосредној вези с дворском баштом и са старим гробљем. И башта и гробље ограђени су високим зидовима. Посредно ова пољана стоји у вези и с тркалиштем, јер ту везу чини улица Краља Александра која је 38 метара широка и којој су фронтони кућа ниски и неугледни. Све то укупно чини такву просторију, на којој би поред простора једне од највећих грађевина преостало још толико пуста места, да би ово било довољно да уништи углед и највећој монументалној згради.



Сл. 1.

На тој огромној просторији, као што се види из овог нацрта могла би се постројити грађевина колика је Петрова црква у Риму, заједно с њеним атријумим огром-

них размера. Па и тако огромна грађевина, имала би у залеђу Ташмајдан и Тркалиште у чијем би пространству исчезле и утонуле грађевине и далеко већих димензија но што је Петрова црква у Риму. Јасно је



дакле, да је наш Марков Трг са својом околином таква просторија, на којој није могућно постићи ефекат ни сједном јавном монументалном грађевином далеко већих размера но што је наш парламенат а да се не предвиди и не пројектује унапред и архитектонско развиће и саме околине.

Кад се, даље, има на уму, да су све ове велике пољане махом својина државна, општинска или црквена да је иначе избор места за јавне грађевине скоро немогућ у ситно испарцелисаним насељеним деловима наше престонице, онда је јасно, да би била неопростива грешка, када би се дом Дом Народног Представништва, као што се то намерава, подигао на сред Марковог Трга, без обзира на околину, без обзира на друге јавне грађевине које би могле у вези с домом ублажити или сасвим отклонити ружно суседство произвољних приватних зграда подигнутих за спекулацију.

У намери да спасемо шта се може спасти, у следећем износимо једну студију о ситуирању дома за Н. Преставништво на Батал цауији, као и званичну радњу изазвану том студијом. Читаоци ће из свега овог видети, колико су очајне и безизлазне прилике код нас за поуздано и зрело решавање оваких питања.

По ситуационом плану на Листу 8. утврђен је положај Дома за Народно Преставништво.

Тај је положај изабран тако што се желело да се дом може догледати у колико је више могућно и с Теразија т. ј. да се с ма ког места на Теразијама добије бар једна лепа перспективна слика. Таква је слика у опште могућна само с простора  $b f g h$ , али тако добивена слика апсолутно не може бити *лепа, пластична*. Да наведемо разлоге за наше тврђење.

1). Да би с добила *пластична* слика дома, неминовно је потребно, да се с Теразија могу догледати поред предње фасаде још и фасада  $ik$  као и друга четврт кубета  $mn$ . Али то није могућно постићи ни с које тачке на Теразијама

2). Идући од зрака  $ff'$  па све до зрака  $bb'$  (на путу од неких 20 метара дуж Теразија) тек се поступно развија изглед предње фасаде  $lk$ . У најбољем случају може се догледати једва трећина предње фасаде с једног јединог места.

3). С положаја  $x$  добила би се слика најзамашнијег дела дома, поглавито зато што би се с тог места у слици показао највећи део кубета а не би се при том испречила перспектива блиских приватних кућа на фронту  $hg$ . С те најзгодније тачке добили би смо ову слику: све што је над *шрафираним* делом основе окренуто ка тачки  $X$ , све би се то оцртало на даљини од 400 метара; у непосредној близини код  $h$  на 60 метара даљине виделе би се ониске приватне куће а с друге стране дома на даљини од 250 метара догледале би се кућице на Панћеловом имању дуж целог фронта  $3, 8$ . Каква би била слика оне трећине фасаде дома, уоквирене *знашно ближим* приватним грађевинама, — о томе не треба ни говорити.

4). Какав може најзад бити изглед дома с Теразија, с тог места најживљег саобраћаја где се стичу четири трамвајске пруге, то је само по себи јасно.

Једино имају две тачке  $U$  и  $U'$  с којих би се дом појавио посматрачу у пластичној и неспреченој перспективи. Али би се и та слика могла издвојити само на фотографији Међу тим у природи *околина* дома квари цео утисак. Неко ће поверовати, „да ће се околина временом прилагодити дому.“ Али ево већ самим ситуирањем дома хоће се, да се у непосредној близини утврди регулациона линија на Панћелином имању тако неспретно да ће то бити очиглеено од огромне штете по углед дома.

Као што смо доказали, није могуће остварити жељу, да се с Теразија добије лепа слика дома. А баш та жеља дала је и непосредно повода, да се десим примакне што ближе Панћелином имању, и да се повуче испреламана регулациона линија правцима 5—6—7—8

Није могућно ни с једног гледишта правдати ово ситничарење у преломима 5—6—7—8, но баш услед тога и падају одмах у очи махне оваквог начина регулација.

Не обзирући се на неспретност ових регулационих линија, која стоји у жалосном контрасту према слободним потезима једне јавне монументалне грађевине, са свију страна слободне (т.зв. положај великог стила) — ми ћемо овде навести само две од многих махна оваквог регулација, две главне, које би штетно утицале на целокупно постројење.

1). Познато је правило, да се јавне грађевине, са свију страна слободне, разним средствима као скверовима, парковима, аркадама, оградама ит.д., изолишу одвоје од непосредног уличног саобраћаја. У колико се тим средствима успе, да се колски, улични саобраћај што већма удаљи од грађевине, у толико боље по грађевину.

Међутим у овом нашем случају ствара се нова саобраћајна улица од 14 метара ширине (Влајковићева улица широка је 10 метара) како би се саобраћај баш навлаш упутио на ту страну дома, где га данас нема. Нису довољни облаци прашине из улица краља Александра, Милошеве, Косовске, Влајковићеве, Гундулићеве и Таковске, већ треба још једна нова улица, још један нов извор прашине и за то треба општина да откупи скупо приватно имање!

Кад би се по несрећи и задржао пројектовани положај дома овакав какав је, много би боље било да се граница Панћеловог имања остави недирнута и да се степенички крак I измести у положај II. Тада би између поменутог имања и дома остао пролаз само за пешачки саобраћај, и зграде подигнуте на Панћеловом имању мање би падале у очи.

2). Док с једне стране у ситуацији дома има много неодређености и недоследности, дотле с друге стране регулационе линије Панћеловог имања веома опредељено условљавају тип грађевина.



Да ли би се за линију 5—6 с полукругом а још више за туп угао код 7 могло оставити да се озида по слободној вољи сопственика? Да ли би се смело оставити да гради како му је воља? Да ли би се смело допустити, да сопственик у оном полукругу подигне ма какву примитивну грађевину за спекулацију? Може ли се сопственику забранити да од *шачке 6 па преко рогла 7 до шачке 8* не пружи **једну безначајну** зграду 100 метара дугачку?

Кад нисмо срећни да с домом за Народно Преставништво добијемо угледну јавну грађевину у **средишту старог града који је иако сиромашан с угледним грађевинама** и с лепим градским сликама, онда је потребно да бар ту, на већ утврђеном месту за дом, згодном ситуацијом и избегавајући сваку произвољност, унапред предвидимо уметнички лепу и правилну регулацију.

Заред тога смо на приложеном Листу 9 саставили скицу за ситуацију дома на Батал-џамији. При томе смо водили рачун о свима погодбама које смо изложили били као услов за правилно и савремено решење.

1). Надлежни министри већ су одобрили измену регулације дунавског краја (Дорћола); у начелу одобрена је и нова регулација по извесном плану. По њему се предвиђа т.зв. „Гундулићев Венац“ који би се пружао у лужину преко  $2\frac{1}{2}$  километра, од доњег Калимегдана па све до Батал џамије. Овај ће венац у будућности бити саобраћајна артерија прве категорије поред садашњих стрмих и ћошкасто испресецаних и неподесних веза између горње и доње вароши. Саобраћај овакве улице (венца) не сме се ломити око зидина јавне грађевине овако важног значаја. Ако ништа друго а оно је ово важан разлог да се напусти за сад предвиђен положај зграде за Народно Преставништво и да се зграда помери.

2). С Гундулићевим венцем сустићиће се на Батал џамији још једна преширока саобраћајна веза: Краљ Александрова улица.

Места где се укрштају улице пролазног саобраћаја са знатним ширинама, ни у ком случају нису подесна за построј великих монументалних грађевина.

Форум, агора пред јавним грађевинама није за коње, теретна кола, за прогон стоке и трамваје већ је само за људе. На форуму мора бити обезбђено слободно кретање пешака, како би сасвим спокојно могли посматрати околне монументалне грађевине, које пролазници на колима и трамвајима немају времена ни да летимице прегледају.

3). Најважнија особина места, на ком би се имао подићи дом за Народно Преставништво је та, што се на велику ширину улица које воде к дому (најшира у правцу кошаве) надовезује још огромнија пољана црквеног земљишта (Ташмајдана) у вези са старим гробљем и најзад с Тркалиштем и ванрејонским пољем. Кад би се на сред какве пољане, на ко-

јој нема још нигде ништа озидао, нити има икаквих „утврђених“ регулационих и нивелационих линија подигла каква јавна грађевина, онда не би било потребно да се унапред предвиђа како ће се временом прилагодити њена околина. Али би и тад поједини природни објекти упливисали на диспозицију грађевине. Међутим на пољани као што је Марков трг и његовој околини са неспретним регулационим линијама и бедним кућерцима, вигњевима тарабама ит.д. апсолутно нема смисла подизати јавну монументалну грађевину без обзира на то како да се регулише цео крај. Лакоумно би било и помислити, да регулација утврђена на празној пољани без обзира на јавну грађевину која се мисли накнадно подићи, може остати без знатних измена. Тиме што се грађевина поставља у један крајичак велике пољане, што се бојажљиво скресују и докресују границе приватних имања само да би се исправила неправилност облика у том крајичку, показује се како су при том владали ограничени погледи, који стоје у непосредној супротности с условима за зидање ове грађевине т.ј. да буде са свију страна слободна. Тај услов је истина на штету наших скромних финансијских прилика, али када већ то наша грандоманија захтева, тај положај т.зв. „великог стила“, — тада је и одвећ комично, да таква једна монументална грађевина, дође у непосредном суседству приватних зграда. Ово нарочито не сме бити у нашем случају, кад нам стоји на расположењу огромна просторија црквеног и општинског земљишта. Овакав велики простор неминовно налаже, да се на њему групише неколико јавних монументалних грађевина, које ће с домом у вези дати доиста уметничку и лепу варошку слику. Дом Народног Преставништва као најодличнија световна грађевина посматрана ма с које стране мора у тој групи доминирати. Сlike с разних погледа не смеју ни у ком случају бити уоквирене или испресецане силуетама и фронтovima ружних приватних зграда.

4). Све досад наведене особине Марковог трга дају повода, да се противно досадашњој пракси, по којој се регулационе линије повлаче произвољно и противно оном очајничком, непоузданом тражењу места за јавне грађевине као и њиховом ситуирању, — да се, велимо, све те наше неприлике отклоне и да се бар на једном крају Београда створи слика по унапред састављеном и поуздано смишљеном плану.

Произвољна регулација Гундулићевог Венца и Краљ Александрове улице мораће се, као што је већ напоменуто под 1 и 3 знатно изменити у вези са ситуирањем дома; тако, да саобраћај тих улица што мање смета угледу и мирноћи дома. Свакојако тај саобраћај не сме ударати право на дом нити сме пресецати форум дома, нити му се много примаћи,

У суседству дома за народно преставништво не треба оставити привремене и приватне грађевине. Овај важан захтев даје се доста добро задовољити



особином Марковог трга изложеном под 3. Пространство старог гробља, Ташмајдана и Тркалишта врло ће се неосетно окрњити груписањем јавних грађевина око дома Биће још и сувише места за паркове, изложбене циљеве и т.д. Ова просторија даје могућности, да се подмири једна наша периодична невоља, која се јавља сваком приликом, када има да се изврши избор места за какву јавну грађевину.

С обзиром на до сад изношене мисли, ми смо на Листу 9. израдили скицу за ситуацију дома за Народно Преставништво (I) и око њега груписали још и ове јавне грађевине :

- II. Централну поште, телеграфа и телефона.
- III. Дом за престолонаследника. у дворској башти
- IV. Министарство Грађевина, поште и саобраћаја
- V. Храм Светог Саве.
- VI. Митрополију.
- VII. Богословију.
- VIII. Министарство спољних и унутр. дела.

Од грађевина VI и VII пружао би се парк у правцу ка југоистоку.

Ова је студија рађена у грађевинском одељку општине Београдске и суд је актом својим спровео господину Министру Грађевина. На преставку суда Министарство је изволело одговорита овим актом :

#### МИНИСТАРСТВО ГРАЂЕВИНА

Бр. 319

2. марта 1905 год.  
у Београду.

„Суду општине града Београда“.

„Актом својим од 22 августа 1904 године доставио је тај суд моме претходнику решење свог одбора да на регулацију трга Светог Марка у Београду одобрену 19 Јануара 1905 год, пристаје само под условом, да држава сноси трошкове око извршења експропријације, у противном жалиће се општина Државном Савету, јер вели не може ни једну пару потрошити на извршење те одобрене експропријације.

Доцније, актом од 12. Јануара 1905. године ГБр. 86. шаље ми тај суд пројекат свога архитекте о уређењу трга и распореду будућих јавних грађевина, да и тај пројекат узмем у обзир при решавању питања о регулацији трга Светог Марка.

О том послатом пројекту није дао своје мишљење ни суд, ни одбор, ни општинска комисија за ревизију регулације града Београда, па чак ни грађевински одбор.

Као главни разлог за измену одобрене регулације општина наводи скупоћу њеног извршења, међутим извођење регулације по пројекту општинског архитекте стало би много више новчаних жртава но по већ одобреном пројекту. Општински суд не каже ко би сносио трошкове око извршења предложене регулације : да ли општина сама или мисли да тај трошак наметне држави.

Поред овога ваљало би проучити питање, да ли катедралу, а нарочито Богословију и Митрополију тре-

ба озидати у близини јавних грађевина као што су : Народна Скупштина, Министарства, Пошта Телеграф и телефон, као и то, да ли је саветно груписати већи број јавних грађевина на једном месту и ако оне нису у тесној вези по службеним пословима, или је пробитачније, да се те јавне грађевине подигну расуте, те да се око појединих зграда могу груписати више приватних великих грађевина.

Са напред наведених раслога враћам суду послати ми пројекат општинског архитекте са свима прилозима, с препоруком, да ако суд налази, да већ одобрену регулацију овога трга треба изменити у смислу учињеног предлога, да грађевинско одељење, комисија за ревизију града Београда, суд и одбор општински озбиљно проучи ово питање па ми по том поднесе прецизан и дефинитиван предлог у вези с начином финансирања оваке регулације и с образложеним мишљењем на оцену и решење.“

Поводом ове званичне критике, дала је накнадно своје мишљење „комисија за ревизију регулације града Београда“ и то на свом састанку од 30. V. 1905. г. у овој форми :

„Изнет је предмет о регулацији Трга Светог Марка и прочитан претпис Минист. Грађевина који се на сво односи, пошто је размотрен предлог општ. архитекте г. Лега, одбор је решио :

„да се са истим не слаже и да по овом предмету нема ништа даље за сад да ради, кад је решено подизање нове скупштинске зграде на томе месту.“

Ми се нећемо задржати на овом кратком акту одбора општинског који на овај начин даје своје мишљење о предлогу једне врло важне регулације. Доста је да су људи решили да се с предлогом не слажу пошто је већ решено да се на том месту подигне скупштинска зграда. Кратко и јасно. И разлог врло јак.

Али ћемо се задржати на акту Министарства Грађевина не тога ради што је Министарство и за питања уметничке природе употребило бирократски стил и упутило општински суд, да о предлогу да своје мишљење и одбор и суд и комисија за ревизију регулације града Београда и само што није још дошло и лекарско удружење и одбор београдских бабица. На то се све нећемо обазрети но ћемо овај акт схватити као неку врсту критике на предлог јер су наведени неки разлози који могу важити као такви. У акту се тврди :

1) Да би „извођење регулације“ по пројекту општ. архитекте (л. 9.) стало много више новчаних средстава него по већ одобреном пројекту (лист 8.)

2). Да општина намеће држави трошкове.

3). Пита се и у пола тврди, да не треба груписати већи број јавних грађевина на једном месту, ако оне нису у тесној вези по службеним односима.

4) Изгледа по овом акту, да је „пробитачније“ да се те јавне грађевине подигну расуте, те да се око појединих зграда могу груписати више приватних великих грађевина.



На тачку 1 и 2 ове званичне критике врло је лак одговор, али по последицама, на жалост, врло је судбоносан како за престоничке интересе тако и за државне.

