

СРПСКИ ТЕХНИЧКИ ЛИСТ

ОРГАН УДРУЖЕЊА СРПСКИХ ИНЖЕЊЕРА И АРХИТЕКТА

УРЕДИЛИ:

Душан Божић
инжењер Канализационог Одсека

Павле Димић
в. инжењер Министарства Грађевина

ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ

Одредба величине и положаја максималног повијања код простих носача са константним пресеком.

(Са 1 листом слика)

I. Непосредно оптерећење

Претпоставимо да нам је дат носач распона $AB = l$ у сл. 1, оптерећен вертикалном силом P . Нападна тачка C силе P , нека је удаљена од ослонца A и B за количине a односно b , где може бити: $a > b$, $a < b$ и $a = b$.

Постављен задак можемо решити аналитичким или графичким путем, како нам је у појединим случајевима подесније. Оба решења излазе из познатог Моровог става, по коме је повијање δ , у повољном пресеку носача дато једначином 1) $\delta = \frac{(M)}{E \cdot J}$ у којој нам (M) означаје моменат изазват моментном површином, као површином оптерећења или тако звани други моменат у односу на посматрани пресек носача, E модуо еластичности а J моменат лењивости пресека дотичног носача.

Моментну површину носача за дато оптерећење одређујемо познатим начином графички или аналитички, а потом и (M) .

Оптерећење носача може бити једнако подељено, концентрисане силе или комбиновано, посредно или непосредно. За све те случајеве при константном пресеку, важиће једначина 1.) помоћу које можемо одредити повијање δ у повољној тачки носача, а тиме и саму линију повијања (еластичну линију), што ћемо на следећем простом примеру показати.

A. Аналитичка метода.

С обзиром на сл. 1. имамо реакције:

$$A = \frac{P \cdot b}{l} \text{ и } B = \frac{P \cdot a}{l}$$

Отуда, моменат у тачки C , изазват теретом P , биће дат једначином:

$$M_c = A \cdot a = \frac{P \cdot b}{l} \cdot a = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$$

Пренесимо у сл. 3. у повољној размери за момените од осе носача $A_1 B_1$ а у вертикали кроз тачку C , у којој напада терет P , нађени моменат

$$M_c = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$$

па нам тад троугао $A_1 B_1 D_1 = F$ преставља моментну површину носача за дато оптерећење.

Нека је S тежиште троугла $A_1 B_1 D_1$ а његова површина F , па је

$$2.) F = \frac{1}{2} M_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{P \cdot a \cdot b}{2l}$$

Означимо са f_1 и f_2 површине троуглова $A_1 C_1 D_1$ и $B_1 C_1 D_1$ а са s_1 s_2 њихова тежишта па је:

$$f_1 = \frac{a}{2} M_c = \frac{a}{2} \cdot \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{P \cdot a^2 \cdot b}{2l}$$

$$f_2 = \frac{b}{2} M_c = \frac{b}{2} \cdot \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{P \cdot b^2 \cdot a}{2l}$$

Реакција A_1 изазвата у тачци A_1 сл. 3.) моментном површином, као површином оптерећења, добија се из једначине :

$$A_1 l - f_1 \left(b + \frac{1}{3} a \right) - f_1 \cdot \frac{2}{3} b = 0. \text{ или}$$

$$\begin{aligned} 3.) A_1 &= \frac{f_1 \left(b + \frac{1}{3} a \right) + \frac{2}{3} f_1 b}{l} \\ &= f_1 \frac{(3b + a) + 2fb}{3l} = \\ &= \frac{P a^2 b}{2l} (3b + a) + \frac{2 P b^2 a}{2l} b = \\ &= \frac{P a b}{2l} \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right) \end{aligned}$$

Сасвим аналого, нашли би, да је реакција :

$$B_1 = \frac{P a b}{2l} \left(\frac{b^2 + 2a^2 + 3ab}{3l} \right)$$

До реакције A_1 можемо доћи и из једначине: $A_1 l - F x_2 = 0$, из које следује :

$$4.) A_1 = \frac{F x_2}{l} = \frac{P a b}{2l} x_2 = \frac{P a b}{2l} x_2,$$

аналого је :

$$B_1 = \frac{P a b}{2l} x_1$$

Из последњих једначина 3) и 4) излази :

$$\frac{P a b}{2l} \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right) = \frac{P a b}{2l} x_2$$

а одавде :

$$5.) x_2 = \frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l}$$

и аналого :

$$x_1 = \frac{b^2 + 2a^2 + 3ab}{3l}$$

Са x_2 и x_1 изражено је хоризонтално одстојање тежишта S , моментне површине $A_1 B_1 D_1 = F$, од ослоња B_1 и A_1 сл. 3.

За случај, да је оптерећење носача симетрично, у односу на вертикалу кроз његову средину, била би и моментна површина симетрична, у односу на исту вертикалу. Максимално повијање δ_{max} јављало би се тад увек у средини носача.

При несиметричном оптерећењу, какво смо ми претпоставили, положај максималног повијања мора се нарочито одредити и то на следећи начин. Кад смо према једначини 3) нашли реакцију A_1 , онда ће за случај $a > b$ бити δ_{max} , на оном одстојању x од ослоња A_1 , на коме је трансверзална сила оптерећења моментном површином $A_1 B_1 D_1$ сл. 3. равна нули.

За тај пресек x , биће трансверзална сила :

$$6.) A_1 - \frac{x y}{2} = 0,$$

или :

$$\frac{x y}{2} = A_1$$

односно: 7.) $x y = 2 A_1$. Сем тога је из сл. 3:

$$8.) \frac{y}{x} = \frac{M c}{a}$$

Решењем једначина 7) и 8) добијамо да је :

$$\begin{aligned} 9.) x &= \sqrt{\frac{2 A_1 a}{M c}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 P a b}{2l} \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right) \frac{a}{M c}} = \\ &= \sqrt{\frac{P a b}{l} \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right) \frac{a}{P a b}} = \\ &= \sqrt{a \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right)} \end{aligned}$$

Собзиром на једначину 5) биће :

$$10.) x = \sqrt{a \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right)} = \sqrt{a \cdot x_2}$$

отуда $x' = l - x$, и количина:

$$\begin{aligned} 11.) y &= \frac{M c}{a} x = \frac{M c}{a} \sqrt{a \cdot x_2} = \\ &= \frac{P a b}{l a} \sqrt{a \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right)} = \\ &= \frac{P b}{l} \sqrt{a \left(\frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} \right)} = \\ &= \frac{P b}{l} \sqrt{a x_2} = \frac{P b}{l} x \end{aligned}$$

Кад смо помоћу једначина 10) и 11) нашли x , и y , онда је други моменат изазват моментном површином, за пресек у одстојању x од ослоња A_1 дат једначином :

$$12.) (M x) = A_1 \cdot x - \frac{x y}{2} \cdot \frac{x}{3} = A_1 x - \frac{x^2 y}{6}$$

из које, по замени вредности за A_1 из једначине 3) односно 4), за x из једначине 10) и за y из једначине 11), добијамо у крајњем резултату :

$$13.) (M x) = \frac{P a b}{3l} \sqrt{a \cdot x_2^3},$$

где је :

$$x_2 = \frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l}$$

Кад имамо $(M x)$ т.ј. други моменат изазват моментном површином, за место где је максимално повијање носача, онда је то максимално пови-

јање с обзиром на једначину 1) изражено следећом једначином :

$$14.) \delta_{\max} = \frac{(Mx)}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{Pab}{3l} \sqrt{a \cdot x_2^3} = \\ = \frac{Pab}{3EJl} \sqrt{a \cdot x_2^3} \quad \text{за } a > b$$

Образац 14) са свим је прост, јер се x_2 може лако одредити по обрасцу 5), односно, та се количина може лако и конструисати, она нам означаје хоризонтално удаљење тежишта S, моментне површине F, од вертикале кроз ослонац B_1 сл. 3,

За обрнут случај, т. ј. за $a < b$, имали би све образце сличне горњим. У последњим би обрасцима свуда дошло б место а, место x_2 дошло би x_1 и место x имали би x' и т. д. У крајњем резултату било би тад :

$$15.) \delta_{\max} = \frac{Pab}{3EJl} \sqrt{b \cdot x_1^3} \\ \text{где је } x_1 = \frac{b^2 + 2a^2 + 3ab}{3l}$$

хоризонтално удаљење тежишта S, моментне површине F сл. 3. од ослонца A_1 .

На послетку за $a = b = \frac{l}{2}$ т. ј. ако би сила P дошла у средину греде, било би тад :

$$x_2 = x_1 = \frac{l}{2}$$

По замени овог, у једначину 14) односно 15) добили би познати образац :

$$16. \delta_{\max} = \frac{P \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2}}{3EJl} \sqrt{\frac{l}{2} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^3} = \frac{Pl^3}{48EJ}$$

Повијање под самим теретом P биће :

$$\delta_c = \frac{(Mc)}{EJ} = \frac{1}{EJ} (Mc),$$

где је (Mc) други моменат изазват моментном површином т. ј.

$$(Mc) = A_1 a - f_1 \cdot \frac{1}{3} a = \frac{Pab}{2l} x_2 \cdot a - \\ - \frac{Pa^2b}{2l} \cdot \frac{1}{3} a = \frac{3Pa^2b x_2 - Pa^3b}{6l} = \\ = \frac{Pa^2b}{6l} \left(3 \frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} - a \right) = \\ = \frac{Pa^2b}{6l} \frac{3a^2 + 6b^2 + 9ab - 3al}{3l} =$$

$$\frac{Pa^2b}{18l^2} [(3a^2 + 6b^2 + 9ab - 3a(a+b))] =$$

$$\frac{Pa^2b}{18l^2} [(3a^2 + 6b^2 + 9ab - 3a^2 - 3ab)] =$$

$$\frac{Pa^2b}{18(a+b)^2} (6b^2 + 6ab) = \frac{Pa^2b^3 + Pa^3b^2}{3(a+b)^2} = \\ = \frac{Pa^2b^2(a+b)}{3(a+b)^2} = \frac{Pa^2b^2}{3(a+b)} = \frac{Pa^2b^2}{3l}$$

или :

$$17) \delta_c = \frac{(Mc)}{EJ} = \frac{Pa^2b^2}{3lEJ},$$

које је повијање мање од оног по обрасцу 14).

До истих резултата односно повијања долазимо, помоћу парцијалних момената, моментних површина, с обе стране замишљеног пресека на носачу, образованих за вертикале кроз ослонац A_1 и B_1 .

Замислимо да имамо на једном крају узидан а на другом слободан носач опет са константним пресеком сл. 7.; са свим све једно, да ли је носач узидан хоризонтално, или под извесним углом према хоризонту. Носач може бити произвољно оптерећен, но ми ћемо у нашим посматрањима замислити, да је носач изложен дејству једне силе P_1 , која напада у слободном крају његовом. За такво оптерећење, биће моментна површина шрафирани троугао сл. 6. Највеће повијање δ јавиће се за узето оптерећење у слободном крају носача, т. ј. испод силе P_1 . Ово повијање дато је према Моровом ставу једначином :

$$18) \delta = \frac{(Ma)}{EJ},$$

у којој нам количина (Ma) преставља моменат моментне површине, за место где се повијање тражи, т. ј. за вертикалу кроз слободни крај греде; E модуло еластичности за материјал од кога је греда, а J моменат лењивости пресека греде, који је по претпоставци константан.

Образац 18 може се непосредно применити и на одредбу повијања греде подупрте у два тачкама, сл. 1—6. Нека је за греду A B односно $A_3 B_3$ конструисана на буди који начин линија повијања, за дато, у осталом повољно оптерећење силом P, па ће повијање δ_c , у вертикали кроз нападну тачку силе P, бити одређено ординатом $C_2 D_2$ линије повијања. Замислимо, да смо греду $A_3 B_3$, по свршеном повијању узидали у вертикали $C_2 D_2$. За тај случај, моћи ћемо тангенту $T_1 T_2$ сл. 6., повучену на линију повијања у тачци D_2 , сматрати као носач чији се крајеви савијају под утицајем спољних сила дејствујућих лево и десно од места узиђивања, рачунајући у те силе и реакције. Повијања у вертикалама кроз ослонац нека су: δ_a и δ_b сл. 6., па ћемо као што се из слике види, имати ове односе :

$$m : n = l : b, \quad m = n \frac{l}{b}, \quad n = m \frac{b}{l},$$

$m = \delta_a - \delta_b$, $n = \delta_c - \delta_d$ сем тога је повијање у вертикали кроз C из слике :

$$\begin{aligned}
 19) \delta_c &= \delta_b + \delta_a = \delta_b + m \cdot \frac{b}{l} = \delta_b + (\delta_a - \delta_b) \frac{b}{l} = \\
 &= \frac{l\delta_b + b\delta_a - b\delta_b}{l} = \\
 &= \frac{l\delta_b + (l-a)\delta_a - (l-a)\delta_b}{l} = \\
 &= \frac{l\delta_a - a\delta_a + a\delta_b}{l} = \frac{(l-a)\delta_a - a\delta_b}{l} = \\
 &= \frac{b\delta_a + a\delta_b}{l} = \frac{b\delta_a}{l} + \frac{a\delta_b}{l},
 \end{aligned}$$

јер је: $l - a = b$

Према једначини 18), очевидно је:

$$20) \delta_a = \frac{(Ma)}{EJ} \quad \text{и} \quad 21) \delta_b = \frac{(Mb)}{EJ},$$

што замењено у 19) даје:

$$22) \delta_c = b \frac{(Ma)}{EJl} + a \frac{(Mb)}{EJl} = \frac{b(Ma) + a(Mb)}{EJl}$$

У једначинама 20—22), количине (Ma) и (Mb) представљају нам моменте моментних површина, лево и десно од пресека $C_1 D_1$ односно $C_2 D_2$, за вертикале кроз ослоње (сл. 1—6). С обзиром на оптерећени носач (сл. 1—3) биће:

$$23) (Ma) = (\triangle A_1 C_1 D_1) x_a = F_a \cdot x_a \quad \text{и}$$

$$24) (Mb) = (\triangle B_1 C_1 D_1) x_b = F_b \cdot x_b.$$

У последњим једначинама 23) и 24), представљају нам количине: F_a и F_b моментне површине лево и десно од посматраног пресека за који се повијање δ_c тражи, x_a и x_b хоризонтална остојања тежишта тих површина, од вертикала кроз ослоње носача. Према изложеном, може се образац 22) и овако написати:

$$25) \delta_c = \frac{b(Ma) + a(Mb)}{EJl} = \frac{b \cdot F_a \cdot x_a + a \cdot F_b \cdot x_b}{EJl},$$

који важи у опште за одредбу повијања δ_c , у ма којој тачки носача, за повољно оптерећење. Површине F_a и F_b , као и количине x_a и x_b , могу се у сваком даном случају одредити рачунски или конструктивно, како је кад лакше.