Пре свега сушта је неистина да би „извођење регулације“ по новом предложеном плану на листу 9. „стало много више новчаних жртава.“ Јер за зидање дома Народног Преставништва стоји по томе плану цело земљиште слободно и не би имао ни један део приватног имања да се експроприше. Међутим по одобреном плану (л. 8.) води се већ дугогодишња преписка између општине и државе о томе, која ће од њих двеју да сноси „трошак“ око експроприсања једног дела Панћеловог имања. Даље за подизање храма Св. Саве, Митрополије и Богословије на Савинцу (Енглезовцу), опет по одобреном плану, има да се утроши преко пола милиона динара за експропријацију приватних имања. И ту се води десетогодишњи спор између општине и државе око тога, ко треба тај трошак да поднесе. Међутим по овом предложеном пројекту, по коме би се све те црквене грађевине а поред њих и три друге јавне грађевине груписале око дома Народног Преставништва, једва би било потребно за откуп приватног имања утрошити десети део од оног на Енглезовцу, имање цркве Светога Марка добило би обиљну накнаду тиме што би поред назива „Светог Саве“, који му назив по праву припада, добило и катедралу не рачунећи при том што би преостали део имања добио неколико пута већу вредност.

Врло је тешко рачунски одредити колико државу и општину стаје овај ситан трошак око бесплодне преписке између зараћеног чиновништва с обе стране, нити је лако довољно тачно проценити морални дефицит услед тога као ни вредност узалуд страћеног времена око свега. Али је и без рачунице јасно, да

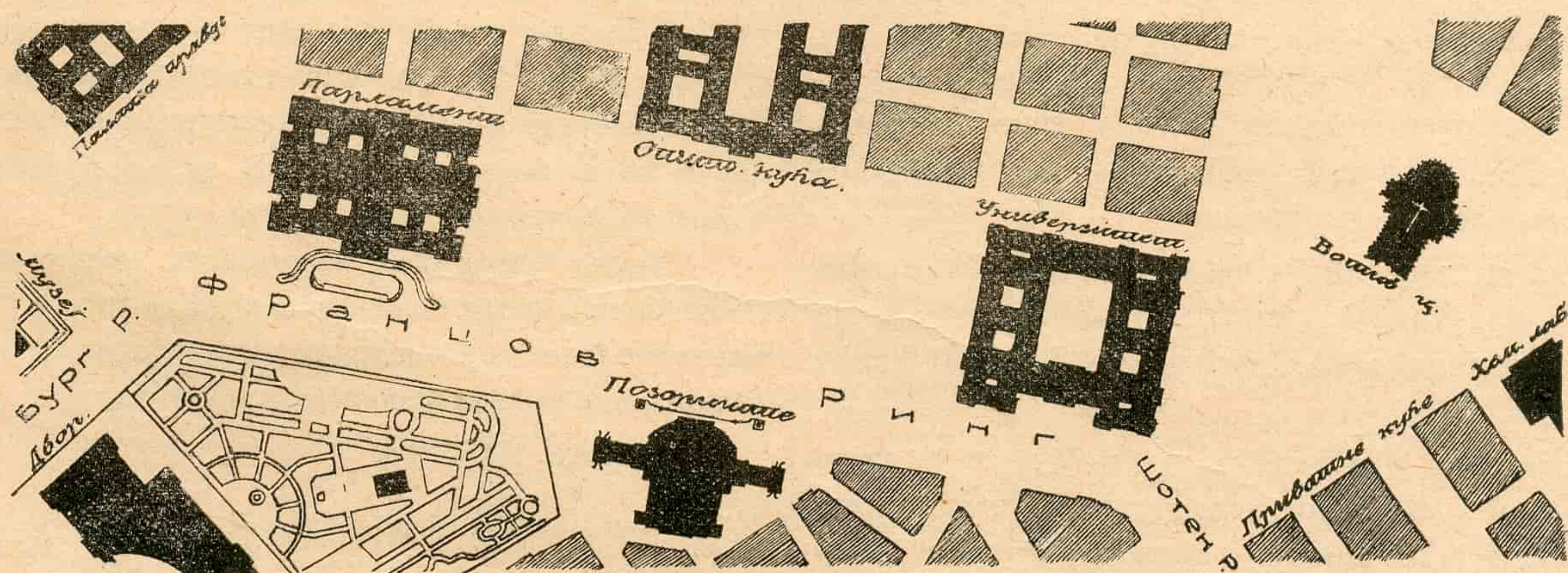
ови браниоци „државних“ интереса на првом месту баш страшно крње те интересе српске државе; да стално ратовање државе противу престоничке општине, доноси на обе стране само чисте штете.

Кад престоничка општина изгуби и стид и срам па „намеће“ трошкове сиротој држави; кад један државни министар мора годинама да се ценка с општином око десетину хиљада ситна трошка кад је у питању једна монументална јавна грађевина, грађевина која треба да служи на понос целом народу; онда постаје јасна и врло поимљива много употребљена фраза да је престоница образ државе.

Нећемо да бранимо општину нити да нападамо државу. Сваки који уме да мисли и који је само до Пеште путовао, моћиће лако доћи до закључка да ни наша држава ни наша општина не раде онако како треба. Нагвестићемо с једне стране, да престоница Мађарске није била у стању да се развије овако као што је развијена без помоћи државе а с друге стране указаћемо на Земун, на наше предграђе, да се оно подиже сопственом снагом и без помоћи трошарине, која толико притискује сиромашни и средњи staleж београдског становништва.

Врло је карактеристична ова друга тачка званичне критике за прилике које владају између Српске државе и њене престоничке општине. У овом случају је ситан трошак маскирао само још ситнију сујету. А у последње време као да је и дијурнашко користољубље предпостављеног државног чиновништва играло важну улогу и било главни виновник овог бруталног ратовања државе и општине.

На трећу и четврту тачку званичне критике у главном је већ унапред дат одговор овом студијом. Али ће ипак бити од користи да и то питање осветлимо једним примером, тим пре што је званична критика накнадно обновила овај знак питања.



(Сл. 2)

Горња слика представља ситуацију монументалних грађевина груписаних око Францовог венца, (Ring-a) у Бечу. Ова група јавних грађевина сконцентрисана на једно место чини да се Беч рачуна међу најлепше пре-

стонице у Европи. Ту, непосредно око Францовог ринга стоје једно према другом: дворско позориште (Burgtheater) и општински дом (Rathhaus) Парламент и Универзитет; а с овом групом даље стоји у вези и то према



Шотенрингу Вотивна црква и Хемијска лабораторија; према Бургрингу царски дворски музеум и палата правде. И — нимало не смета што те грађевине не стоје у „тесној вези по службеним односима“, како то наговешћује званична критика. — Али можда би сметало нама што те грађевине нису по надлежности фасциловане, те нам зато и Семперова ситуација чувеног монументалног великог стила око Францовог ринга сигурно — не ваља. — — — — — .!?

По тачки 4. званичне критике изгледа, да би требало јавне грађевине изолисати и око сваке „групати више приватних зграда.“ Пре свега да се запитамо у чијој је власти да „групише“ и да издејствује да се граде „велике“ *приватне грађевине*? — Званични ће критичар без по муке одговорити да је то у власти Министра Грађевина. Па готово да је тако. Јер наш грађевински закон за престоницу, наши планови за градске регулације и надлештва која по њима раде и управљају показују апсолутну тенденцију за узурпацијом приватног права и тежњу да све приватне зграде обуку у једну униформу. За Панђелино имање, како је подкушено утврђеним планом регулације прописала би се на пример за зграде екстра униформа. Само је негода што је то имање истакнуто испред дома те би се генералска униформа заклонила униформом редова.

Да бисмо ово објаснили, вратимо се за часак наведеном примеру из Беча. Ту има једно место које јасно илуструје, како могу веома жалосно и несрећно да дејствују приватне грађевине *истакнуће* око монументалних зграда и то баш зато, што су много „веће“ но што их је могао замислити на Панђеловом имању, наш званични критичар.

Кад са Бургринга пођемо ка Францовом рингу рано у зору, пре но што настане вратоломна трка трамваја кола и друга саобраћајна врева, нама ће се указати величанствен, чаробан приказ. Али пази! — Не даље! Пређеш ли Универзитетску зграду и дођеш ли до завоја Францовог ринга у Шотенринг, па угледаш вотивну цркву и око ње истакнуту пространу околину — осетићеш као да си с неба пао — лепоте нестаје!

Бечлија, пок. Камило Сите у свом изврсном делу: „Der Städtebau nach seinen künstlerischen Grundsätzen“ овако се о том изразио:

„Geradezu widerwärtig ist der brutale Effect den die beiden Hauskuppeln an der Währinger-strasse im Gegeusatz zu dem edlen, zarten Bau der Votivkirche hervorbringen.“

Мислимо да је довољно доказано: да је апсолутно немогуће на тако истакнутом а узаном простору као што је Панђелово имање саградити кућу

за шпекулацију а да она не смета угледу дома за Народно Преставништво. Даље је још доказано да је задатак отежан још тиме што је имање скресано регулационом линијом у плану за ситуирање дома (добивен је туп прелом код 7). Докази су такви, да би требало одмах одустати од „утврђеног“ ситуационог плана за дом. А ако се на ово не би обзирало но би је остало при „утврђеном ситуационом плану“ значило би навалице и свесно стварати монументалну нагрлу.

Није нам намера да преставимо наш предлог за ситуирање дома као савршен, свестрано проучен и неприкосновен. Задатак ових редова је само тај *да докаже неминовну потребу да се дом измакне што даље од приватног имања Панђеловог, које је одвећ незгодно. Измицање треба да буде у правцу ка старом гробљу шако, да на поступно урђење околине дома приватна имања могу што мање уљивисати. А нарочито истичемо: да пре но што се дефинитивно приступи грађењу, треба смислити како ће се и које јазне грађевине око нашег парламента грулисати.*

Ове захтеве треба свакојачко задовољити ако се не жели, да се у скорој будућности безразложно и хитно створи потреба раскошног расипања наших и иначе већ сувише скромних материјалних средстава. Јер ће то неизоставно условити посве бедна и жалосна околина зграде за наш парламент.

На завршетку да поменемо и то, да ће се једновремено са парламентом у њеном суседству зидати и телефонска централа; она долази на место садашње телефонске филиале, у таквом обиму и положају, као што је то означено на листу 8. код X. Дакле Мин. Грађевина подиже две јавне грађевине *једно ремено* које ће у односу својих положаја као што се из плана види чинити потпуно вашарски утисак! Међутим по нашем предлогу (л. 9.), показано је да се може одмах приступити зидању телефонске централе по усвојеном плану (унакрсно шрафирина основа у грађевинској групи II.) без потребе да се руши садања телеф. филиала, засада као и то да би временом, ова зграда, дошла у леп однос, са положајем парламента.

Према свему овде изложеном, надамо се да не може бити говора о каквом избору; у питању су монументалне јавне грађевине, дакле треба да је искључена свака привремена, вашарска произвољност.

Августа 1907 год.

Београд

Д. Лено.



## ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ

### Основи за статичко рачунање конструкција од бетона и од ојачаног (армираног) бетона.

Како је у нас готово најмање писано о бетонским конструкцијама у опште, то држим да ће ово нашим инжињерима пружити бар најнужнијег објаснења о конструкцијама, које се у другом свету у велико примењују. Целокупан материјал подељен је у одговарајуће групе, а главна је пажња обрађена на прорачун и конструкције друмских мостове разних облика носача. Пошто Српски Технички Лист неће бити у могућности, да уз ово оштампа и довољан број слика ми ћемо се овде ограничити на најнужније илустрације, које ће бити довољне да објасне поједине конструкције.

#### 1 Конструкција од чистог бетона.

1.) Димензије стубова, сводова и т. п. до најскоријег времена прорачунаване су по истим правилима по којима су рачуњени, када су грађени од обичног цигланог зида. При томе су димензије одређене тако, да су пресеци услед резултујућег дејства притисака били изложени само напрезању на притисак а случајна истезања нису се смела никако појављивати. Овакав начин рачунања конструкција, израђених у кречном малтеру, могао је и после као и пре имати својег основа. За конструкције пак од цементног малтера а нарочито од цементног бетона са сразмерно великом чврстином на истезање, истезања се морају узети у обзир при одредби ступња чврстине на прелом и шта више у појединим случајевима потребно је одредити и колико је то истезање. По себи се разуме, да чврстина бетона не зависи само од својства цемента и размере (мешавине) појединих саставних целова, већ и од самог начина обраде.

Детаљније о овоме читаоци ће наћи у „Leitsätzen für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Bauten aus Stampfbeton“, које ћемо доцније на овом месту у преводу саопштити.

На послетку овде ћемо напоменути још и то, да јачина бетона на притисак у опште варира између 40 и 400 кг/см<sup>2</sup>, а апсолутна јачина на истезање између 4 и 40 кг/см<sup>2</sup>.

#### 2. Притисак. а) централни притисак

Неко је тело изложено притиску-слегању-гњечењу када спољашње силе дејствују у правцу његове тешке линије, а нападне тачке ових сила падају у тежишта пресека управних на тешку линију. У оваквим случајевима не морају на оба краја тела бити обе силе динамичке да гњечење произведу; довољно је, кад је једна сила динамична а ону другу њој равну а про-

тивног смисла да замењује реакција на ослонцу. Дејство оваквих сила изазваће на телу: а) скраћивање дужине  $l$  за  $\lambda$  и б.) проширење попречног пресека (трбушање)  $d$  за  $\delta$ .

Однос  $\Sigma = \frac{\text{скраћење}}{\text{првашна дужина}}$  зове се *слегање*

а однос

$$\Sigma q = \frac{\delta}{d} = \frac{\Sigma}{m}$$

назива се *попречно прширење*. Вредност

$$m = \frac{\Sigma}{\Sigma q} = \frac{\text{слегање}}{\text{попречно проширење}}$$

зависи од материјала и за изотропска тела налази се ицмеђу 3 и 4 а за метале је  $m = 10/8$  —

Ако са  $P$  означимо резултујућу силу, која је подједнако подељена на пресек једног бетонског призматичког тела, са  $F$  површину пресека а са  $\sigma$  одговарајуће напрезање од притиска на јединицу површине онда ће бити:

$$\sigma = \frac{P}{F} \dots \dots \dots (1)$$

Речено је, да напада тачка резултујуће силе пада уједно са тежиштем пресека. Због тога се овакав притисак назива још и *централни* или *аксијални притисак*.

Услед дејства таквих притискујућих сила, тело ће бити изложено еластичном гњечењу. За једно призматичко тело, чија је дужина равна јединици дужине тако звано *специфично гњечење* износи:

$$\Sigma = \alpha \sigma m \dots \dots \dots (2)$$

или то исто написано у такође употребљивом облику

$$\Sigma = \frac{1}{E} \cdot \sigma m \dots \dots \dots (2a)$$

у коме је изразу

$$\alpha = \frac{1}{E}$$

а сачинилац поузданости  $m$  зависи од врсте материјала. (Овде од размере—мешавине и обраде бетона.)  $\alpha$  се може да сматра као *специфично гњечење на јединицу напрезања*. Однос

$$\frac{\text{скраћење}}{\text{напрезање}} = \frac{\Sigma}{\sigma} = \alpha = \frac{1}{E}$$

назива се *модуло гњечења* а његова обрнута вредност



вредност  $E = 1 : \alpha$  назива се *модуло еластичности* у  $\text{Kgf/cm}^2$ .

У опште је  $\alpha$  (или  $E$ ) зависно од напрезања  $\sigma$ . За извесне материјале (Schweiss und Flusseisen и челик)  $\alpha$  је ипак у извесним границама напрезања скоро непроменљиво. Према томе су дакле истезања  $\Sigma$  сразмерна напрезањима  $\sigma$  (Хоков закон) и на тај начин добивена је једначина (2). Пошто  $m$  варира за бетон између 1,10 и 1,20 дакле увек веће од 1. то због тога *еластичке дужне промене* код бетона не расту у истој сразмери у којој напрезања расту, т. ј. напрезања нису сразмерна притискујућим силама, дакле

не одговара у Хоковим закону, јер у извесним границама деформације деформисаних тела нису сразмерне деформишућим силама.

Овде су изложене по С. Вагн-у средње вредности за

$$\alpha = \frac{1}{E} \text{ и } m$$

за неколике врсте бетона, које су за практичну употребу довољно тачне и налазе се у границама дозвољених напрезања.

Таблица вредности за  $m$  и  $E$  на притисак

		$m =$	$E$ у тонама на $\text{cm}^2$	Примедба
1.)	Чист цемент	1,09	250	
2.)	Цементни малтер			
	1. део Цемента 1 $\frac{1}{2}$ део песка	1,11	360	2.) што мање песка у толико је $E$ веће код једнаких $\sigma$
	1. „ „ 3 „ „	1,15	315	
	1. „ „ 4 $\frac{1}{2}$ „ „	1,17	230	
3.)	Бетон			
	1. део цемента 2 $\frac{1}{2}$ д песка 5 д. шљунка	1,145	298	3.) шљунак је речни, а туцаник од кречног камена.
	1. „ „ 5 „ „ 6 „ „	1,137	280	
	1. „ „ 5 „ „ 6 „ „	1,157	217	
	1. „ „ 2 $\frac{1}{2}$ „ „ 5 „ туцаника	1,157	457	
	1. „ „ 3 „ „ 6 „ „	1,161	380	
	1. „ „ 5 „ „ 10 „ „	1,207	367	

**б.) Екцентрични притисак**

Овакав се притисак појављује, кад на неко тело дејствује каква притискујућа сила, чији је правац паралелан осовини тела а њена нападна тачка не пада у тежиште пресека, већ ван овог. У оваквом случају прсбудиће се у телу сложена еластичност или јачина. Сила  $P$ , која тако дејствује, даје се заменити са једном изолованом силом  $P$ . чија ће нападна линија падати уједно са осовином тела и са једним спрегом ( $P, - P$ ) чији је крак  $e$  раван одстојању нападне линије дате силе од осовине тела (неутралне осе), дакле моменат истога спрега био би  $= P e$ . Сила  $P$  која дејствује у осовини тела произвешће у влакнима тела специфичко напрезање

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ (једнач. (1),$$

које је у свима просецима  $F$ , управним на осовину тела, сталне вредности. Спрег ( $P, - P$ ) савиће тело приближно по кружном луку полупречника:

$$r = \frac{J E}{M} = \frac{J E}{P e}$$

и због тога ће пресеци паралелни равни савијања, а управни на теш у осовину тела, бити на притиснутој

страни јаче а на противној страни мање згњечени. Ово се даје представити, када се једно парче гуме узме између две дашчице и ексцентрично притисне, дакле видеће се, да је на притиснутој страни (у близини резултујуће притискујуће силе) гума јаче згњечена но на противној страни.

Кад  $e$  означава одстојање нападне тачке притиска од неутралне осе, која иде кроз тежишта пресека а стоји управно на раван спрега и кад са  $W$  означимо отпорни моменат пресека, онда ће, са поставком, да одстојање  $e$  несме да прекорачи неку извесну границу (тако звано централно језгро пресека), највеће специфичко напрезање, које је постало од савијајућег дејства спрега бити

$$= \frac{P \cdot e}{W}$$

а резултујуће специфичко напрезање на најјаче притиснутој страни биће:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{W} \dots \dots \dots (3)$$

а на противној страни у најмање притиснутој тачци биће

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e}{W} \dots \dots \dots (4)$$



Ово ће бити, као што се види = 0, ако буде

$$\frac{P \cdot e}{W} = \frac{P}{F} \text{ или } e = \frac{W}{F}$$

одакле се положај границе језгра може лако да одреди.

Ако средиште притиска лежи ван границе језгра, које нпр. за правоугаоне зидне или сводне пресеке, обухвата само средњу трећину пресека, и ако су ови пресеци изложени савијању управо на једну страну, то ће се услед тога на противној страни на пресеку по-савити истезања, која су код цементног бетона до извесне границе дозвољена, ако је при томе у питању чврстоћа бетона у развученим слојевима, иначе ће сувишно истезање проузроковати у бетону пукотине, кроз које може вода да продре. —

Сем ових аксијалних или у границима централног језгра ексцентричних притисака на зидовима или стубовима, могу да наступе и притискујућа напрезања, која код судова са простим или двојним искривљеним дуваровима производи притисак спољашње воде или земљишни притисак или код судова, који стално једнаке терете носе, а облик им је образован по кривини равнотеже.

То исто важи и за чиста истезања, која се појављују услед нормалног притиска на конкавним странама искривљених дуварова код стубова или томе подобно. Подела таквих тангентијалних гњечења и истезања по дебљини дуварова може се одредити по Lamé-овој теорији са применом Wash-ових опита о еластичном понашању бетонских тела, али то би нас далеко одвело, када би смо овде изнели.

### 3.) Савијање а) тачна метода рачунања

У свима испитивањима претпоставља се, да све спољашње силе (савијајуће силе) дакле и реакције А и В леже у једној и истој равни, која пролази кроз осовину тела а силе да су управне на тешку осовину хоризонталне праве греде; даље, да је свако тело састављено из система паралелних влакана, која када се тело савије, да не мењају њихов паралелизам нити да једно преко друго клизе.

Нека у неком пресеку једног призматичког или плочастог бетонског тела, које спољашње силе теже да савију, дејствује један моменат савијања величине М

Овај ће моменат изазвати еластичке промене у облику бетонског тела, услед чега ће тело, подлежући савијању, добити једну издубљену и једну испупчену страну, и тако она влакна, која се налазе на испупченој страни биће истегнута, а она влакна на издубљеној страни биће стиснута (згњечена). У сваком савијеном телу биће две зоне са двојаким системом влакана, од којих, је један истегнут а други згњечен, па како је то последица сила, које дејствују у противном смислу, онда је природно, да ће у савијеном телу бити и један средњи слој, у коме ће влакна бити неутрална т. ј. нити истегнута нити згњечена и ту ће бити прелаз позитивних у негативне силе. Тај слој ненапрегнутих

влакана назива се *неуштрални слој*, а она линија, у којој се неутрални слој са попречним пресецима тела пресеца, назива се *неуштрална оса* тога одсека или *нултна линија*. Посматрањем је утврђено, да ће пресеци, који су у несавијеном стању тела били равни, остати равни и кад се тело савије, сва је разлика само у томе, што ће се паралелизам пресека пореметити, зато ће они по довршеном савијању међу собом неки угао заклапати. Према овоме: истезања и гњечења појединих влакана, над и испод неутралног слоја сразмерна су њиховим одстајањима од неутралног слоја, дакле, и напрежуће силе влакана, над и испод неутралног слоја сразмерне су њиховим одстајањима од истога и то на најудаљеније влакно од неутралног слоја на испупченој страни дејствоваће и највећа истезућа сила а на најудаљеније влакно на издубљеној страни дејствоваће највећа притискујућа сила то значи: најудаљенији молекули над и испод неутралне осе неког пресека биће највише у једном или другом смислу напрегнути

Издвајањем једног комада из несавијеног тела правоугаоног пресека, добиће се опет комад са правоугаоним пресеком, али када се тело савије, онда ће тај исти правоугаони пресек прећи у трапез (а тело ће добити клинасти облик), који ће и после савијања остати управан на неутралну осу. Ово деформисање представљено је у сл. 1 и попреч. пресеку сл. 2.

Напрезања, која проузрокују *дужне еластичне промене*, на издубљеној су страни *притисци*, а на испупченој *истезања*. Ова су напрезања паралелна оситела, имају по датом закону промене облика (једнач 2) свој тачно утврђени ток, који је у сл. 2 хоризонталним линијама означен.

На случај, да на одељени комад штапа или плоче не дејствују остале са осовином штапа паралелне спољашње силе у правцу сила D и Z тако представљеног гњечења и истезања, то онда морају суме D и Z ради равнотеже противу окретања бити једна другој равне дакле

$$D = Z \dots \dots \dots (5)$$

Даље, резултујуће силе D и Z дају и по један *сирег* Da или Za са краком а (одстојање а између ових сила), који као моменат унутрашњих против стајућих напрезања (отпорни моменат) мора бити раван нападном моменту М, ако не треба сем савијања, да наступи какво друго обртање замишљено одељеног комада штапа или плоче, дакле мора бити

$$M = Da = Za \dots \dots \dots (6)$$

За даље разматрање овог задатка узећемо један хоризонтално подупрт штап или плочу правоуганог пресека висине h и ширине b, на који дејствују само вертикалне силе (терети и реакције). Овај ћемо штап једним пресеком поделити у два дела, од којих један, нека преставља сл. 2. —

Сад је главно рачунским путем одредити непоз-



ната напрезања на притисак и истезање  $\sigma_0$  и  $\sigma_u$  која су на горњој и доњој ивици пресека највећа. У тој цели уземамо сем горњих двеју непознатих још и помоћне непознате кокичине  $X_0$   $X_u$ , које представљају непозната одстојања од горњег и доњег слоја од неутралне осе, као и количине  $\Sigma_0$  и  $\Sigma_u$  као непознате специфичне дужне промене у обостраном одстајању 1. од неутралног слоја; одговарајуће дужне промене на ивицама имаће непознате вредности  $\Sigma_0 X_0$  и  $\Sigma_u X_u$ .

За одредбу ових шест непознатих количина потребно је и 6. једначина. Оне се могу на следећи начин поставити:

1.) Кад  $h$  означава висину пресека, а  $X_0$   $X_u$  одстајања тражене нулте тачке од ивице онда се добија једна чисто геометријска једначина.

$$X_0 + X_u = h \dots (7)$$

2.) Када се слегање на горњој и истезање на доњој ивици стави равно једно другом, онда се добија једна такође геометријска једначина изведена из промене облика, дакле

$$\Sigma_0 = \Sigma_u$$

3.) и 4.) две једначине добивене из односа између напрезања и дужне промене (срав. једн 2), јер су код равних пресека истезања  $\alpha$  и  $\alpha_1$ , т. ј. дужне промене влакана на јединицу дужине у свима тачкама пресека подједнаке величине, према томе највеће су дужне промене на ивицама горе и доле. По потенц. закону, може се за зону притисака и зону напрезања написати

$$\sigma_0^m = \frac{1}{\alpha} \Sigma_0 X_0; \text{ и } \sigma_u^{m_1} = \frac{1}{\alpha_1} \Sigma_u X_u$$

У овој последњој једначини  $\alpha_1$  и  $m_1$  имају исто значење за истезање и напрезање на истезање, које имају  $\alpha$  и  $m$  за слегање и напрезање на притисак, 5.) и 6.) једначина дате су решењем оба услова равнотеже, чије се силе  $D$  и  $Z$  као и њихов моменат имају још ближе да одреде.

Ка овоме нека  $\sigma$  означава напрезање некакве тачке попречног пресека и њој одговарајућег делића површине  $dF$  у одстајању  $x$  од неутралне осе и тада ћемо за напрезања на притиснутој страни добити.

$$\sigma^m = \frac{1}{\alpha} \Sigma_0 X$$

Делењем ове једначине са једначином под 3. добиће се;

$$\frac{\sigma^m}{\sigma_0^m} = \frac{x}{x_0}$$

и то речима исказано значи: У зони притисака напрезања расту као  $m$ -ти степен у односу према њиховим одстојањима од неутралне осе.

Код тела, код којих је  $m = 1$ , као н.пр. код ковног гвожђа и челика, овај образац даје познату Навијерову теорију о савијању основану на закон пропорције (сразмере).

Извлачењем  $m$ -тог корена из горње једначине следеће

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt[m]{\frac{x}{x_0}}$$

Интегрисање свију напрезања дало би у зони притиска — притискујући силу  $D$ , а у зони истезања — истежућу силу  $Z$ . Пошто спољашње силе не дејствују у правцу  $D$  и  $Z$  то ће следовати

$$D = Z$$

и по томе добија се:

$$D = \int_{x=0}^{x=x_0} \sigma \cdot dF = \frac{\sigma_0}{\sqrt[m]{x_0}} \int_{x=0}^{x=x_0} dF \sqrt[m]{\frac{x}{x_0}}$$

исто ће тако бити и

$$Z = \frac{\sigma_u}{\sqrt[m_1]{x_u}} \int_{x=0}^{x=X_u} dF \sqrt[m_1]{\frac{x}{x_u}}$$

стављајући  $dF = bdx$  једначина  $D = Z$  прећиће у

$$\frac{\sigma_0 b}{\sqrt[m]{x_0}} \int_0^{x_0} \frac{1}{x^{\frac{1}{m}}} dx = \frac{\sigma_u b}{\sqrt[m_1]{x_u}} \int_0^{x_u} \frac{1}{x^{\frac{1}{m_1}}} dx$$

или

$$\frac{\sigma_0}{\sqrt[m]{x_0}} \frac{m}{m+1} \sqrt[m]{(m+1)} = \frac{\sigma_u}{\sqrt[m_1]{x_u}} \frac{m_1}{m_1+1} \sqrt[m_1]{(m_1+1)} \dots (8)$$

и напослетку

$$\frac{m}{m+1} \sigma_0 X_0 = \frac{m_1}{m_1+1} \sigma_u X_u \dots (8)$$

Моменат напрезања  $\sigma dF$  однесен на неутрални слој, дакле са краком  $x$  раван је  $\sigma dFx$  и по томе укупан отпорни моменат на притиснутој страни биће:

$$= \frac{\sigma_0 b}{\sqrt[m]{x_0}} \int_0^{x_0} X \cdot dx + \frac{\sigma_u b}{\sqrt[m_1]{x_u}} \int_0^{x_u} X \cdot dx$$



дакле, последња једначина, моментна једначина гласиће:

$$M = \frac{\sigma_o}{m} \cdot \frac{m}{2m+1} \sqrt{X_o^{(1+2m)}} + \frac{\sigma_u b}{m_1} \cdot \frac{m_1}{2m_1+1} \sqrt{X_u^{(1+2m_1)}}$$

или

$$M = \frac{m}{1+2m} \sigma_o b X_o^2 + \frac{m_1}{1+2m_1} \sigma_u b X_u^2 \dots (9)$$

При датом оптерећењу, дакле и датом  $M$  можемо помоћу напред изложених образаца одговорити на сва практична питања. Положај нулте линије дат је вредностима  $X_o$  и  $X_u$  и обадве се могу по једначини (7) за произвољно  $h$  одредити. По одредби  $X_o$  и  $X_u$  рачунају се ивична напрезања  $\sigma_o$  и  $\sigma_u$  из једнач. (8) и (9). Ако за извесна тела не важи закон потенције већ закон еластичности, онда треба ставити  $\alpha = \alpha_1$  и тада ће промена облика бити сразмерна напрезању, н.пр. код ковног гвожђа и челика биће  $m = m_1 = 1$ , дакле биће и напрезања  $\sigma_o = \sigma_u$  и  $X_o = X_u = \frac{h}{2}$  и једначина (9). За овај специјални случај прешла би у једначину  $M = \sigma_o \frac{bh^2}{6}$

**б.) Приближна метод.**

Ова се метода у главном оснива на то, да се величине сила  $D$  и  $Z$  у зонама одређене на основи закона сразмерности задрже, али при томе да се лучне линије које ограничавају површине напрезања замене двома правим линијама, које се у нултој тачци пресецају (сл. 3). Да се дакле површине напрезања за обе зоне ограничене лучним линијама преобрате у по један троугао. Ако се стави  $m = m_1 = 1$  онда ће ово бити исто што и поставка, да је подела напрезања сразмерна одстојањима од неутралне осе (сл. 3.) Пошто садржине површина троуглова, које представљају ова напрезања, морају бити приближно равне посматраним вредностима  $D$  и  $Z$  под а.), то се из ових троуглова добијају нешто веће вредности за ивична напрезања (као висина троуглова) но што су она у самој ствари представљена површином ограниченом пунктираним линијама. Дакле примена ове методе даје већу сигурност.

Однос косфицијената промене облика на истезање и притисак, дакле  $\frac{\alpha_1}{\alpha}$  означимо  $= \mu$ . Овај се коефицијент мења са променом размера саставних делова и обрадом бетона.