Применом обрасца 25), у стању смо одредити повијање, повољно оптерећеног носача са константним пресеком, и за ма коју тачку његове осовине. Преношењем нађених повијања, од осовине носача нацртаног у размери $\frac{1}{k}$ у вертикалама кроз узете пресеке, добићемо и саму линију повијања у развученој размери. Размера за дужине (апсцисе) и размера за повијања (ординате), различите су.

Крајње тачке свију ордината, лежаће на једној кривој линији — линији повијања (еластичној линији), за посматрани носач и узето оптерећење. Из

те линије, лако је уочити и место максималног повијања, пошто оно има највећу ординату.

За симетрично оптерећење носача, у односу на вертикалу кроз седину његову, биће симетрична и моментна површина, па и линија повијања, у односу на исту вертикалу. Максимално повијање у том случају јавља се у средини распона греде, т. ј. у истом месту, где је и моменат од спољних сила максимум, што није случај за несиметрично оптерећење.

Како је за симетрично оптерећење греде у опште:

$$(Ma) = (Mb) = (M), \quad a = b = \frac{l}{2}, \quad F_a = F_b = F \quad \text{и}$$

$x_a = x_b = x$, добићемо заменом овога у образац 25) за наш случај, да је:

$$26) \delta = \frac{(M)}{EJ} = \frac{F \cdot x}{EJ}.$$

У једначини 26) преставља нам: (M) моменат половине моментне површине, однет на вертикалу кроз један ослонац греде, F половину моментне површине, x хоризонтално остојање тежишта половине моментне површине F , од вертикале кроз ослонац за ту површину.

Лако је доказати, да је из једначине 25), количина:

$$\frac{b(Ma) + a(Mb)}{l} = \frac{b \cdot F_a \cdot x_a + a \cdot F_b \cdot x_b}{l}$$

$= (Mc)$, где је (Mc) моменат изазват моментном површином, у односу на вертикалу кроз пресек S на носачу сл. 1—6), а ево тога доказа:

Према досадањим означањима, имали би, да је за пресек S и моментну површину $A_1 B_1 D_1$, реакција у ослоњу A_1 , одређена једначином:

27) $A_1 l = F_a (l - x_a) + F_b x_b$, у којој је: $F_a = A_1 C_1 D_1$, $F_b = B_1 C_1 D_1$, дакле:

$$28) A_1 = \frac{F_a (l - x_a) + F_b x_b}{l}$$

отуда:

$$\begin{aligned}
 29) (Mc) &= A_1 \cdot a - F_a (a - x_a) = \\
 &= \frac{F_a (l - x_a) + F_b x_b}{l} \cdot a - F_a (a - x_a) = \\
 &= \frac{F_a \cdot l \cdot a - F_a \cdot x_a \cdot a + F_b \cdot x_b \cdot a - F_a \cdot l \cdot a + F_a \cdot x_a \cdot a}{l} = \\
 &= \frac{F_b \cdot x_b \cdot a + F_a \cdot x_a (l - a)}{l} = \\
 &= \frac{F_b \cdot x_b \cdot a + F_a \cdot x_a \cdot b}{l} = \frac{a(Mb) + b(Ma)}{l},
 \end{aligned}$$

јер је: $b(l - a)$, $F_b x_b = (Mb)$ и $F_a x_a = (Ma)$ према једначинама 23) и 24).

Из досадањег излази, да можемо повијање δ у ма ком пресеку носача израчунати из момената мо-

ментних површина лево и десно од пресека, одних на вертикале кроз ослоње A_1 и B_1 или из момента изазвата моментном површином, однег на вертикалу кроз посматрани пресек, како је кад подедније и брже.

За симетрично оптерећење, брже се долази до резултата, ако место другог момента изазватог моментном површином, за вертикалу кроз посматрани пресек, узмемо моменат од половине моментне површине, за вертикалу кроз дотичан ослонац. У том случају отпада рачунање реакције, изазвате моментном површином

При несиметричном оптерећењу, може бити простији час један, час други случај, што зависи од облика моментне површине.

В. Графичка метода.

Замислимо, да смо за посматрани носач АВ сл. 1—6, и дато оптерећење, рачунски одредили моменте у свима пресецима његовим; ако у сваком пресеку повучемо одговарајућу ординату, и на овима пренесемо од осе носача, у повољној размери, моменте, који тим пресецима одговарају, то ће нам добивени полигон, одређен осом носача и крајњим тачкама ордината, одређивати дотичну моментну површину носача. Свака ордината те површине, преставаља нам дакле моменат за пресек кроз ту ординату,

Графичким путем долазимо до моментне површине, помоћу плана сила и верижног полигона. Ако је H полна дистанција у плану сила сл. 2., а у ордината кроз повољан пресек носача, онда је моменат за тај пресек, дат једначином:

$$30.) M = H \cdot y, \text{ из које добијамо:}$$

31.) $y = \frac{M}{H}$ т. ј. ординате моментне површине сразмерне су моментима M , на дотичним местима.

Ако би нам моменти M , у свима пресецима носача били познати, могли би помоћу једначине 31.) израчунати одговарајуће ординате, y , па помоћу њих конструисати верижни полигон $A_1 D_1 B_1$ слика 3.

Према једначини 25), било би повијање δ за пресек узет рецимо кроз тачку C , у носачу АВ сл. 1.) изражен једначином:

$$\delta = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{b(Ma) + a(Mb)}{l}$$

С обзиром на једначину 29), може се последња једначина овако написати:

$$32.) \delta = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{b(Ma) + a(Mb)}{l} = \frac{1}{EJ} (Mc) = \frac{(Mc)}{EJ}$$

Ако је $EJ = H_1$ полна дистанција, биће тада повијање;

$$33.) \delta = \frac{(Mc)}{H_2}$$

Из једначина 31.) и 33.) види се, да се линија повијања (еластична линија), за узети оптерећење носач сл. 1., може графички конструисати као верижни полигон, чије су ординате на сваком месту C : сразмерне другом моменту (Mc) изазватом моментном површином. Тај верижни полигон добијамо ако моментну површину у сл. 3., поделимо у извесан број ламела, чије површине f_1, f_2, f_3, \dots сматрамо као силе, дејствујуће у тежиштима ламела, па за њих конструисамо план сила сл. 4 узимајући повољну размеру за силе. Пол O_1 тога плана сила, морао би обзиром на једначину 31.) имати дистанцију:

34.) $H_1 = EJ$, ако би полна дистанција у слици 2, била: $H = 1$. За случај, да је $H > 1$. биле би ординате у моментне површине сл. 3. а с обзиром на једначину 31), H пута смањене, тога ради морали би полну дистанцију H_1 из једначине 34), узети H пута мању, да би повијања δ остала сразмерна, пошто се смањивањем полне дистанције увећавају ординате у верижном полигону и обратно.

Према досадањем, била би полна дистанција, за полигон (линију повијања):

$$35.) H_1 = \frac{EJ}{H}$$

кад би носач био нацртат у својој природној величини.

Пошто је носач АВ сл. 1—6), обично нацртат у размери $\frac{1}{k}$ т. ј. k пута смањена његова природна величина, добили би пренашањем одговарајућих повијања δ , за поједине пресеке, у истој размери, у којој смо цртали носач, да таква линија повијања веома мало одступа од осе носача $A_3 B_3$ сл. 6.

Ако би хтели, да добијемо повијања δ у природној величини, и ако је носач цртат у размери $\frac{1}{k}$, морали би полну дистанцију H_1 из једначине 35), узети k пута мању, т. ј. одредити.

$$36.) H_1 = \frac{EJ}{kH}$$

Хоћемо ли веће јасноће ради, да имамо преставаљена повијања δ , и пута већа од природних, морали би полну дистанцију H_1 из једначине 36 и пута смањити; отуда би за овај случај имали:

$$37.) H_1 = \frac{EJ}{u \cdot k \cdot H}$$

где H узимамо у размери за силе, па су тад ординате у и повијања δ у размери за дужине. Кад смо добили полигон повијања сл. 6), онда линију повијања налазимо уписивањем криве линије у нађени полигон, па ће нам она преставаљати тражену

линију повијања. Додирне тачке њене са полигоном налазе се у вертикалама кроз границе ламела f_1, f_2, f_3, \dots , на које смо моментну површину поделили.

Саму конструкцију линије повијања објаснићемо бројним примером, за носач у 1—6, са назначеним оптерећењем и моментном површином $A_1B_1D_1$.

Принцип рада по себи се разуме остаје исти ако би место једне силе P , имали више њих, као и онда, ако би имали подједнако подељено или комбиновано оптерећење. Моментна површина биће тада полигон, парабола или комбинација њихова.

Бројни пример.

На основу досадањег излагања, одредити графичким путем линију повијања, за носач са назначеним оптерећењем у сл. 1. Показати потом, на који се начин конструктивно одређује положај пресека на носачу, за који добијамо максимално повијање.

Нека је носач АВ нацртат у размери 1 : 100, па је тад

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{100}$$

или $k = 100$. Полна дистанција у сл. 2, нека је : $H = 1000$ кг. Ординате линије повијања сл. 6, нека су два пута увећане, т. ј. 2 : 1, дакле, $u = 2$, Модуло еластичности за гвожђе од кога је носач, нека је, $E = 2,000\,000$ кг/см²; сила $P = 2000$ кг. па је највећи моменат у пресеку испод силе P , дат једначином :

$M_{\max} = H \cdot u_6 = 1000$ кг. 400 см. $= 400\,000$ кг. см³
Ако је W потребни отпорни моменат пресека у см. J моменат лењивости у см.⁴ и $\sigma = 1000$ кг./см² дозвољено специфично напрезање гвожђа на савијање биће :

$$W = \frac{M_{\max}}{\sigma} = \frac{H \cdot u_6}{\sigma} = \frac{400\,000}{1000} = 400 \text{ см}^3$$

за узети пример.

Не обзирући се на дозвољено повијање δ , имали би, да овом отпорном моменту одговара пресек двогубог I профила, са висином од 26 см. Тај профил имао би : $W_x = 441$ см³ и моменат лењивости $J_x = 5735$ см.⁴ за случај да смо занемарили сопствену тежину, која износи 41,6 кг./м.д.

Поделом моментне површине $A_1B_1D_1$ сл. 3, на извесан број (у нашем случају 9.) ламела, свака са ширином од 1 м. добијамо, да су ординате ламела : $y_1 = 0,66$ м., $y_2 = 1,33$ м., $y_3 = 2,0$ м. $y_4 = 2,67$ м. $y_5 = 3,33$ м., $y_6 = 4,0$ м., $y_7 = 2,66$ м., $y_8 = 1,33$ м.

Отуда површине ламела сл. 3 и 4;

$$f_1 = \frac{1 \cdot y_1}{2} = \frac{1 \cdot 0,66}{2} = 0,333 \text{ м}^2 = 3330 \text{ см}^2 =$$

$$= 0,1665 \text{ см. за узету размеру } 1 \text{ см.} = 200000 \text{ см}^2$$

$$f_2 = \frac{y_1 + y_2}{2} \cdot 1 = \frac{0,66 + 1,33}{2} \cdot 1 =$$

$$= 0,495 \text{ м}^2 = 4950 \text{ см}^2 = 0,2475 \text{ см.}$$

$$f_3 = \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot 1 = \frac{1,33 + 2,0}{2} \cdot 1 =$$

$$= 1,665 \text{ м}^2 = 16650 \text{ см}^2 = 0,8325 \text{ см.}$$

$$f_4 = \frac{y_3 + y_4}{2} \cdot 1 = \frac{2,0 + 2,66}{2} \cdot 1 =$$

$$= 2,333 \text{ м}^2 = 23330 \text{ см}^2 = 1,1665 \text{ см.}$$

$$f_5 = \frac{y_4 + y_5}{2} \cdot 1 = \frac{2,66 + 3,33}{2} \cdot 1 =$$

$$= 2,995 \text{ м}^2 = 29950 \text{ см}^2 = 1,4975 \text{ см.}$$

$$f_6 = \frac{y_5 + y_6}{2} \cdot 1 = \frac{3,33 + 4,0}{2} \cdot 1 =$$

$$= 3,665 \text{ м}^2 = 36650 \text{ см}^2 = 1,6665 \text{ см.}$$

$$f_7 = \frac{y_6 + y_7}{2} \cdot 1 = \frac{4,0 + 2,66}{2} \cdot 1 =$$

$$= 3,333 \text{ м}^2 = 33330 \text{ см}^2 = 1,6665 \text{ см.}$$

$$f_8 = \frac{y_7 + y_8}{2} \cdot 1 = \frac{2,66 + 1,33}{2} \cdot 1 =$$

$$= 1,995 \text{ м}^2 = 19950 \text{ см}^2 = 0,9975 \text{ см.}$$

$$f_9 = \frac{y_8 + y_9}{2} \cdot 1 = \frac{1,33 + 1}{2} \cdot 1 =$$

$$= 0,665 \text{ м}^2 = 6650 \text{ см}^2 = 0,3325 \text{ см.}$$

За план сила f у сл. 4., а с обзиром на истакнуте захтеве у једначинама 34 — 37), имали би према овој последњој :

$$H_1 = \frac{E J}{k \cdot u \cdot H} = \frac{2000000 \text{ кг./см}^2 \cdot 5735 \text{ см}^4}{2 \cdot 100 \cdot 1000 \text{ кг.}} =$$

$$= 57350 \text{ см}^2 = 2,8655 \text{ см. за узету размеру } 1 \text{ см.} =$$

$$= 20\,000 \text{ см}^2 \text{ у плану сила сл. 4.}$$

Овом плану сила, одговара верижни полигон у сл. 6., у који је уцртата крива линија повијања. Ординате линије повијања, за ма коју тачку носача престављене су ради веће јасности у размери 1:1. т. ј. два пута увећана повијања.

Тангента tt у сл. 6, на линију повијања повучена пара лелно са затварајућом страном $A_3 B_3$ односно са s , даје својом додирном тачком r_2 место максималног повијања δ_{\max} .

Ако из пола O_1 плана сила f , повучемо праву Og паралелно са затварајућом страном $A_3 B_3 = s$ верижног полигона, добићемо на линији сила f тачку r , која нам одређује реакције A_1 и B_1 , изазвате моментном површином у сл. 3.