Рачунање се врши на следећи начин:

Обадве површине напрезања, ограничене лучним линијама преобратићемо у троуглове  $op$  и  $up$ . Дужине  $op$  и  $up$  представљаће дакле ивична напрезања  $\sigma_o$  и  $\sigma_u$ . Правци сила  $D$  и  $Z$  сада ће пасти у тешкој линији троуглова напрезања. Њихово међусобно одстојање  $a$  одређује се из

$$a = \frac{2}{3} (X_o + X_u) = \frac{2}{3} h$$

За четири непознате  $\sigma_o$ ,  $\sigma_u$ ,  $X_o$  и  $X_u$  добијају се следеће четири једначине:

$$1.) X_o + X_u = h$$

За равне пресеке добили смо

$$\sigma_o = \frac{1}{\alpha} \sum_o X_o \text{ и}$$

$$\sigma_u = \frac{1}{\alpha_1} \sum_u X_u$$

Стављањем косфицијената за истезање на притисак и на истезање  $= \mu$ , дакле

$$\mu = \frac{\alpha_1}{\alpha}$$

добиће се:

$$2.) \frac{\sigma_o}{\sigma_u} = \mu \frac{X_o}{X_u}$$

За бетон  $\mu$  варира између 9 и 25 у средњу руку износи 16.  $D$  и  $Z$  се израчунавају из троуглова њихових напрезања по једначини

$$D = \frac{X_o \sigma_o \cdot b}{2} \text{ и}$$

$$Z = \frac{X_u \sigma_u b}{2}$$

Пошто мора бити  $D = Z$  то из овог услова слеђује

$$3.) \frac{\sigma_o X_o}{2} = \frac{\sigma_u X_u}{2}$$

Према томе за моменат напрезања добија се једначина:

$$4.) M = Da = Za = \frac{X_o \sigma_o}{2} \cdot \frac{2}{3} bh$$

Везом једнач. 2.) и 3.) добија се:

$$\frac{X_u}{X_o} = \sqrt{\mu}$$

Ово у вези са једнач. 4. даје:

$$\sigma_o = \frac{3M}{bh^2} \left( 1 + \sqrt{\mu} \right) \dots (10)$$

$$\sigma_u = \frac{3M}{bh^2} \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{\mu}} \right) \dots (11)$$



па пошто  $\mu$  смемо ставити најмање  $= 9$ , то ће *гнечење* бити

$$\sigma_o = \frac{12 M}{bh^2} = 2 \frac{M}{bh^2}$$

а *истезање*

$$\sigma_u = \frac{4 M}{bh^2} = \frac{2 M}{3 bh^2}$$

За  $\mu = 16$  (средња вредност) биће :

$$\sigma_o = 2 \frac{1}{2} \frac{M}{bh^2} ; \sigma_u = \frac{5}{8} \frac{M}{bh^2}$$

За  $\mu = 25$  (највећа вредност) биће :

$$\sigma_o = 3 \frac{M}{bh^2} ; \sigma_u = \frac{3}{5} \frac{M}{bh^2}$$

Из овога се види, да су *напрезања од притиска* код бетона у зони притисака 2 до 3 пута већа од истих *напрезања* код еластичних тела са равномерном променом облика, а *истезања* код бетона износе само 2/3 до 3/5 од оних *истезања* код еластичних тела код којих се сме ставити  $\mu = 1$ . —

#### 4.) Смицање а.) *Непоередно смицање*

Кад спољашње силе, које дејствујући на неко тело, на попречни пресек  $F$  произведу једну секућу (смичућу) силу  $Q$ , која уједно пада у раван пресека и шта више у правцу симетричке осе дејствује, онда ће пресек трпети *напрезање на смицање* и мораће имати јачину да против стане секућим силама, које теже да произведу *раздвајање* тела у самој равни сила.

Ако каква сила  $Q$  паралелна површини попречног пресека дејствује на пресек  $F$  бетонског тела, онда се *напрезања на смицање* у површини попречног пресека могу да сматрају као подједнако *раздељена*, по томе се *напрезање на смицање* добија као јединица површине из

$$\tau = \frac{Q}{F} \dots \dots \dots (12)$$

#### б.) *Смицање при савијању.*

Посматраћемо два суседна пресека између којих терети не дејствују и ако њихово одстојање означимо са  $dz = 1$  (јединица дужине), онда се из равнотеже трансверзалне силе и нормалног *напрезања* добија

$$Q \cdot 1 = Da$$

Највеће *напрезање на смицање* при савијању наступа у неутралном слоју и то у оном пресеку, за који је трансверзална сила највећа. Кад је греда подупрта на оба краја, трансверзална сила добиће највећу вредност непосредно од највеће реакције  $A$  (сл. 4) и биће њој равна, ако реакција има вредност  $A = Q$ , онда ће за пресек изнад ослоњаца моментна једначина бити

$$Da = A \cdot 1.$$

а одавде

$$D = \frac{A \cdot 1}{a}$$

али пошто је  $a$  по приближној методи  $= 2/3 h$ , то ће бити

$$D = \frac{3}{2} \frac{A \cdot 1}{h}$$

и кад је  $b$  ширина пресека у неутралном слоју, који је изложен најјачем *смицању*, *напрезање на смицање* биће :

$$\tau = \frac{D}{1,00 b} = \frac{3}{2} \frac{A \cdot 1}{h \cdot b \cdot 1} = \frac{3}{2} \frac{A}{bh} \dots \dots (13)$$

Са сваким хоризонталним *напрезањем на смицање*  $\tau$  стоји у тесној вези и по једно вертикално *напрезање*  $\tau'$ , која, зарад равнотеже *нападнутог* елемента тела (сл. 5.) противу *окретања*, дакле због једначине  $\tau \cdot 1 = \tau' \cdot 1$  морају међусобом бити равна, дакле

$$\tau = \tau' = \frac{3}{2} \frac{A}{bh} \dots \dots \dots (14)$$

## Конструкције од ојачаног (армираног) бетона.

5). Теорији је задатак, да испита унутрашња *напрезања* код армираних бетонских конструкција и да одреди правилан однос бетона према арматури као и њихове димензије са обзиром на практички *одређена* дозвољена *напрезања* материјала.

Помоћу *заједничког* дејства оба материјала, који

услед њихове *лепљиве моћи* *заједнички* мењају свој облик, кад на њих дејствују спољашње силе, добија се једна *статички неодређена* конструкција, чија се *напрезања* по законима статике и еластичности могу да одреде. Оскудица у сигурним подацима за модуло еластичности на *истезање* и лако *постајање* пукотина



у зони истезања дотичног материјала још и данас отежава прорачун њихових напрезања на савијање како у зони изтезања, тако и у зони притисака (гњечења).

Израчунавање ових напрезања врши се са претпоставком: или да се на еластички отпор у зони истезања ни мало не рачуна, или да се подела напрезања у овој зони сигурно одреди. што ћемо доцније видети.

Данас се највише рачуна са претпоставком, да се напрезања у зони изтезања у опште не узимају у обзир и да се још унапред стављају = 0. Искуством је утврђено, да код камена или бетона моћ јачине на истезање издаје и при најмањем ступњу истезања, које наступа из разних узрока, који леже у природи дотичног материјала и које даје повода образовању пукотина.

Овди ћемо још напоменути, да има и таквих каменних пресека, код којих нема зоне истезања, као нпр. у основи једног стуба, који је постављен без и какве везе са његовом подложном (темељном) плочом или темељним зидом, неће бити зоне истезања, када на стуб дејствује једна сила у подужном правцу ван језгра пресека. Исто тако и потпорни зидови, стубови и т. п. када на њих силе дејствују на исти начин, немају зону истезања у њиховој темељној површини, кад су без везе постављени на темељ.

Пошто се однос између промене облика и напрезања, у колико се ово односи на бетон не може довољно да претстави простим математичким односима, то је услед тога прорачун армираног бетона аналитичким путем врло приметан, Прорачунавање оваквих конструкција графичким путем <sup>1)</sup> много је лакше и простије, пошто се овим путем одређује уједно и равнотежа и статички моменат у једном предсеку.

Како је у новије доба професор С. von Bach опитима утврдио, да се, услед дејства притискујућих сила притиснута тела од цемента, цементног малтера и бетона саображавају постојећим законима о промени облика тела, то се статичко рачунање конструкција од армираног бетона може такође предузети и са чисто научног гледишта. Покушај са Монијевим конструкцијама дао је довољно основа да се овакве конструкције јаче развију и рачунање допуњено са законима, које је поставио С. von Bach о промени облика бетона у вези са гвожђем, допринело је, да њихов утицај на рачунске резултате нађе довољно основа за рачунање.

Покушајем је утврђено, да се поменута несигурност у зони истезања код каменних пресека одстрани нарочитим сврствима на тај начин, *што се у зони истезања умећу гвоздени делови*, који услед њихове конструктивне везе са малтером остварују заједничко дејство камена и гвожђа.

<sup>1)</sup> Рачунање оваквих конструкција графичким путем изнећемо доцније у засебном чланку.

Код конструкција од армираног бетона данас важи као основно правило; да бетон у опште прима на себе само напрезања на притисак и да не трпи никаква истезања, а гвозденој арматури дати толики попречни пресек, да она сама буде у стању, да еластич и отпор у зони изтезања у толико прими на себе, у колико ово сам бетон не може да изврши.

На овој основи извршене грађевине од армираног бетона играју главну улогу и своју распрострањеност имају да припишу следећим околностима и статичком преимућству:

1). Моћ и лепљивост и (Haftkraft, adhesion) малтера или бетона која је толико знатна, да оба материјала (бетон и гвожђе) у границама дозвољених напрезања морају заједнички да мењају свој облик. Моћ лепљивости између бетона и гвожђа професор Баушингер одредио је на 40 — 47 atm.

2). Да су истезања од топлоте код гвожђа и бетона скоро једнака тако, да нема бојазни, да ће се једно од другог одвојити при промени температуре.

### б.) Притисак а.) Центрични притисак

У једно призматичко тело од бетона пресека  $F_b$  уметнуте су гвоздене шипке са укупним пресеком  $F_e$ . Гвоздене су шипке паралелно и равномерно распоређене према уздужној осовини тела. Овако армирано тело изложићемо дејству притискујуће силе  $P$ , која подједнако раздељена дејствује на пресек тела и то у правцу његове дужине. Димензије пресека тела узете су толике у односу на његову дужину, да не може бити бојазни да ће наступити псвијање (Einknicken) већ ће тело услед дејства сила бити изложено само подједнаком подељеном слегању (гњечењу), које је подједнаке величине у свима молекулима равних пресека, и то како у бетонском телу тако и у гвозденој арматури, која такође мења свој облик, када оваква промена наступи у бетонском телу. На основи оваквог стања а помоћу закона о заједничкој промени облика бетона и гвожђа може се одредити, колико учешћа имају оба материјала на преношење притисака. Ако са  $F_b$  и  $F_e$  означимо пресеке бетона и гвожђа, са  $\alpha$  и  $\beta$  специфичке дужне промене бетона и гвожђа на јединицу напрезања, са  $\sigma_b$  и  $\sigma_a$  напрезања за бетон и гвожђе, са  $E_b$  и  $E_e$  модуле еластичности бетона и гвожђа, онда ће према овоме слегања бити:

$$\sigma_b^m \alpha = \sigma_e \beta \dots \dots \dots \text{(срав. једн. 2)}$$

или за  $m = 1$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{\beta}{\alpha} \dots \dots \dots (15)$$

или увођењем модула еластичности

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{E_b}{E_e} \dots \dots \dots (15 a)$$



Из овога се види, да однос напрезања не зависи од величине пресека; да напрезање стоји у обрну = тој сразмери са специфичном променом дужине а у правој сразмери са модулом еластичности оба материјала; другим речима исказано: у колико је један материјал попустљивији или стисљивији у сравнењу према другом, у толико је и мање изазвано напрезање у њему а у односу на напрезања крућег материјала.

Одговарајући делови притиска, који падају на пресеке  $F_b$  и  $F_e$  износе  $\sigma_b F_b$  односно  $\sigma_e F_e$ . За њих се по горњем обрасцу добија однос:

$$\frac{\sigma_b F_b}{\sigma_e F_e} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{F_b}{F_e} = \frac{E_b F_b}{E_e F_e}$$

Из овог се односа види: да се притисци односе управно као пресеци а обрнуто као специфичка гњечења на јединицу напрезања, односно, напрезања се односе управно као модуло еластичности, другим речима у колико су тела попустљивија, у толико се лакше подају притиску, дакле трпе и мањи специфички притисак, међутим крућа тела, овди гвожђе, противстаје истоме слегању са већим еластичким отпором. Помоћу суме  $\sigma_b F_b + \sigma_e F_e = P$  и једначине (15) лако се израчунавају и сама напрезања, успед којих ће онда и делови  $\sigma_b F_b$  и  $\sigma_e F_e$  бити познати и пошто се стави:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{E_e}{E_b} = n \text{ биће:}$$

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n F_e} \text{ и } \sigma_e = \frac{P}{F_e + \frac{1}{n} F_b}, \dots (16)$$

Кад у овим једначинама расмотримо оба именитеља видећемо, да сваки за себе треба сматрати као садржину површине једног јединачног пресека. Први именитељ представља јединачни бетонски пресек, који се добија, када се гвоздени пресек множењем са  $n$  преобрати у један бетонски пресек исте вредности исте моћи ношења). На исти начин и други именитељ представља јединачни пресек гвожђа, који одговара датом пресеку бетона.

За одредбу напрезања у бетонском пресеку треба дакле арматуру  $n$  пути већу увести у рачун, док међутим за одредбу напрезања гвожђа треба бетон само са  $1/n$  делом његовог пресека увести у рачун, ако треба дакле оба пресека редуковати на један и исти материјал. По новом пруском пропису ставља се  $n = 15$ ; модуло за гвожђе

$$E_e = 2250000 \text{ кгр/см}^2 \text{ и } E_b = 150000 \text{ кгр/см}^2$$

### б) Екецентрични притисак

Видели смо, да се код оваквог притиска поред аксијалног притиска  $P$  појављује још и један моменат савијања (Први се притисак по законима изложеним под а) раздељује на пресек тела и производи напре-

зања, која се одређују једнач. (16) Овоме напрезању треба још додати истезање и притисак, који производи моменат савијања  $P \cdot e$  (срав, № 8)

### 7) Истезање

Пошто се на сарадњу бетона за пријем истезања не може рачунати, то ће за армирано бетонско тело у № 6, на које дејствује изтежућа сила  $P$ , *напрезање гвожђа на истезање* бити:

$$\sigma_e = \frac{P}{F_e}$$

### 8. Савијање.

За напрезање бетона претпоставља се, да је модуло еластичности константан, да се напрезања раздељују исто онако као и код хомогених пресека и да напрезања расту сразмерно одстојањама од нулте линије или иеутралне осе. Затежања, која би се појавила у пресеку примаће на себе гвожђе и због тога димензије и облик зоне и стезања у бетону немају значаја докле су у питању нормална напрезања. Због тога овди неће главну улогу играти дебљина плоче него положај гвожђа. Одстојање гвожђа од притиснуте ивице назива се корисна висина  $h$  пресека. Напрезање бетона на горњој ивици пресека означимо са  $\sigma_b$ ; равномерно подељено истезање на мали пресек гвожђа  $F_e$  означимо са  $\sigma_e$ . Положај *нулте линије* није познат и њено одстајање од притиснуте ивице нека је  $x$ . За одредбу ових количина послужићемо се условима постављеним за статичку равнотежу по којима код пресека изложених савијању мора

а) Сума свију нормалних сила бити равна нули; и

б.) Сума статичких момената мора бити равна моменту савијања  $M$ .

За оцену напрезања на савијање важе закони изложени у № 3. Овоме треба само још додати дејство арматуре и истезања у бетону сматрати као и да не постоје. — Узећемо да су гвоздене шипке у бетонском телу распоређене паралелно осе тела и то како на истегнутој тако и на притиснутој страни пресека. Пресеци гвоздених шипака  $F_e$  и  $F'_e$  нека су у односу према дебљини  $h$  носачевој или плочиној незнатне висине тако, да се њихова истезућа или притискујућа напрезања могу да сматрају као подједнако раздељена. Ова напрезања арматуре означимо са  $\sigma_e$  и  $\sigma'_e$  па ће укупно истезуће и притискујуће напрезање гвожђа бити:  $\sigma_e F_e$  и  $\sigma'_e F'_e$  која ће у истом смислу окретања дејствовати као отпорни моменат са краком  $w$  односно  $w'$  у односу на неутрални слој, даке биће  $\sigma_e F_e \cdot w$  одн.  $F'_e F'_e w'$ .

Кад се овди унапред претпостави упрошћена линеарно променљива подела притиска у притиснутом бетонском пресеку (срав. № 3 б.), која је по ранијем објаснењу дозвољена, као и да се израчуњена напре-



зања добијају нешто већа но што су у самој ствари и задржав сва ранија означања у № 3. и сл. 3 и 6: то ће укупни отпорни моменат пресека бити =

$$\frac{\sigma_o X_o}{2} \cdot b \frac{2}{3} X_o + \sigma_e' Fe' w' + \sigma_e Fe w$$

који зарад равнотеже мора бити раван нападном моменту M; дакле биће:

$$1.) M = \frac{\sigma_o X_o^2}{3} b + \sigma_e' Fe' (X_o - d') + \sigma_e Fe (d - X_o)$$

где d и d' означавају позната одстојања тежишних тачака пресека гвожђа од горње ивице целокупног попречног пресека армираног бетонског тела.