Повучемо ли кроз тачку r , праву $A_2 B_2$ сл. 5 паралелно са осом посматраног носача АВ сл. 1. а по том, из крајњих тачака сила f , паралелне са $A_2 B_2$, до пресека са вертикалама кроз границе ламела $f_1 f_2 f_3 \dots$, то ћемо на тај начин добити ли-

нију трансверзалних сила сл. 5. Линија трансверзалних сила при прелазу из позитивног у негативни знак, сећи ће праву $A_2 B_2$ у тачци r_1 ; вертикала кроз r_1 , сече носач у тачци M , у којој се јавља максимално повијање δ_{\max} . за дато оптерећење Положај максималног повијања помоћу линије трансверзалних сила, оштрије је одређен од оног помоћу тангенте tt . Величина максималног повијања као што се из сл. 6.) види биће:

$$\delta_{\max} = \frac{1}{2} r_2 r_3 = \frac{1}{2} 44 = 22 \text{ mm.}$$

с обзиром на размеру за ординате у линији повијања сл. 6, која је два пута већа од природне величине њихове, на основу претпоставке учињене код једначине 37). Повијање испод терета P размерником прочитано износи: $\delta c = \frac{1}{2} 40 = 20 \text{ mm}$, апсциса $x = 4,9 \text{ m}$; ордината $y = 3,27 \text{ m}$, $x_2 = 4,0 \text{ m}$, $x_1 = 5,0 \text{ m}$, $Mx = N. y = 1000. 327 = 327000 \text{ кг. см.}$

Све ове вредности графички добивене, морају се слагати, са вредностима добивеним аналитичким путем.

Тако имамо за исти пример, да је према ранијим једначинама:

$$\begin{aligned} \text{из 5) } x_2 &= \frac{a^2 + 2b^2 + 3ab}{3l} = \\ &= \frac{6^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 6 \cdot 3}{3 \cdot 9} = 4,0 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\text{из 10) } x = \sqrt{a \cdot x_2} = \sqrt{6 \cdot 4} = 2\sqrt{2} = 2,2,4495 = 4,899 \approx 4,9 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \text{из 11) } y &= \frac{P \cdot b}{l} \sqrt{a \cdot x_2} = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x = \\ &= \frac{2000 \text{ кг. } 3 \text{ m.}}{9 \text{ m.}} \cdot 4,9 \text{ m.} = 3266 \text{ кг. м. } 3226600 \text{ кг. см.} = Mx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{из 13) } (Mx) &= \frac{P a b}{3l} \sqrt{a \cdot x_2^3} = \\ &= \frac{2000 \text{ кг. } 6 \text{ m. } 3 \text{ m.}}{3 \cdot 9 \text{ m.}} \sqrt{6 \text{ m. } 4 \text{ m}^3} \\ &= 26128 \text{ кг. м}^3 = 26128000000 \text{ кг. см}^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{из 14) } \sigma_{\max} &= \frac{P a b}{3EJ} \sqrt{a \cdot x_2^3} = \frac{(Mx)}{EJ} = \\ &= \frac{26128000000 \text{ кг. см}^3}{2000000 \text{ кг./см.} \cdot 5735 \text{ см}^4} = \frac{26128}{11470} = \\ &= 2,278 \text{ см.} = 22,78 \text{ mm.} \end{aligned}$$

$$\text{из 17) } \delta c = \frac{(Mc)}{EJ} = \frac{Pa^2 b^2}{3EJ} =$$

$$= \frac{2000 \text{ кг. } 600^2 \cdot 300^2}{3 \cdot 2000000 \cdot 5735 \cdot 900} = 2,09 \text{ см.} = 20,9 \text{ mm.}$$

Упоређењем резултата графички и аналитички добивених, види се, да се они добро слажу. Нас поглавито интересује величина максималног повијања, које, одређено аналитички, износи:

$$\delta_{\max} = 22,78 \text{ mm.} = \frac{1}{395} l, \text{ где је } l \text{ распон носача.}$$

$$\text{Графички је пак нађено: } \delta_{\max} = 22 \text{ mm.} = \frac{1}{409} l$$

Максимално повијање изазвано прелазним теретом, не сме прећи извесну дозвољену границу која је;

$$\text{а) код мостова између: } \frac{1}{1000} l \text{ до } \frac{1}{1200} l$$

$$\text{б) код конструкција у архитектури:}$$

$$\frac{1}{500} l \text{ до } \frac{1}{600} l, \text{ где је } l \text{ распон дотичног носача,}$$

чије повијање испитујемо. Добијемо ли, да је δ_{\max} , веће од горе означених граница, мораћемо тад за носач узети већу нумеру, и акс то нападни моменат његов не захтева, јер само на тај начин можемо остати у дозвољеним границама за повијање.

За наш бројни пример, под претпоставком, да је носач примењен у архитектоним конструкцијама било би дозвољено повијање: $\delta = \frac{1}{600} l = \frac{1}{600} \cdot 900 = 1,5 \text{ см.}$, док је стварно повијање $\delta_{\max} = 2,278 \text{ см.}$, што значи, да раније изабрати профил I висине 26 см., није довољан.

Повећање профила I добијамо, ако у једначини.

14) ставимо за $\delta_{\max} = 1,5 \text{ см.}$, колико је дозвољено, па затим решимо ту једначину по количини J . т. ј.:

$$1,5 \text{ см} = \frac{(Mx)}{EJ}, \text{ отуда: } J = \frac{(Mx)}{1,5E} =$$

$$\frac{26128000000 \text{ кг. см}^3}{1,5 \text{ см.} \cdot 2000000 \text{ кг./см.}} = 8709 \text{ см}^4$$

Овом моменту лењивости J одговара профил I од 30 см. висине, док је с обзиром нам сам нападни моменат, био довољан профил I, са висином од 26 см.

М. Турудић.

ПРИЛОГ СТАТИЦИ ЗИДНИХ ТЕМЕЉА.

од инжењера **Јарослава Грегера** начелника Грађевинског Савета

Стабилност зиданих зграда изискује, да грађевина тачно задржи пројектовани положај и да се не поремети. Да се зајемчи такво стање, није довољно да конструкција грађевине задовољи услов: „да дејство резултанте притисака грађевине не изађе из средње трећине фундамента;“ бива често, да конструкција, која задовољава овај услов, не буде довољно стабилна. Према томе, с погледом на знатне конструктивне разноликости грађевина и на разне врсте земљишта под фундаментима, није довољно само грубо тражење горњег услова. Да бисмо могли ближе оценити статичке услове за разне типове грађевина, испитаћемо нарочите односе између положаја резултанте притиска и отпора у темељима, водећи при том рачуна о стисљивости земљишта. Ова посматрања изискују да уведемо коефицијенат отпора земљишта под темељима. Овим ћемо новим поступком у исти мах доћи до објашњења многих загонетних појава у грађевинарској пракси.

Модуло отпорности земљишта под темељима.

Отпорност земљишта меримо модулом: $G = \frac{1}{\lambda}$

(Количину G увео сам први пут у момеделу: „Статика тунелских сводога, Праг 1881. год.) т. ј. отпором противу гњечења јединице темеља на јединицу дубине, израженом размером јединице дужине ка дубини λ , на коју се јединица површине темеља повија под јединицом терета. Зарад тога уведемо у рачун повијање земљишта као да је управно сразмерно с величином притиска,

Повијање темеља λ_k у даној тачци k произведено притиском s_k (на јединицу површине темеља) може се изразити :

$$\lambda_k = \frac{s_k}{G}$$

и отуд $s_k = \lambda_k \cdot G$, чиме се одређује вредност отпора земљишта у темељу.

Од општих особина земљишта под темељима треба напоменути, да у опште глиновита земљишта, као и иначе чврста, као што су неке врсте лапора, млађих шкриљаца и слична, на ваздуху се распадају а под упливом воде набубре. Оваква се земљишта тим лакше угибају уколико се брже промењују. Таква распаднута земљишта угибају се исто онако као и млади глиновити наноси, са сваким прираштајем притиска, али и без даљег рашћења притиска после извесног времена, док се не устале. Врсте чистог песка, који је у збијеном слоју и шљунак, не повијају се по времену толико, да би се могло приметити. И ми ова земљишта рачунамо у добра,

за разлику од лоших, која подлеже знатном слегању.

Зарад оцене вредности G , у тонама на квадратни метар, код разних врста земљишта, дајемо ову класификацију: а) G у границама између $100t/m^2$ до $1000t/m^2$ имају млађи (алувиални) наноси: глиновити, пешчани и шљунковити који нису збијени.

б) $G = 1000 - 2000 t/m^2$. Збијени слојеви песка са шљунком, дилувијални и терцијерни песок шљунак и глине, које нису прожмане водом (само плитко положене) песковите и без песка; терцијерни шкриљци, који су се на ваздуху мало распали.

в) $G = 2000 - 4000 t/m^2$. Инфилтрације разних минерала, очврсли слојеви пескуше; терцијерни шкриљци, који се нису распали, и слична земљишта. Оваква земљишта могу се раскопавати само оштром мотиком или пијуком.

д) G од $4000 t/m^2$ на више. Мање више стална (на ваздуху постојана) стеновита земљишта.

Земљишта под а) у границама $400-1000t/m^2$ треба рачунати у земљишта несигурна за грађевине које су јаче оптерећење но $3-5$ кгр. на см.² Кад је G мање но $400t/m^2$ онда је потребно вештачко појачање и осигурање темеља за грађевину. Вредностима мањим од $300 t/m^2$ одговарају земљишта незгодна за темеље. Тако бива н. пр. G у границама 150 и $300 t/m^2$ код земљишта глиновитих прожманим великом количином воде и видним биљним остацима. Оваква земљишта наилазимо код темеља у попречним удољама. Земљиште, код ког је G око $150t/m^2$, треба вештачки припремити и кад на њему оснивамо и мање грађевине; или треба темеље тих грађевина проширити.

У групу б) улазе добре врсте земљишта за темеље. То су темељи обичне врсте. Ова земљишта не могу одржати иоле већи неравномеран притисак, Услед тога није ретко да се потпорни зидови високих насипа; испред мостова с гвозденом конструкцијом, измичу, ако им темељи нису довољно проширени чак и онда, кад је земљиште добар шљунак.

У групе в) и д) спадају све сигурне врсте земљишта за темеље.

Дијаграми стишљивости земљишта.

Горње вредности могу се одредити при зидању. — Зарад тога ћемо докле не прибавимо поуздано независно мишљење, употребити познате начине оптерећења и њихове контроле на изведеним грађевинама.

С погледом на то, да су систематска посматрања, за време грађења и после свршеног грађења

још доста ретка; прилажем овде једну групу својих сопствених посматрања, нарочито поучних, из године 1882, која су поникла услед несугласности код темеља за стуб II (слика 3. лист 17.)

Та су посматрања вршена на два гвоздена виадукта 20 м. високих, с једним колосеком, положеним на 0,60 м, до гвоздене конструкције, која се ослања на зидане стубове. На листу 17 били су пренесени, с оригинала до сад сачуваног дијаграма, слегања земљишта под темељима. Зид виадукта је од кречњака измајдана Мегуефа са специфичном тежином 2,58 м., малтера од беоцинског цемента (1:2) и ситнозрног песка. Стубови I и II почивају на бетонском слоју 2 м. дебљине 1:2:4 од кречњачког туцаника. Остали фундаментски зидови су од ломљеног камена, лице је израђено од каменова везача с добро израђеним лежишним површинама.

Осматране тачке леже ближе оси пруге, у лево, а у сл. 3. означене су кружићима. Жељено тачно одмерање тачака за осу стубова I и II није ми испало за руком. — Из слике 7 на листу 18 може се видети: мере стубова I и II, положај њихових тежишта, и положај гвоздене шипке, 2 см. дебеле, означене у слици са z. Шипка полази од гвоздене плоче, 17 см. у четврт, положене у темељ и забетониране зарад даљих посматрања улегања темеља. Шипка је пролазила кроз отвор у зиду темеља. Горњи крај шипке, који је од времена на време контролисан нивелманом, завршавао се зарад одхране од повреда на 0,7 испод околне површине. — При изради дијаграма рачунато је, да је специфична тежина свег зида равна 2,5. Остали су податци уписани у саме дијаграме.

Слика 1. показује слегање темеља средњих стубова I и II. За сразмерно напрезање 1 м² темеља. А. сл. 2 слегање у међувремену кад се није зидало. Комбиновањем обе слике састављена су на сл. 1. истачкана линија C_I и C_{II} које показују истинска максимална слегања темеља под упливом притиска и накнадног, повремениог, слегања земљишта према мери притиска.

Резултат ових кривих линија највеће су вредности, редом, довршене грађевине; за мање вредности узета је допуна повремениог слегања, и то тако, да је приближно сразмерна целокупном слегању темеља за линије I и II.

У слици 4 посматрања притисака достижу до тренутка кад су положени квадери, пошто је даље посматрање било спречено насипањем земље.

У слици 5 јавља се слегање, које је повременио наступило између 4 и 11 јула, пошто се од 11 до 26 јула вредност посматраног слегања још није изменила. У повременио слегање улази и део слегања самог зидног материјала у темељу.

У сл. 6. посматрана тачка лежи 4,86 над темељом, зато је требало одузети слегање зидног

материјала, који под њим лежи, и које износи 14 м. По свршетку стуба нађено је, да се посматрана тачка спустила за 0,003 м. у међувремену од 15. августа до 26 новембра. А горња површина квадери под железном конструкцијом за 0,0065 м. Слегање зидног материјала изнад посматране тачке, у вредности од 14 м. м. износило је услед тога 3 м. м. Целокупно слегање и повијање зидног материјала испод посматране тачке може се проценити на 5 м. м. а преостаје као слегање темеља 9 м. м.

Положај ових кривих линија показује карактер дотичних темеља. У кривини I показује се пренапрегнутост лошег темеља, јер показује знатна повремениа слегања. Раван квадери требало је издићи за 3,7 м. м. — Темељ II. показује најравномерније слегање с погледом на притиске и на знатно мања повремениа слегања. Криве линије слегања темеља код тумбаса А и В су типови најобичнијих добрих темеља. Из положаја кривина код средњег стуба (сл. 6.) може се судити, да се темељи повременио просто нису слегали.

Ови темељи показују вредност G у заокруженим бројевима.

Виадукт км. 24,0. Стуб I за криву линију I у границама 9,6 до 35,5 t/m².

$$G = \frac{25,9}{0,065} = 400 \text{ t/m}^2$$

За кривину C_I у границама 15-35 t/m²

$$G = \frac{2,5}{0,070} = 360 \text{ t/m}^2$$

Стуб II за кривину II у границама 20-30 t/m²

$$G = \frac{30,6-14,3}{0,090} = 176 \text{ t/m}^2$$

За кривину C_{II} у границама 25-35 t/m².

$$G = \frac{35-14,8}{0,136} = 150 \text{ t/m}^2$$

Тумбас А

$$G = \frac{19,5}{0,014} = 1400 \text{ t/m}^2$$

Тумбас В

$$G = \frac{22,6-15,2}{0,006} = 1250 \text{ t/m}^2$$

Виадукт км. 24,5.

$$\text{Средњи стуб } G = \frac{17,5}{0,009} = 2000 \text{ t/m}^2$$

Знатно слегање стуба било се изненадно појавило приликом обележавања осе железне конструкције на озиданом стубу. Нађено је, да је горња површина стуба II за 0,104 м а стуба I за 0,044 м. мимо осе, и да су средине померене у правцу ширих страна трапезног пресека стуба. По том је било нивелисањем потврђено, да се равна подлоге

стуба II нагла за 32 m m на исту ширу страну стуба, да су се дакле оба стуба као целина нагнули.