За изналагање четири непознатих количина  $\sigma_o$ ,  $\sigma_e$ ,  $e'$  и  $X_o$  потребне су нам сем предње моментне једначине још три једначине и њих ћемо добити на следећи начин;

Једну из услова равнотеже

$$2.) \sigma_e Fe = \frac{\sigma_o X_o}{2} b + e' Fe'$$

а остале се две добијају из односа промене облика

$$3.) \frac{\sigma_e}{\sigma_e'} = \frac{d - X_o}{X_o - d'}, \text{ и } 4.) \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = n \frac{d - X_o}{X_o}$$

Из ових четири једначина могу се дако определити тражена напрезања и положај неутралног слоја

За одредбу одстојања  $X_o$  неутралног слоја од горње ивице добија се из једначина 2.) 3.) и 4.) једна квадратна једначина

$$X_o^2 + 2 \frac{n}{b} (Fe + Fe') X_o - 2 \frac{n}{b} (d \cdot Fe + d' \cdot Fe') = 0 \dots \dots \dots (17)$$

Кад је  $X_o$  познато, онда се *напрезање на притисак* у бетону добија из једначине

$$\sigma_o = \frac{6 M X_o}{b X_o^2 (3d - X_o) + 6 Fe' n (x_o - d') (d - d')} \dots \dots \dots (18)$$

*Напрезање на истезање* доње пологе гвожђа арматуре из

$$\sigma_e = \sigma_o \frac{(d - X_o) n}{X_o} \dots \dots \dots (19)$$

и даље *напрезање на притисак* горње арматуре из

$$\sigma_e' = \sigma_o \frac{(X_o - d') \cdot n}{X_o} \dots \dots \dots (20)$$

У највише случајева задовољићемо се са арматуром само на страни истезања и онда отпадају количине  $Fe'$   $\sigma_e'$  и  $d'$  у горњим једначинама:

За остале три још непознате  $\sigma_o$ ,  $\sigma_e$  и  $X_o$  постоје ове три једначине:

$$1.) M = \sigma_o \frac{b x_o^2}{3} + \sigma_e Fe (d - x)$$

$$2.) \sigma_e Fe = \frac{\sigma_o X_o}{2} b$$

$$3.) \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{(d - X_o)}{X_o} n$$

Из последње две једначине добија се

$$X_o = \frac{n Fe}{b} \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n} \cdot \frac{bd}{Fe}} - 1 \right) \dots \dots \dots (21)$$

из прве две

$$\sigma_o = \frac{2 M}{b x_o \left( d - \frac{x_o}{3} \right)} \dots \dots \dots (22)$$

а из средњих двеју

$$\sigma_e = \frac{M}{Fe \left( d - \frac{X_o}{3} \right)} \dots \dots \dots (23)$$

Једначине (22) и (23) могу се непосредно да прочитају и из сл. 5., ако замислимо да  $\sigma_o \frac{X_o b}{2}$  и  $\sigma_e Fe$  представљају укупну притискујућу односно истезућу силу, а  $\left( b - \frac{X_o}{3} \right)$  да представља крак сила, чији моменат мора бити раван нападном моменту M.

Из једначине 2.) написане у облику

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{b X_o}{2 Fe}$$

можемо извести резултат: *да се при једнаком односу  $\frac{\sigma_e}{\sigma_o}$  неутрални слој у толико на ниже помера, у колико је већи пресек гвожђа Fe за једну и исту ширину b.*

Знатно се простији рачун добија када се из дозвољеног напрезања определи потребна *корисна висина* d плоче и потребан пресек гвожђе Fe. Овди се уштеђује дангуба око пробе: да ли се израчуњена напрезања налазе још у дозвољеним границама на случај кад се дебљина плоче и пресек арматуре унапред одреде.

Ако по прописима пруског Министарства ставимо нпр.  $\sigma_o = 40$  кгр/см<sup>2</sup>;  $\sigma_e = 1200$  кгр/см<sup>2</sup> и  $n = 15$  онда ће се из једначине 3.) добити

$$\frac{1200}{40} = \frac{d - X_o}{X_o} \cdot 15; \text{ а одавде}$$

$$X_o = \frac{d}{3}$$



са овом вредношћу а из једначина 2.) добија се

$$1200 F_e = \frac{40 \cdot d}{2.3} b \text{ одакле је}$$

$$F_e = \frac{1}{180} b d \dots \dots \dots (24)$$

напоследку из једначине 1.

$$M = 40 \frac{b d^2}{3 \times 9} + 1200 \frac{b d}{180} \left( d - \frac{d}{3} \right)$$

одакле следује

$$d = 0.41 \sqrt{\frac{M}{b}} \dots \dots \dots (25)$$

Прво треба одредити  $d$  из једначине (25) а по томе  $F_e$  из једначине (24).

По себи се разуме, да се на исти начин могу поставити и слични обрасци за ма какве друге вредности од  $\sigma$  и  $\sigma_e$ .

### 9.) Смицање а.) Непосредно смицање.

Ако на пресек једног бетонског тела са пресеком бетона  $F_b$  и пресеком арматуре  $F_e$  дејствује нека сила  $Q$  паралелно са површином пресека у цели да произведе непосредно смицање, онда се могу произвести напрезања на смицање за оба материјала да сматрају као подједнако подељена на њиховим пресецима. Међусобни однос смичућих напрезања сличан је подели напрезања на притисак по сразмери еластичког отпора оба материјала у односу на еластичко покретање. Ако је покретање за бетон  $n$  пута веће но за гвожђе, онда ће смичуће напрезање за бетон бити:

$$\tau_b = \frac{Q}{F_b + n F_e} \dots \dots \dots (26)$$

а за гвожђе

$$\tau_e = \frac{Q}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots (27)$$

### б.) Смицање при савијању

При савијању смицање може наступити или у неутралном слоју бетонског тела или дуж горње површине арматуре. У оба случаја смицање се појављује тако, где је трансверзална сила највећа, дакле управо у близини ослонаца.

Прорачун се не разликује знатно од прорачуна у № 4 под б.) За смицање тела од самог бетона без арматуре. Тамо је било (срав. сл. 4) на ослонцима

$$D_a = A \cdot 1,00$$

Овди а представља познату вредност  $\left( d - \frac{X_0}{3} \right)$  крак сила, услед чега је

$$D = \frac{A \cdot 1,00}{d - \frac{X_0}{3}}$$

Према томе за ширину  $b$  попречног пресека у најјаче напетом неутралном слоју на смицање, као што се то види, напрезање ће бити

$$\tau = \frac{D}{1,00 b} = \frac{A \cdot 1}{\left( d - \frac{X_0}{3} \right) b \cdot 1} = \frac{3 A}{(3d - X_0) b} \dots (28)$$

Вертикално смичуће напрезање  $\tau'$ , које такође у вези са  $\tau$  у пресеку штапа или плоче дејствује, добија се исто онако, као у № 4 и то:

$$\tau' = \tau$$

Смичуће односно адхезијоно напрезање, које се појављује дуж горње површине арматуре, и које се назива још и *оштр клизања* (Gleitwider stand) добија се делењем горње површине гвоздених шипака, која долази на ширину  $b$  и дужину  $l$  на затежућу силу  $Z$ , која ради равнотеже мора бити  $= D$ .

Ако са  $\tau_u$  означимо тражено смичуће напрезање на јединицу површине гвожђа а са  $U$  укупан обим пресека гвоздених шипака, то ће бити:

$$U \cdot 1,00 \tau_u = Z = D$$

или

$$\tau_u = \frac{3 A}{(3d - X_0) U} = \frac{b r}{U} \dots \dots \dots (29)$$

Чим у бетону смичуће напрезање  $\tau$  прекорачи дозвољену вредност од 4,50 кг/см<sup>2</sup> (по пропису пруског Министарства) *тр ба одмах један део арматуре савити* под 45,° у колико она није потребна на дотичном месту за пр ношење момента савијања и провести је из зоне затезања у зону притиска или за ову целъ треба додати друге гвоздене шипке истога облика и њих довољно продужити и кроз зону притиска и ту их савијањем крајева добро учврстити. Пошто се ово изврши, онда ће бити омогућено преношење секућих сила помоћу истежућих сила савијене арматуре, која се косо навише управи.

### 10.) Савијање услед аксијалног притиска

(без опасности на повијање — сводови)

Ако у бетонском телу са несиметричном арматуром (сл. 8.) т.ј. у коме су гвоздене шипке распоређене не само на једној страни пресека ипак наступи равномерно гњечење, онда тежишна тачка  $m$  у којој акси-



јални притисак  $P$  дејствује, неће уједно пасти са тежиштем  $s$  бетонског пресека, него ће ова тачка за одстојање  $e$  бити ближа крутоме пресеку гвожђа. (Код сразмерно незнатног пресека гвожђа може се за нападну тачку силе узети тежишна тачка укупног попречног пресека.) Дакле, код несиметричне арматуре тежиште армираног пресека помера се на ону страну где арматура лежи. Услед тога у симетричкој оси пресека дејствује једна аксијална сила тако, као да она лежи ван средине, у тежишту гвозденог или бетонског пресека једнаке вредности.

Прорачун бива на следећи начин:

Затезућа сила, која дејствује у средини целокупне арматуре пресека даје моменат.

$$M_e = \sigma_e F_e c$$

ако са  $c$  означимо одстојање арматуре од тежишта.

Да би отклонили овај моменат унутрашњих сила мораће се центрична (аксијална) сила да помери за дужину  $e$  која се одређује из једначине:

$$P_e = (\sigma_e - \sigma_b) F_e c$$

Кад се при томе узме у обзир и то, да и пресек бетона такође лежи несиметрично према централној сили услед додатка гвоздених делова. Обично се утицај од  $\sigma_e$  за површину  $F_e$  зачмарује и услед тога се добија:

$$P_e = \sigma_e F_e c$$

Сменом вредности за  $\sigma_e$  из једначине (16) добија се:

$$e = \frac{c}{1 + \frac{1}{n} \frac{F_b}{F_e}}$$

или кад се стави однос  $\frac{F_b}{F_e} = v$  добиће се:

$$e = \frac{c}{1 + \frac{1}{n} v} \dots \dots \dots (29 a)$$

Према томе свако влакно пресека трпи двојака напрезања: 1.) једно равномерно притискујуће напрезање од аксијалне силе  $P$ , које се одређује из једнач. (16) и 2.) једно савијајуће напрезање, које производи моменат  $P_e$ , чији ће се прорачун доцније изложити.

При прорачуну *напрезања у сводовима* треба дакле крак тангентијалног притиска, однесеног на тежишну осу свода повећати за количину  $e$ . Ако се хоће количина  $e$  да одреди графичким путем, онда треба армирани пресек редуковати на бетонски пресек исте вредности. За  $n = 1/5$  са обзиром на напрезање бетона на месту где је арматура положена мораћемо ту површину арматуре да учетворостручимо разуме се тако, да се при томе положај тежишне ли-

није ни у колико не промени. Тиме се добија један бетонски пресек, чија тежишна тачка  $m$  лежи у одстојању  $e$  од првобитне тежишне тачке  $s$  јединачног армираног пресека.

За опште решење овог задатка треба нормална напрезања прорачунати као што је показано у № 8.) дакле, прво треба по обр. (22) и (23) прорачунати  $\sigma_o$  и  $\sigma_e$ , по томе из једначине (16) израчунати нормална напрезања  $\sigma_b$  и  $\sigma_e$  која долазе од момента  $P_e$ , а производи га аксијална сила  $P$ , при чему се одстојање  $e$  израчунава по обр. (29 a). Задржавајући при томе и даље сва ранија означања добићемо за *укупно напрезање бешона на притисак*

$$\sigma_b = \frac{2(M + P_e)}{\sigma X_o (d - \frac{X_o}{3})} + \frac{P}{F_b + n F_e} \dots \dots \dots (30)$$

и за истезање гвожђа

$$\sigma_e = \frac{M + P_e}{F_e (d - \frac{X_o}{3})} - \frac{P}{F_e + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots (31)$$

Ако се и на савијеној притиснутој страни пресека налази арматура  $F_e'$  то треба и за њу, поред напрезања на савијање, оредити и споредне моменте  $P_e$  исто онако, како су напрезања на савијање одређена у № 8. По томе ће *укупна напрезања* бити

$$\sigma_b = \sigma_b' + \frac{P}{F_b + n(F_e + F_e')} \dots \dots \dots (32)$$

и

$$\sigma_e = \sigma_e' - \frac{P}{(F_e + F_e') + \frac{1}{n} F_b} \dots \dots \dots (33)$$

### 11.) Аксијални притисак

(услед којег може да наступи прегибање (превијање) — *Потпоре, стубови*)

Потпоре се рачунају као високи стубови на јачину противу прегибања (превијања, *Knickfestigkeit*).

Кад је неко тело у доњем свом крају вертикално узидано а на његовом горњем крају у правцу његове вертикалне — уздужне — осе дејствује нека сила  $P$  на ниже, а нападна јој је линија у поменутој оси тела, то ће ова сила тежити да тело у правцу дејства силе згњечи и специфичко напрезање услед притиска е сваком пресеку тела биће:

$$\sigma'' = \frac{P}{F}$$

где  $F$  означава пресек тела.

Познати Ајлеров образац о јачини код високих стубова за једнородни материјал гласи:



$$P = \frac{r}{s} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{JH^2}{l^2}$$

Овди  $l$  значи дужину притиснутог тела,  $J$  најмањи моменат лењивости пресека,  $s$  кофицијент сигурности,  $r$  број, који зависи од начина утврђења штапа и  $\alpha$  као и до сада означава специфичку еластичку промену облика на јединицу напрезања, дакле  $\frac{1}{\alpha} = E =$  модулу еластичности.

За један бетонски штап ојачан са гвозденим шипкама у подужном правцу, које су непомичне нека се  $\alpha$  односи на бетон а  $\beta$  са истим значењем на гвожђе,  $Jb$  и  $J_e$  нека су делови најмањег момента лењивости бетона и пресека гвожђа за чије се тежишне тачке унапред претпоставља да уједно падају.

Пошто се код неког међусобом чврсто спојеног тела, као што је овди ово бетонско тело са непокретним гвозденим шипкама, — непокретљивост гвоздених шипака мора осигурати поузданим попречним везама на крајима одстојањима, да би оно могло укупни отпор повијања на себе примити, као суму делимичних отпора повијања, онда ће бити:

$$P = \frac{r}{s} \cdot \frac{H^2}{l^2} \left[ \frac{Jb}{\alpha} + \frac{J_e}{\beta} \right] = \frac{r}{s} \cdot \frac{H^2}{l^2} \left[ J_e + \frac{1}{n} Jb \right]$$

када се као и напред однос  $\frac{\alpha}{\beta} = n$  стави,

По правилу  $Jb$  је дато обликом или дозвољеном дебљином потпоре, или ће се  $Jb$  из њих одредити онда се добија:

$$J_e = \frac{s}{r} \cdot \frac{P l^2}{H^2} \beta - \frac{1}{n} Jb \dots \dots \dots (34)$$

За десетогубу сигурност и за  $n = 15$  добија се:

$$J_e = \frac{10}{r} \cdot \frac{P l^2}{2} - \frac{1}{15} Jb \dots \dots \dots (35)$$

или

$$P = \frac{1}{5} r \cdot \frac{J_e + \frac{1}{15} Jb}{l^2}$$

где се  $P$  ставља у тонама а  $l$  у метрима,  $J_e$  и  $Jb$  у сантиметрима.

Са претпоставком да су крајеви штапа у његовој оси чврсто утврђени (уздани) а то је један услов, који се код грађевина увек испуњава и према томе да ли су оба краја штапа слободна или чврсто узидана (ingespannt) за  $r$  ћемо стављати број 1 или 4.

За први случај који се најчешће појављује (т.ј. када су оба краја штапа слободна) при десетогубој сигурности биће:

$$J_e + \frac{1}{15} Jb = 5P l^2 \dots \dots \dots (36)$$

а за случај *обостраног узидивача* биће:

$$J_e + \frac{1}{15} Jb = \frac{5}{4} P l^2 \dots \dots \dots (37)$$

за случај *једностраног узидивача* биће:

$$J_e + \frac{1}{15} Jb = \frac{1}{2} P l^2 \dots \dots \dots (38)$$

Напоследку, за случај када је *један крај узидан*, а *други сасвим слободан* биће:

$$J_e = \frac{1}{15} Jb = 20 P l^2 \dots \dots \dots (39)$$

Кад ове обрасце сравнимо са онима изложеним у № 6 за обично напрезање на притисак, видеће се, да је међу њима разлика само у томе, *што се тамо*

*примењује проста садржина пресека*  $(F_e + \frac{1}{n} F_b)$

а овди се *ти пресеци замењују моментним лењивостима пресека*. И овди је однос вредности сличан оним одговарајућим односима за једнородни материјал.

### 12.) Савијање ребрастих носача (Plattenbalken).

Под именом „*ребрасти носач*“ подразумева се једна плоча одоздо појачана са армираном бетонском гредом (ребром), чији је пресек у свему једнак или сличан облику  $\tau$ . По правилу ово ребро долази на истегнутој страни савијања и за њега важе они исти обрасци (20), (21) и (22) у № 8. који важе и за носаче правоуганог пресека, претпостављајући да одстојање  $X_0$  не буде веће од дебљине плоче до дакле, да неутрални слој не пада изван дебљине плоче. Код пресека облика  $\tau$  имају се разликовати два случаја према томе, да ли *нултна линија* пада у пресек саме плоче, или испод доње ивице плоче (пресек ребра.)

У граничном случају т.ј. кад је  $X_0 =$  дебљини плоче до биће:

$$\sigma_o = \frac{2 M}{b d_o \left( d - \frac{d_o}{3} \right)} \dots \dots \dots (40)$$

и

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \left( d - \frac{d_o}{3} \right)} \dots \dots \dots (41)$$

који се обрасци могу и непосредно да изведу пошто  $\sigma_o \frac{b d_o}{2}$  и  $\sigma_e F_e$  представљају укупно притискујуће

односно истежуће напрезање, а  $\left( d - \frac{d_o}{3} \right)$  представља крак тих сила.

Трећи могући случај био би онда, када неутрални слој пресека ребро.



За овакав случај нападни је моменат сличан ономе одређеном у № 8, дакле

$$1.) M = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} b d o y + \sigma_e Fe (d - X_o)$$

са означењима у сл. 11.

За одредбу трију непознатих количина  $\sigma_o$ ,  $\sigma_u$  и  $\sigma_e$  могу се поставити ове условне једначине:

$$2.) \frac{\sigma_o}{\sigma_u} = \frac{X_o}{X_o - d_o}$$

$$3.) \frac{\sigma_e}{\sigma_o} = \frac{d - X_o}{X_o} n$$

$$4.) \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} b d o = \sigma_e Fe$$

Непознато одстојање у (сл. 11.) може се међутим да одреди из једначине за одстојање тежишта трапеза за притисак од горње ивице по обр.

$$5.) X_o - y = \frac{d_o \sigma_o + 2\sigma_u}{3 \sigma_o + \sigma_u}$$

Из једнач. 2.), 3.) и 4.), добија се за одстојање (неутралног слоја) *неутралне осе* од горње ивице:

$$X_o = \frac{n Fe \cdot d + \frac{b d o^2}{2}}{n Fe + b d o} \dots \dots \dots (42)$$

а сменом  $\sigma_o$  из једнач. 2.) у једнач. 5.) добија се;

$$y = X_o - \frac{d_o}{2} + \frac{b d o^2}{6(2 X_o - d_o)} \dots \dots \dots (43)$$

и напоследку из једначине 1.) и 4.) добија се за *истезуће напрезање у гвожђу*:

$$\sigma_e = \frac{M}{Fe (d - X_o + y)} \dots \dots \dots (44)$$

а по томе из једнач. 3.) за *притискујуће напрезање у бетону*.

$$\sigma_o = \sigma_e \frac{X_o}{n (d - X_o)} \dots \dots \dots (45)$$

И у овом случају, помоћу једнач. (25) и (24), може да се одреди *приближна висина носача d* и *потребан пресек гвожђа Fe* и то са довољном приближношћу, те да се дуготрајно пробање избегне, када се за d и Fe унапред узму извесне вредности.

Смичућа напрезања која се појављују при савијању у самоме ребру биће нарочито велика, пошто она дејствује на његову незнатну ширину.

Задржавајући ранија означења, којима сада треба додати још *b*, *ширину ребра*, из једначине (28) и (29) биће:

$$\tau = \frac{3A}{(3d - X_o) b_1} n$$

$$\tau' = \frac{3A}{(3d - X_o) U} = \frac{b_1 \tau}{U}$$

Пошто ће сада  $b_1$  у сравнењу са A бити у толико мање, у колико је ширина појаса  $b$  већа узета, то по правилу ширина ребра  $b_1$  неће бити довољна да прими смичућа напрезања јер ова ширина зависи од облика, величине и броја гвоздених шипака. Због тога ће у већини случајева бити нужно, као што је то већ напоменуто раније *да се* један део арматуре, која није потребна за пријем момента савијања, превије под  $45^\circ$  и то превијање отпочети на месту, где смичуће напрезање у унутрашњости ребра достиже своју највећу дозвољену вредност. У сваком даном случају нужно је ради ове цели, додати и нарочите косе шипке са довољно дугачким хоризонталним крајевима. Ако се дозвољена вредност означи са  $\tau'$  (по пруском пропису  $4,5 \text{ кг/см}^2$ ) и ако се добије  $\tau > \tau'$ , то мора на означеном месту највећа смичућа сила бити  $= \frac{A \tau'}{\tau}$ .

Из овог услова добија се одстојање  $\xi$  дотичног места од краја носача (од средине ослонца). Ако је нпр. носач са  $p$  кг/м оптерећен биће

$$\xi = \frac{A - V}{p}$$

Величина попречног пресека савијених шипака под  $45^\circ$  има да се одреди из *истезуће силе Z*, коју има да прими на себе овај пресек. Ова истезућа сила износи;

$$Z = \frac{(\tau - \tau') \xi \cdot b_1}{2 \cos 45^\circ} = 0,71 (\tau - \tau') \xi b_1$$

Ако је савијено  $n$  шипака свака са пресеком  $fe'$ , то је напрезање на истезање за сваку шипку

$$\sigma_z = \frac{Z}{n \cdot fe'}$$

Са овим се завршује ово рачунање и оно представља једну засебну целину.

При овој изради служио сам се овим делима: Grundzüge für die statische Berechnung der Beton und Eisenbetonbauten von M' Koenen.

Der Eisenbeton von Dr Jng. Rndolf Saliger. Vorlesungen über Statik der Bauconskruktionen und Festigkeitslehre von Georg Christoph Mehrrens.

21. Маја 1907 год.

Враћа

Свет. Јовановић  
виши инжењер



# САДРЖАЈ

Стручног додатка Српског Техничког Листа за годину 1907 — XVIII.

Контролни статички пројачун моста преко Моравице у Ивањици графичким путем од М. Турудића . . . . .	стр. 1.
Прилог за обележавање кружних лукова на терену. Мих. В. Илић инжењер Српске Моравке Живојин Димитријевић . . . . .	стр. 13.
Одређивање димензија плоча и ребрастих носача. Прилог теорији армираног бетона. F. Adutt. ing. превео К. Б. . . . .	стр. 15.
Нов образац за одређивање јачине свода у темену. М. Davidesco превео Нестор Манојловић . . . . .	стр. 19.
Одређивање јачине звожђа у једнострано оптерећеној греди од ојачаног бетона . . . . .	стр. 22.
Дејство дилатације код ојачаног бетона . . . . .	стр. 25.
Графичка метода за одређивање цене сатног kilowatta (Génie Civil) Влад. С. Марковић инжењер . . . . .	стр. 26.
Раније паљење и време трајања експлозије код мотора са експлозијом. (Génie Civil). Влад. С. Марковић . . . . .	стр. 26.
Плоче од ојачаног бетона. Нестор Манојловић . . . . .	стр. 28.
Примена утицајних линија на статичко рачунање подужних и попречних носача код железничких и друмских гвоздених мостова од М. Турудића ванр. проф. Универзитета . . . . .	стр. 30.
Тахиметар Sanguet-ов. Ђура Љочић привр. инспектор Железничке Дирекције . . . . .	стр. 33.
Утврђење Моравиних обала више железничког моста код Ђуприје. Ј. П. Зрнић . . . . .	стр. 40.
Батал-Цамија и дом за Народно Представништво. Д. Леко . . . . .	стр. 43.
Основи за статичко рачунање конструкција од бетона и ојачаног (армираног) бетона. Св. Јовановић в. инжењер . . . . .	стр. 46.
	стр. 52—65.

## ПРИЛОЖЕНИ ЦРТЕЖИ

1. Ивањички мост. — Утицајне линије.
  2. Ивањички мост. — Моменат просте греде.
  3. Ивањички мост. — Линије притисака,
  4. Обележавање кружних лукова на терену.
  5. Српске Моравке (двогуби Лист.)
  6. Утицајне линије за рачунање попречних и подужних носача.
  7. Осигурање Моравиних обала више желез моста код Ђуприје. (двогуби Лист)
  8. Ситуациони план за дом Народ. Представништва утврђен у Мин. Грађевина.
  9. Скица за ситуирање јавних грађевина на тргу Св. Марка.
  10. Статичко рачунање конструкција од бетона и ојачаног бетона.
- Клишеји: 15. слика штампаних у тексту . . . . . 872 см<sup>2</sup>.

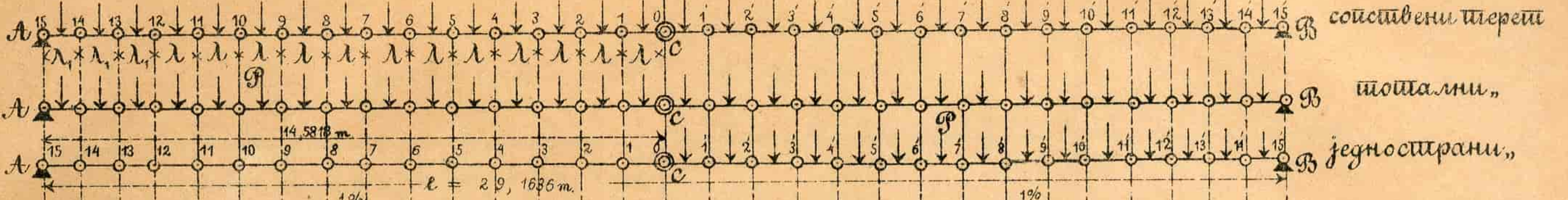


# Цвањички мост

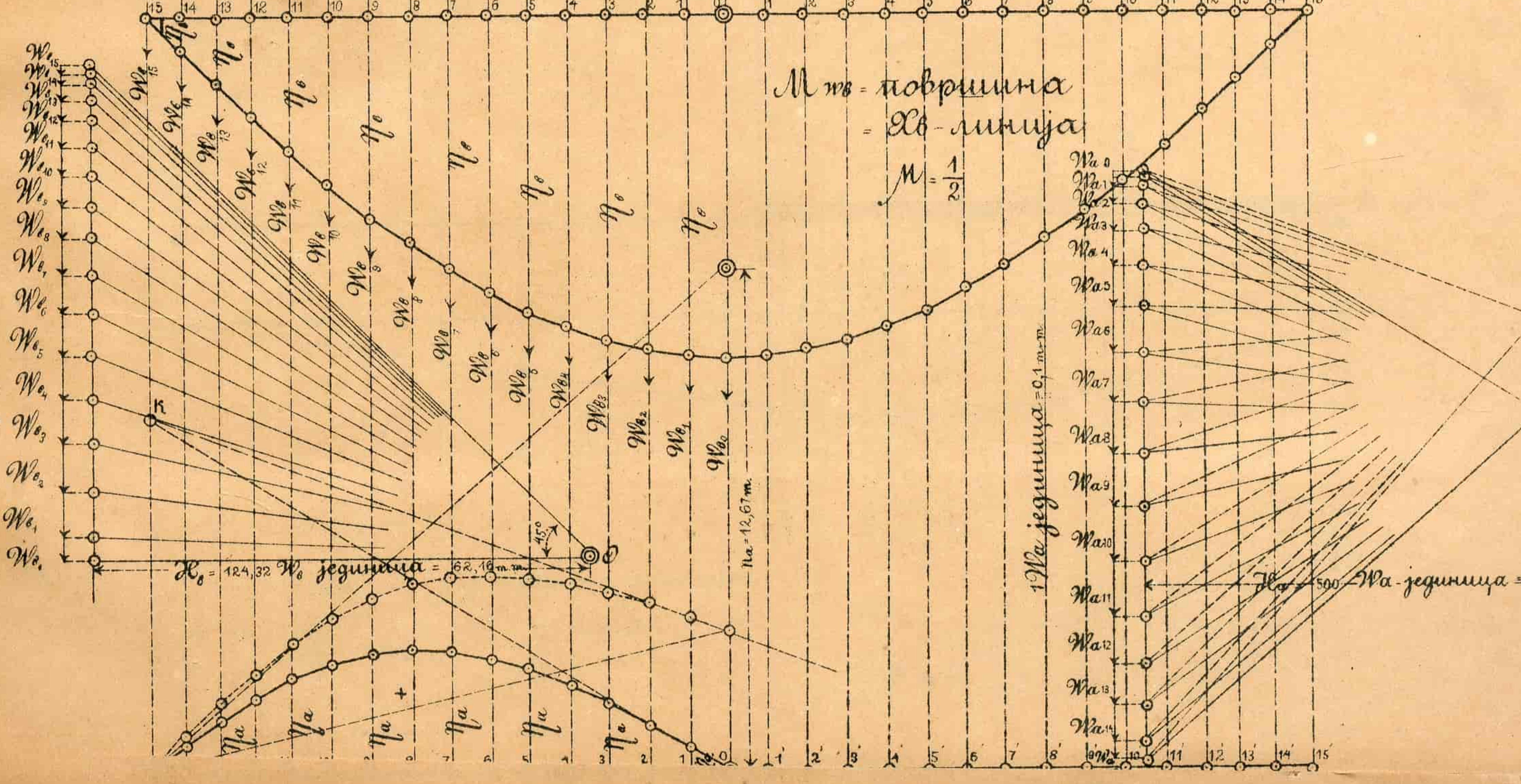
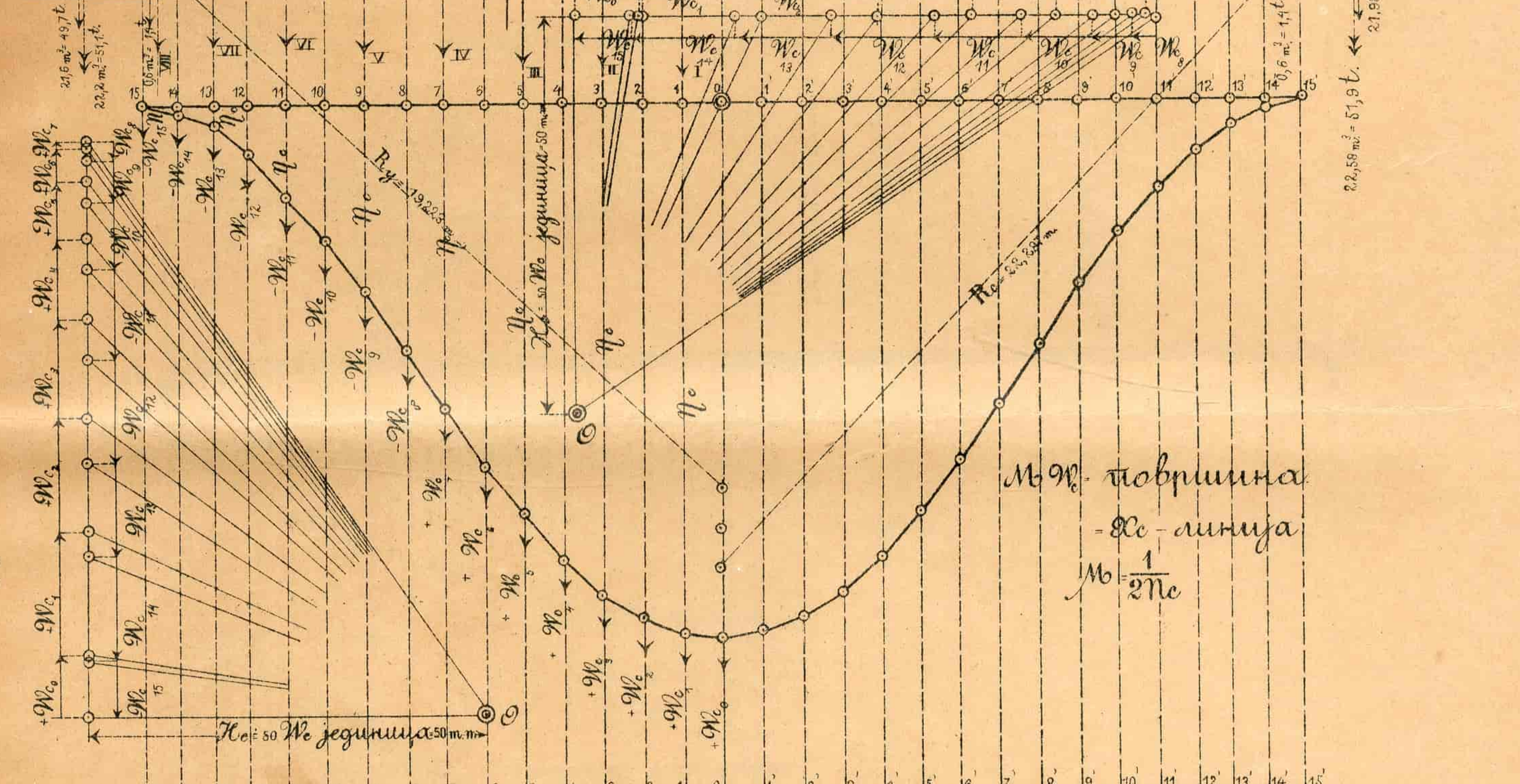
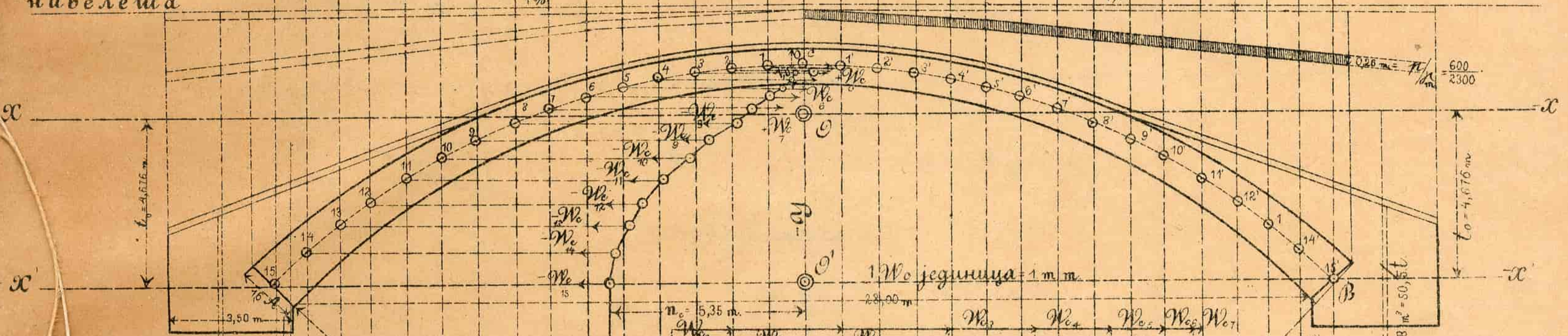
ушњајне линије