Овај је појав тим чуднији, кад испитамо положај тешке линије с обзиром на тежиште темеља и нађемо, да је геометријска удаљеност оба тежишта од осе стуба готово исто тако 0,14 m. (вид. сл. 1. на л. 18.) нагињући је највише 1 до 2 m. m ка широј страни стуба; тежиште грађевине иде ту уједно с тежиштем темеља. — Али и сами правци притисака на темељу показују извесну разлику. Ако разделимо стубове на два дела равњу кроз тешку линију паралелном с паралелним странама трапеца, онда износе бројне вредности притисака на темељу у плочама по квадратном метру у делу:

	ширем	ужем	разлика %	одстојање тежишта стуба
код I стуба				
a) на површини подлоге	21,22	21,20	0,08	0,001 m.
b) на површини темеља	38,07	37,89	0,5	0,013
код стуба II.				
a) на површини земљишта под темељом	15,09	15,06	0,2	0,002
b) на површини темеља	31,38	31,20	0,6	0,013

Поред уплива који би при зидању могли учинити бар мања померања геометријске тежне линије, можемо рачунати и моћну рустуку (босажа) на лицу зида, шира страна притискујући унеколико више но ужа, слагање зидне грађе бива радије на широј страни стуба. Све ове неравномерности притиска мале су с погледом на величину темеља и не одговарају тако знатном нагибу стуба, какво је у ствари нађено.

Пређимо сад ка статичким решењима поменутих стања темеља, која произлазе од најпростијег случаја, што га дају посматрања на нашим стубовима.

A. Грађевине које се опиру једино на површину темеља а вертикалне стране темеља су слободне.

I. Тешка линија грађевине пролази кроз тежиште темеља.

Испитајмо пре свега узајамни однос између положаја тежишта грађевине, T, кроз које пролази вертикална спољна сила Q и положаја нападне тачке S, отпорних сила Σ N, управних на хоризонталну површину темеља, с обзиром на тежиште темеља Z, (Сл. 8).

Моменат лењивости површине темеља F у односу на тежиште Z означимо са J. одговарајући полупречник лењивости са i а удаљење тежишта Z од неутралне осе O са t, а од средишта отпорних сила s са r. Висина тежишта грађевине над темељом нека буде q. Да би силе Q и Σ N, које су међу собом упоредне а противног су смисла, биле у равнотежи, потребно је: да су међу собом једнаке, и да имају заједничку нападну тачку, дакле, треба да постоји овај однос

$$J/F = i^2 = r \cdot t \dots \dots \dots (2).$$

Ова једначина вреди под претпоставком, да је фуга и пре и после деформације правилна, при чему је напрезање управно на спојницу (фугу), слегање сразмерно напрезању и кад при деформацији спојнице наступи потпуна равнотежа са спољном силом. Ако ли положај темеља није добио сталност, онда једначина одређује однос између удаљености неутралне осе t и даљине нападне тачке отпора r за дотичну даљу деформацију темеља.

са $r = 0$ је по једначини (2) $t = \infty$;

Али и најмањи нагиб темеља f, одмаћиће нападну тачку спољних притисака Q од тежишта темеља за неку даљину e. Означимо удаљење тешке линије од неутралне осе o са m а средишта отпора са n; онда ће дотичне даљине од тежишта Z, бити:

Средишта отпора $r = n - t = \frac{J}{t F} \dots \dots (3)$

тешке линије грађевине: $e = m - t = q \operatorname{tg} \varphi \dots (4.)$

Просечном напрезању земљишта под темељом s_0 за целу површину F, одговара напрезање у тежишту темеља

$$s_0 = \frac{Q}{F}$$

од чега наступа просечно слегање по једначини

$$(1). \lambda_0 = \frac{s_0}{G} = \frac{Q}{F \cdot G} \left. \vphantom{\lambda_0} \right\}$$

Услед нагиба грађевине је у исто време: $\lambda_0 = t \operatorname{tg} \varphi$

а из оба ова односа:

$$t = \frac{Q}{F \cdot G \operatorname{tg} \varphi} \dots \dots (5)$$

Са вредношћу t дају једначине (3) и (4):

$$n = t + \frac{J \cdot G \operatorname{tg} \varphi}{Q}; m = t + q \operatorname{tg} \varphi \text{ а}$$

разлика ових двеју:

$$n - m = \left(\frac{J \cdot G}{Q} - q \right) \operatorname{tg} \varphi \dots \dots (6)$$

За равнотежу потребно је да буде $n - m = 0$ т. ј. да не би грађевина:

1). нагла се: $\operatorname{tg} \varphi = 0$, како би тешка линија грађевине пролазила стално и тачно кроз тежиште

темеља, што према горе изложеним посматрањима међутим није могућно стварно зајемчити; или

2). ако се и нагне, да буде

$$\frac{J G}{Q} - q = 0$$

када тешка линија грађевине не пролази тачно кроз тежиште темеља.

Испитамо ли изближе једначину (6) под претпоставком равнотеже и с обзиром на то, да се при извршењу грађевине не може зајемчити испуњење услова $\text{tg } \varphi = 0$, и да тада вредност $n - m$ мора бити околу нуле, и добити вредности положне или одречне при:

$$n - m > 0 \text{ за } \frac{J G}{Q} > q \dots \text{ а)}$$

7)

$$G > q \frac{Q}{J} \dots \text{ б)}$$

добићемо, с обзиром на потребну једнакост сила и момената;

За $n \cdot \Sigma N = m Q$ што би морало бити у случају:

под а) $\Sigma N < Q$: т.ј. настало би даље вертикално уголегање темеља.

под б) $\Sigma N > Q$ што је искључено, пошто се не подудара са стварношћу,

Претпоставка о једнакости момената сведочи овде о несталности грађевине у погледу вертикалног кретања.

За $\Sigma N = Q$ морало би бити у случају:

под а) $n \Sigma N > m Q$; т.ј. стуб буде сталан ако се не терети даље.

под б) $n \Sigma N < m Q$ стуб неће стати већ ће се све више и више нагињати.

Нужно је напоменути, да је овде $\Sigma N = Q$ за дане размере једина стварна претпоставка, која одговара обичном важећем закону механике о једнакости акције и реакције, чему мора бити најпре одговорено у сваком случају некретања.

С погледом на узајамне односе између образаца (7) и (9) добићемо за слободне грађевине с вертикалним притиском, који пролази кроз тежиште темеља, опште важећу претпоставку за стабилност грађевина:

$$G > q \frac{Q}{J} \dots \text{ (I)}$$

За стубове I и II имамо величину тих вредности у m и t .

	q	Q	J	$G > q \frac{Q}{J}$	сигурност: $\frac{G}{q \frac{Q}{J}}$
за I . .	8.8	996	103.5	360 > 84,6	. . . 4,2 струка
„ II . .	7.6	829	105.4	150 > 59,8	. . . 2,5 „

4,2 струка и 2,5 струка сигурност међутим, према добивеним искуствима, није довољна за грађевине чија површина има да одржи тачно пројектовану равноту. Ту је потребно, да темељ има бар 15-тогубу сигурност, т.ј. да G у нашем случају буде бар $1000t/m^2$. Иначе је потребно одговарајуће проширење или друго какво осигурање темеља. (Двострука полага темеља учинила би да се сигурност повећа око $3^{1/2}$ пута) Са сигурношћу мањом од десетогубе није саветно зидати ни једну слободну високу грађевину н. пр. високе торњеве, димњаке и слично.