размера 1:200 за дужине

$\lambda_1 = 0,3606 \text{ m}$   
 $\lambda = 1,00 \text{ m}$



нивелета







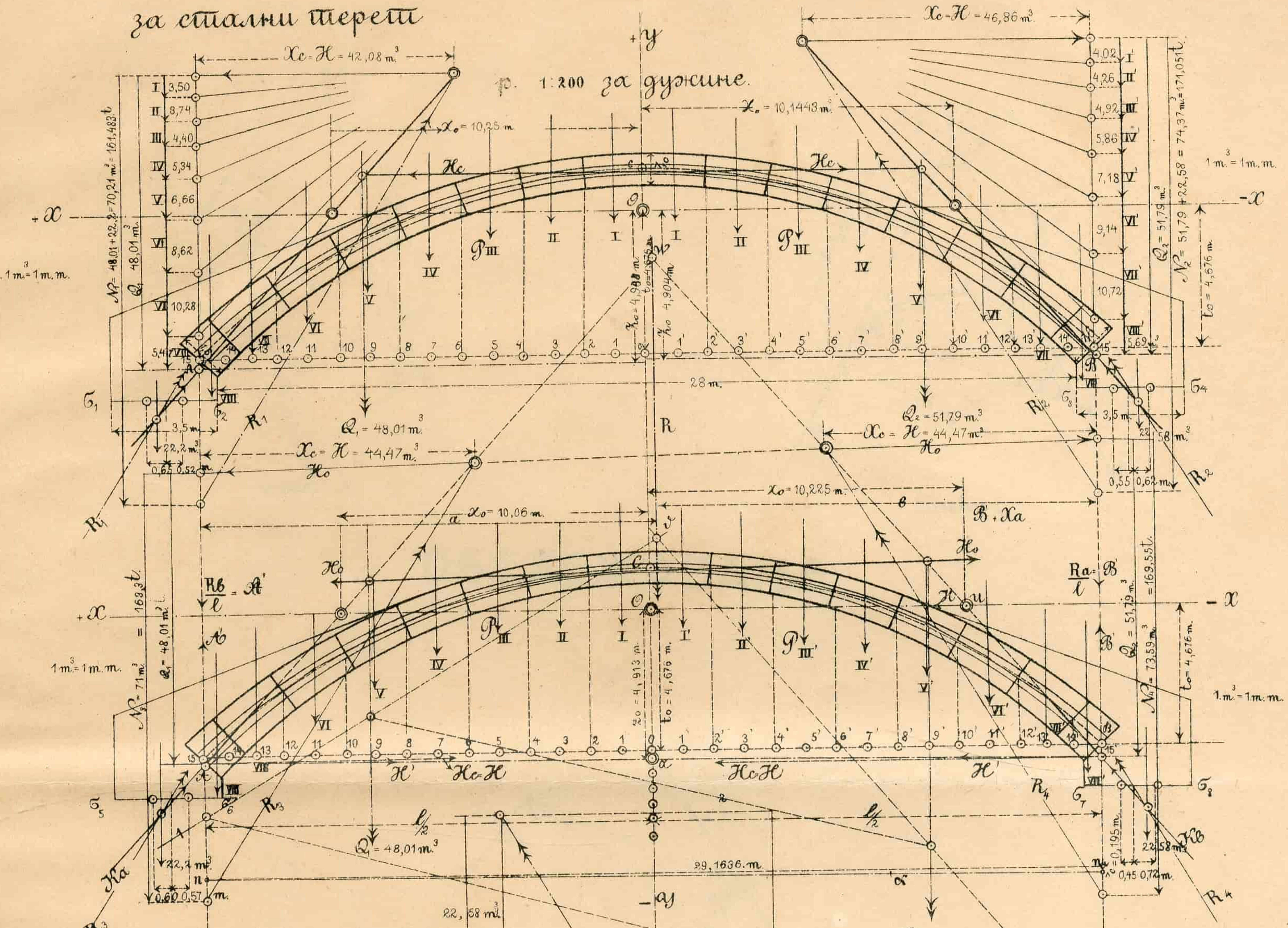


# Ивањички мост

линије притисака

за поштални терети

за стални терети



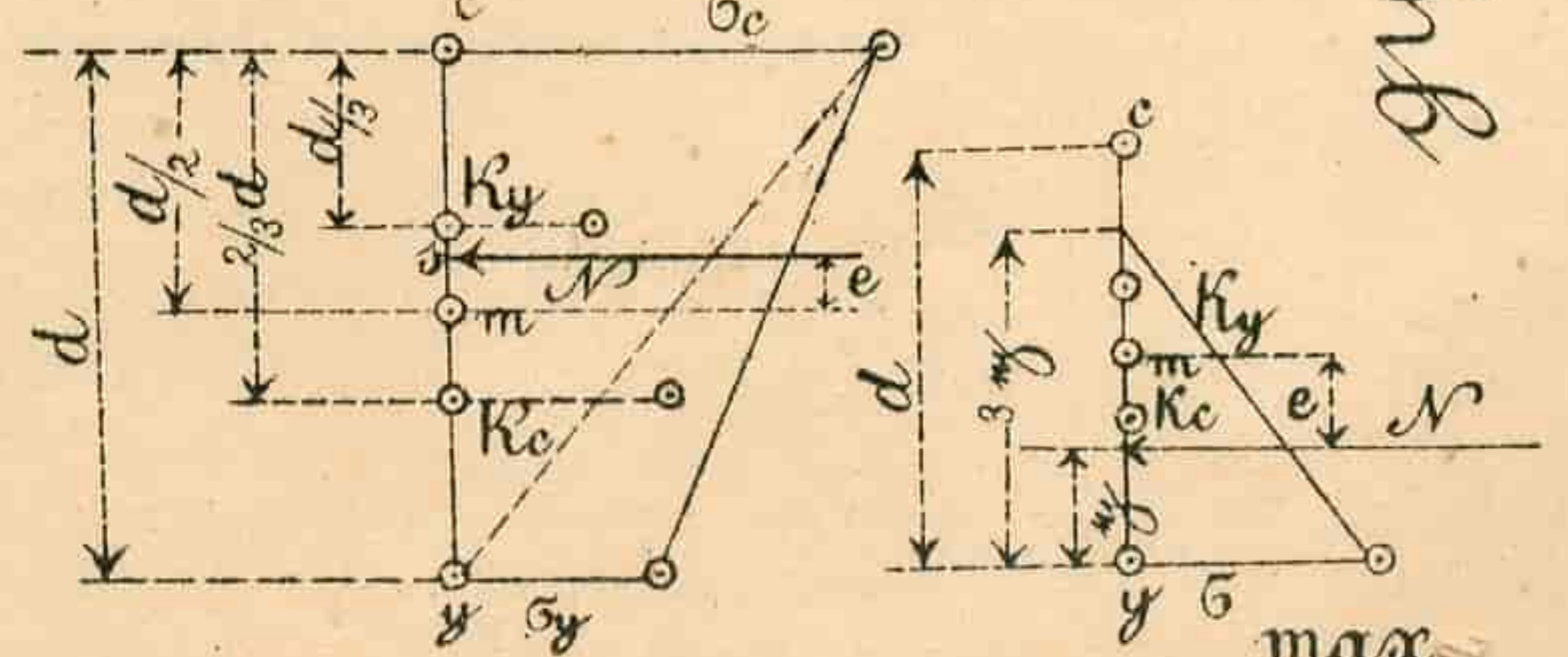
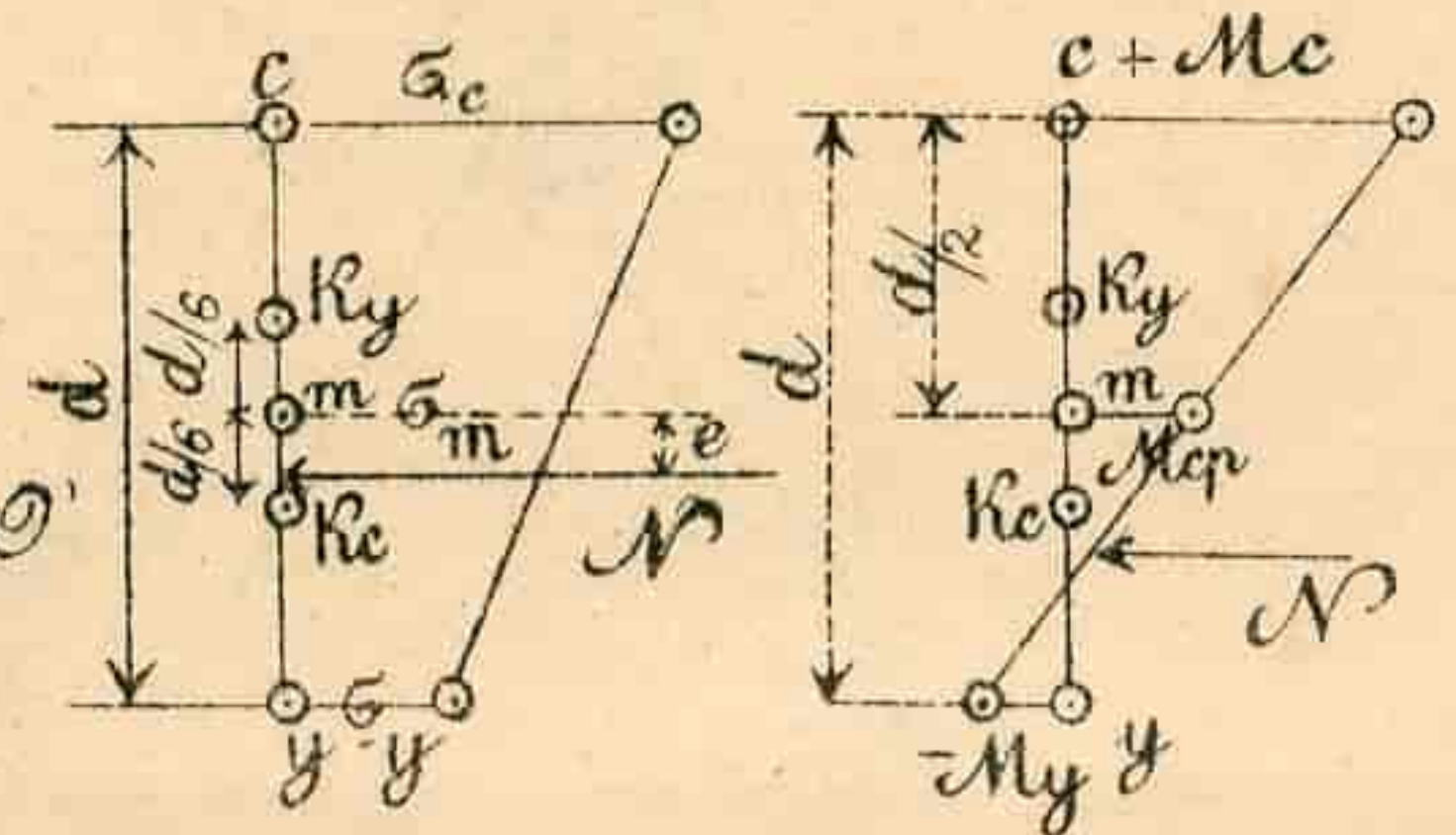
за једнострано

оштерење

$1 m^2 = 1 m.m.$   
 $1 m^3 \text{ гига} = 2300 \text{ ку} = 2,3 \text{ т.}$

$$W = \frac{1.35^2}{6} = \frac{100.350^2}{6} = 2041666 \text{ cm}^3$$

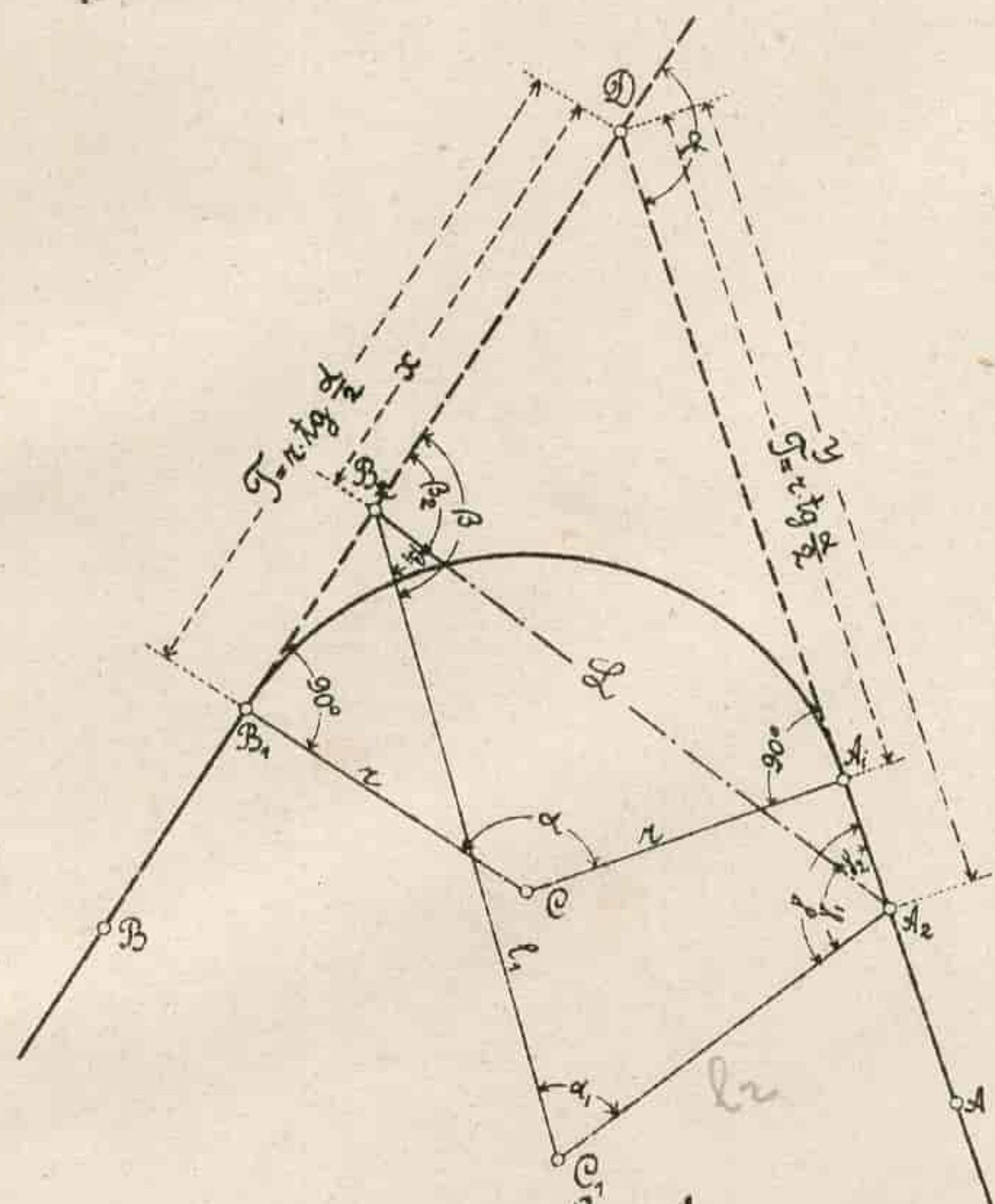
$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{N_2}{W}$$



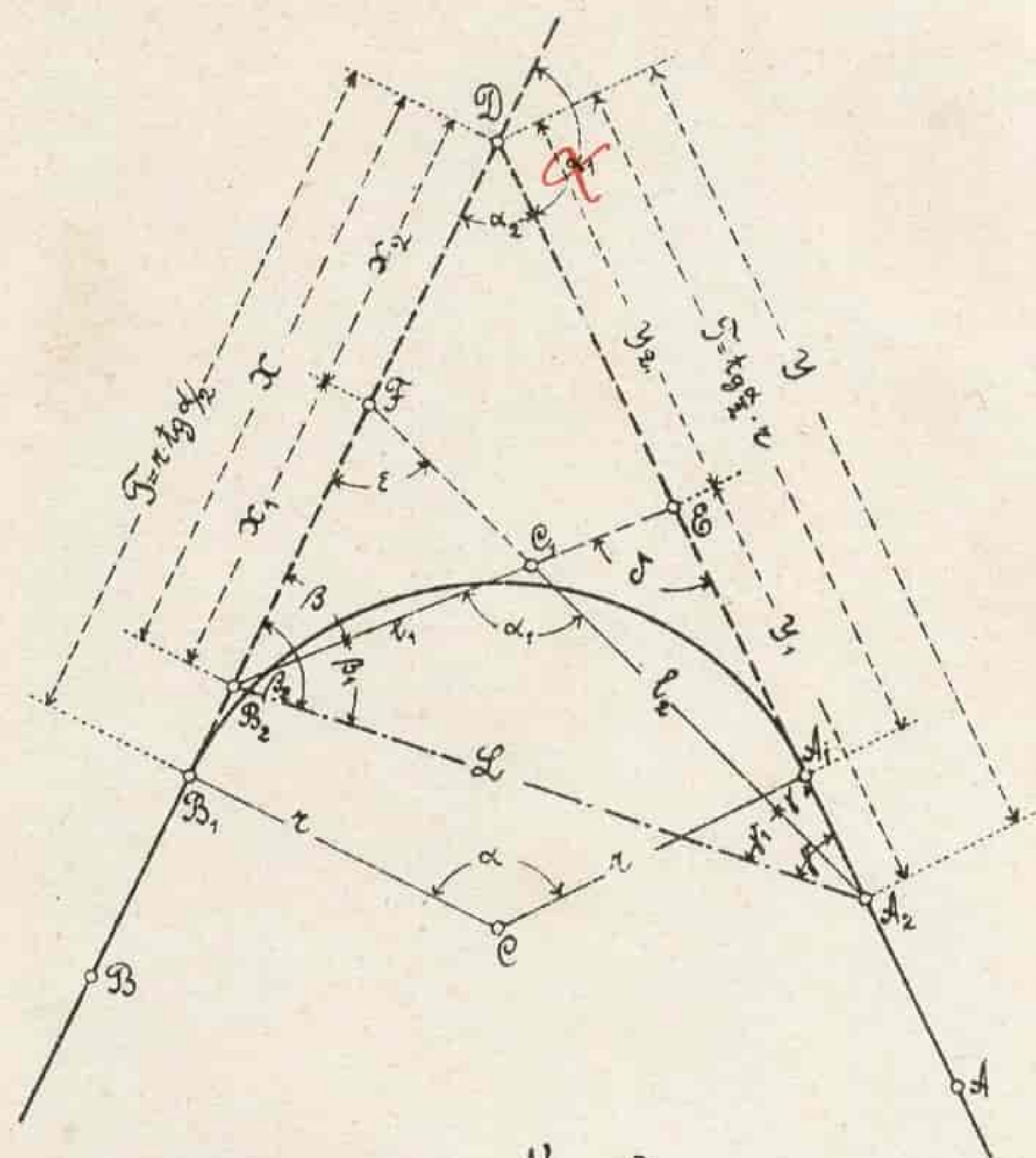
гигаграм

М. Пурџић



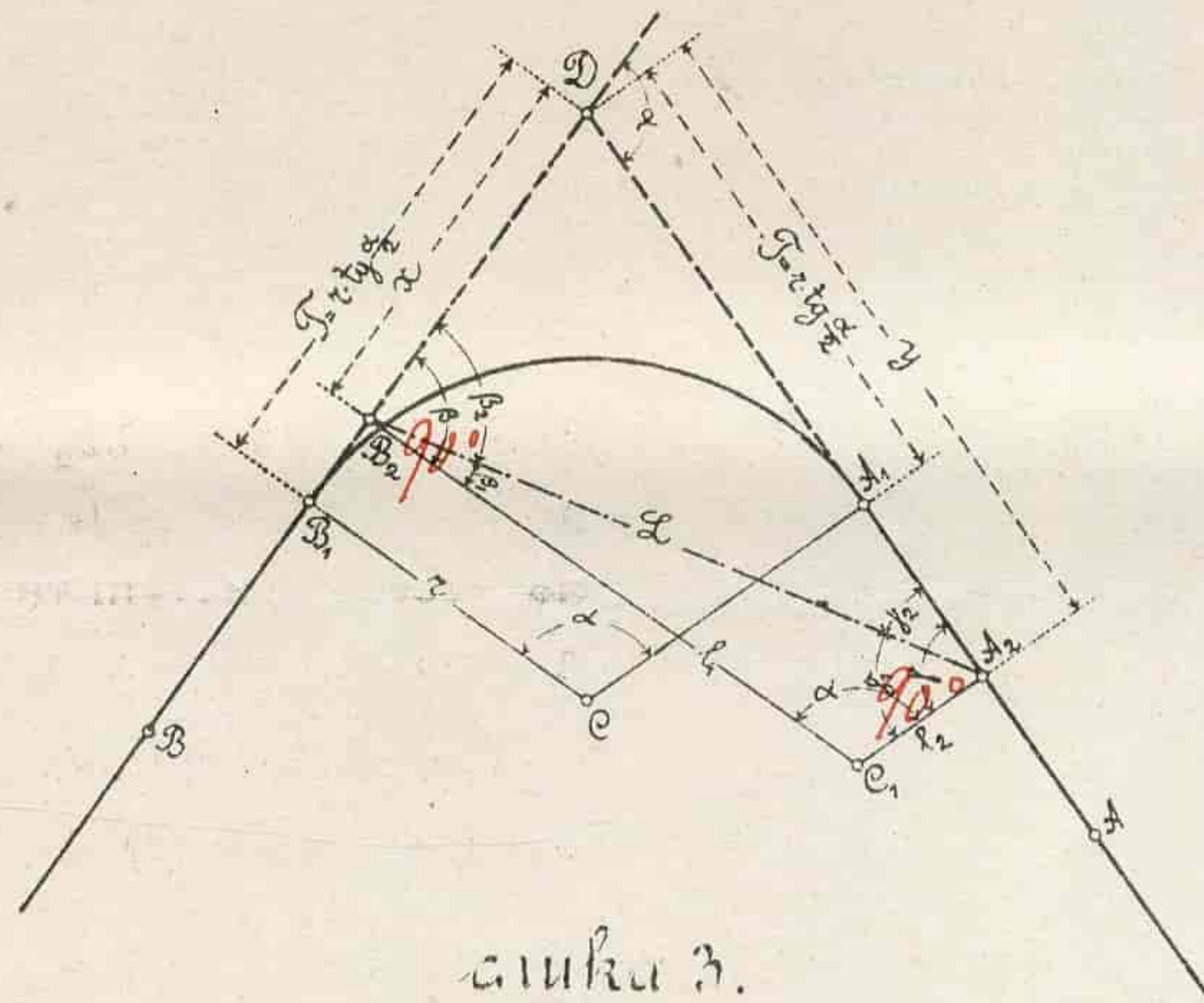


слика 1.



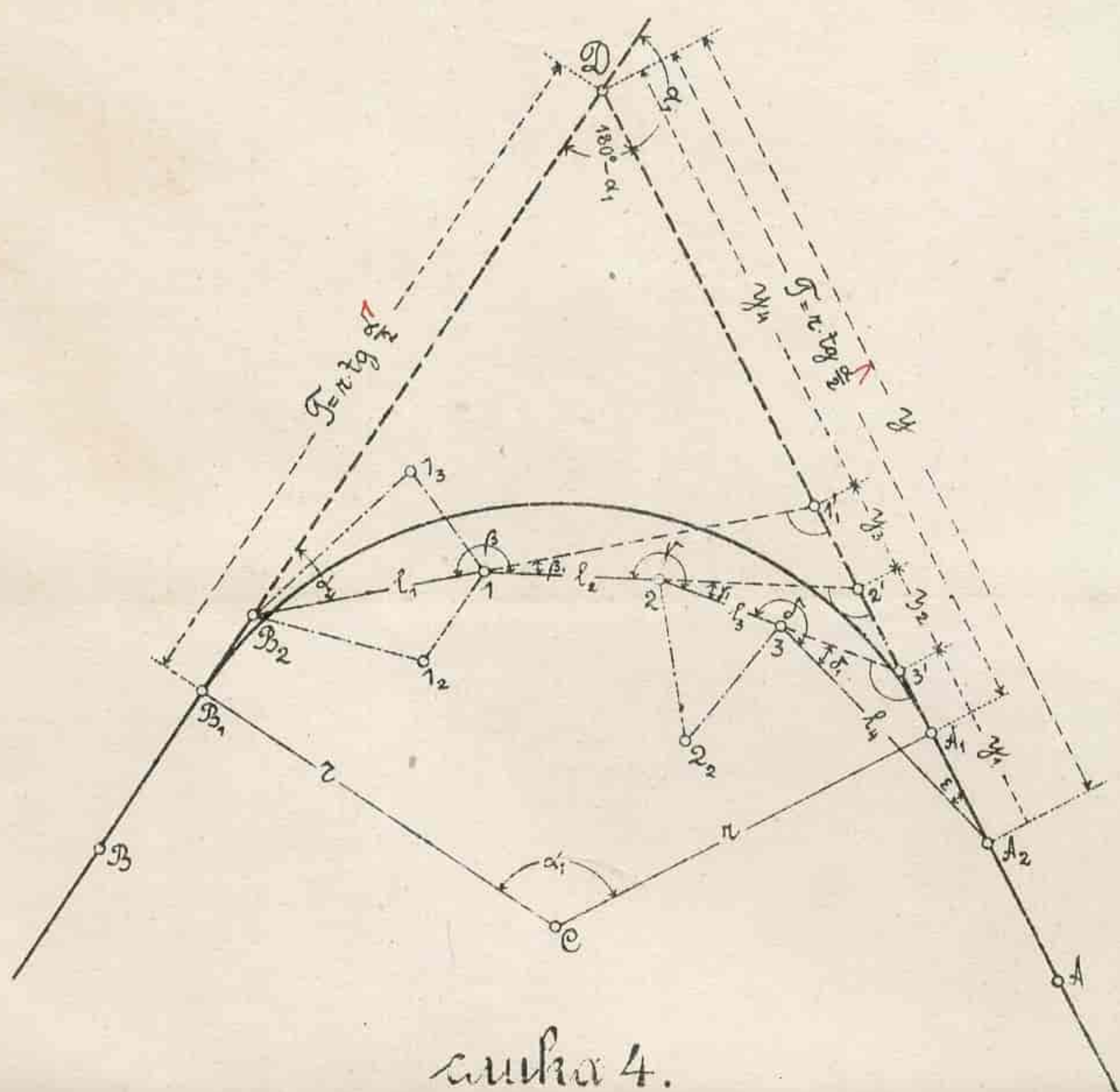
слика 2.

### ОБЕЛЕЖАВАЊЕ

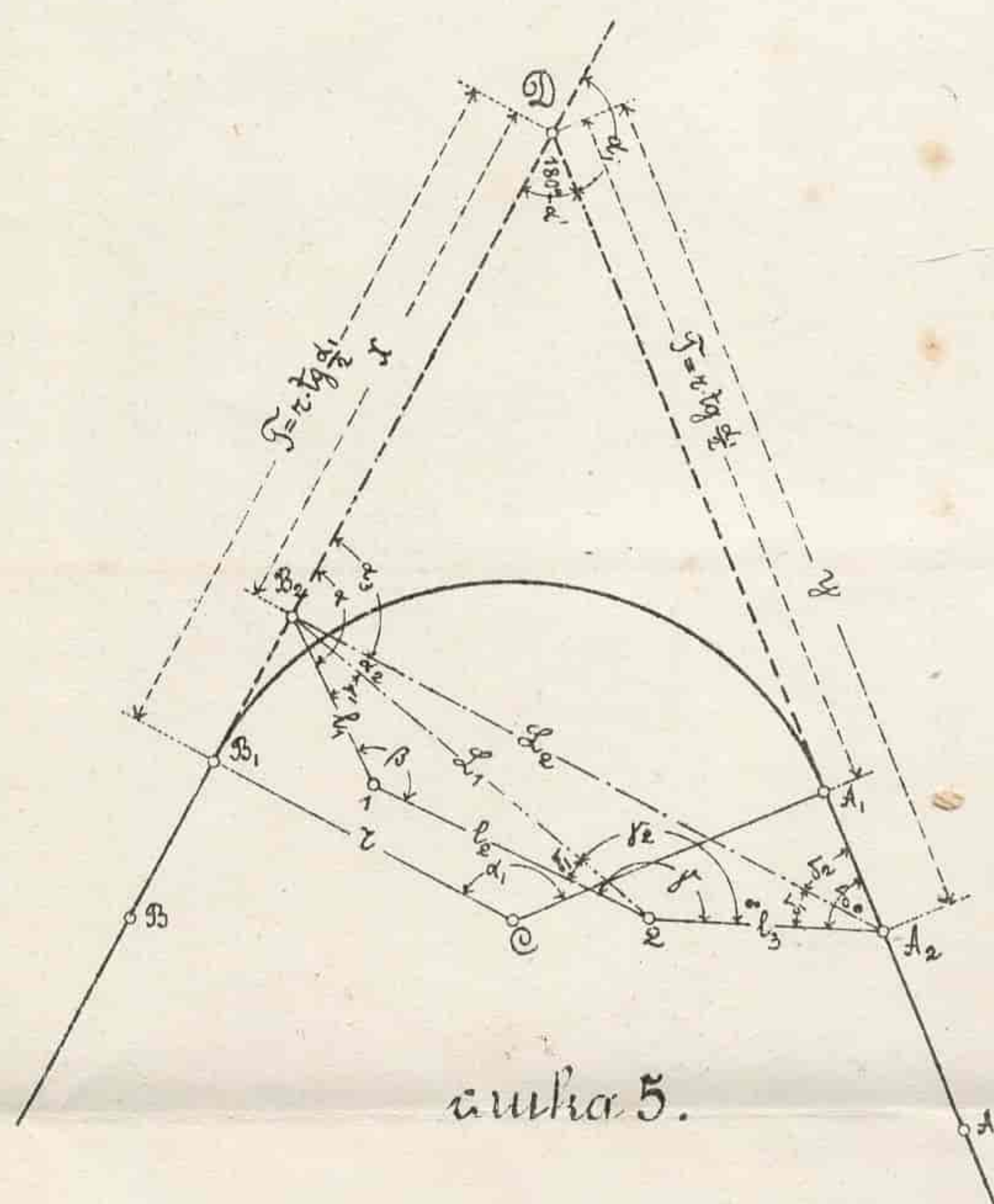


слика 3.

### КРУЖНИХ ЛУКОВА НА ТЕРЕНУ.



слика 4.



слика 5.

18. новембра 1906. год.  
у Обреновцу.

Михаил В. Илић,  
инжењер.