Вредност $n - m = r - e$ може се израчунати за стубове I и II с полупречником момента лењивости $i^2 = 3.94 m^2$ и $3.98 m^2$ из посматраног слегања темеља и из нагиба стуба на дан 15. августа. Ако додамо к посматраном слегању земљишта 0,081 m. код стуба I и 0,112 m. код стуба II. још припадљива и истинска слегања темеља после бетоновања око 0,015 m. и 0,008 m., добићемо за укупна слегања око: $\lambda_0 = 0,097 m$ и $0,120 m$ у метрима:

За стуб I.	$r = \frac{i^2}{t}$	e	r - e
$\frac{0,097 \cdot 20.74}{0.044} = 45.7$	0.086	0,019	0,067
За стуб II.			
$\frac{0,120 \cdot 18,1}{0,104} = 20,9$	0,190	0,044	0,146

У вредности $r - e$ још лежи и нагиб тешке линије од 0,013 m, урачунат још раније из неједнаког притиска на темељ с обеју страна тежишта.

С тога је очевидно, да средиште отпора прелази нападну тачку резултатног притиска грађевине око: $0,067 - 0,013 = 0,054 m$. односно за 0,133 m.

2. На темељ дејствује ексцентрично вертикалан притисак.

Нападна тачка вертикалне резултанте притиска грађевине лежи за w удаљено од тежишта темеља и $\text{tg } \varphi > 0$. Удаљеност померене нападне тачке притисака грађевине усљед деформације темеља мерена од неутралне осе нека буде означена са m' . Ако сад заменимо у једначини (4), наместо количина m и t , количине m' и $t + w$ добићемо за тешку линију грађевине

$$m' - t = q \text{tg } \varphi + w \dots \text{ (4a)}$$

а кад одузмемо од једначине (3) вредност за средиште отпора:

$$n - m = \left(\frac{J G}{Q} - q \right) \text{tg } \varphi - w \dots \text{ (6)}$$

Ако је $n - m$ спрам w мало, или чак ако је равно нули, онда можемо написати:

$$\frac{w}{\text{tg } \varphi} = \frac{J G}{Q} - q \dots \text{ (II)}$$

а кад уведемо

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{JG}{rQ}$$

за једначине (2) и (5):

$$\frac{w}{r} = 1 - \frac{qQ}{JG} \dots \dots \dots (10.)$$

Уколико је G мање, уколико је земљиште под темељом попустљивије; утолико ће мања бити размера $\frac{w}{r}$ а тим ће већа бити вредност за r при да-
ној вредности за w ; и обратно. Највећа вредност

$$\frac{w}{r} = 1$$

била би за $G = \infty$; За мање вредности од G биће удаљење r резултате отпора од тежишта темеља увек веће но удаљење нападне тачке спољних сила w . Изузимајући врло непопустљиве темеље средиште отпора одмиче се, пошто настане деформација од нападне тачке притиска грађевине, и то утолико више, уколико је попустљивије земљиште под темељом. То је исти појав, који је био доказан посматрањима на стубу I и II и за незнатна оступања тешке линије од тежишта темеља.

За вредност $\frac{w}{\operatorname{tg} \varphi}$ свагда позитивну, мора бити

с погледом на једначину (II): $G > q \frac{Q}{J}$.

Ову неједначину можемо ограничити ако нам је позната граница нагиба грађевине. У случају који је горе већ напоменут с погледом на неодређену вредност

$$\frac{w}{\operatorname{tg} \varphi} = 0$$

треба увести коефицијент сигурности за ограничење вредности G . Овде је као граница нагиба обично допуштено:

$$\operatorname{tg} \varphi = 0,001 \text{ до } 0,004 \text{ или}$$

$$\operatorname{Cotg} \varphi = 1000 \text{ „ } 250 \text{ при и томе је}$$

$$G = (q + w \operatorname{Cotg} \varphi) \frac{Q}{J} \dots \dots \dots (IIa)$$

Падне ли пројекција тежишта грађевине ван језгра фундамента, онда је свакојакно потребно израчунати вредност J и тежиште темеља само за онај део његов, који дејствује јер је за за земљиште напрезање на истезање искључено. Ако ли се зграда на висину од 10 м. не нагне више од 0,04 м. мора темељ показивати приближну отпорност која одговара једначини (IIa) с вредношћу $\operatorname{Cotg} \varphi = 250$. Ако ли нема те отпорности, нужно је проширити темељ ка страни нагиба грађевине, повећати $\frac{w}{J}$ или, ако је згодно, поправити конструкцију грађевине.

3. Резултанта притисака грађевине дејствује косо на темеље.

Коси притисак P , под нагибом β према хори, зонтали, одређује с тежом Q резултанту притиска R која нагиба према хоризонту под углом α . (сл. 9. на л. 18.) Тежа и резултанта, померена нагибом према темељу, означене су са (Q) и (R) — На даљини w од тежишта темеља z дејствује нормална компонента резултанте $R \sin \alpha = Q + P \cdot \sin \beta$

За овај случај могу послужити све једначине изведене за претходни случај, ако уведемо место теже Q вертикалну компоненту резултанте $R \sin \alpha$ с дотичним удаљењем њеног пресека с темељом, w а место $q \operatorname{tg} \varphi = hk$ део ik хоризонталног померања резултанте R .

Из троуглова khg и ihg са заједничком страном gh добијамо:

$$ki = kh - ih \text{ и } \frac{ih}{P \cos \beta} = \frac{gh}{Q} = \frac{kh \operatorname{tg} \beta}{Q}$$

и кад ово уведемо даје:

$$ki = q \left(1 - \frac{P \sin \beta}{Q} \right) \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (11)$$

Једначина (10) прелази тад у:

$$\frac{w}{r} = 1 - q \frac{(Q - P \sin \beta)}{JG} \dots \dots \dots (12)$$

С погледом на β , $\frac{w}{r}$ ће имати најмању вредност

кад је $\beta = 0$, а највећу кад је $\beta = 90^\circ$. Код косих притисака дакле средиште отпора одступа мање но при вертикалним напрезањима.

Једначина (II) прелази у:

$$\frac{w}{\operatorname{tg} \varphi} = \left[\frac{JG}{R \sin \alpha} - q \left(1 - \frac{P \sin \beta}{Q} \right) \right] \dots \dots \dots (II)$$

Примери

1.) Тумбас А (сл. 3.) нагнуо се, у пркос јако (0,6 м) проширеном темељу, под упливом насипа, у равници положених квадера а у правцу осе пута, у времену 10 јула до 16 октобра, за 0,050 м. и до 5 јануара 1883 свега за 0,051 м; а управно на осу пута на лево за исто међувреме, за 0,026 м. и за 0,029 м. Код тумбаса В. с нижим насипом, био је нагиб свега 0,038 м. у правцу осе колосека, а 0,042 управно на осу на лево. — Насип је израђен од псковите уме а одржава се при насипању у нагибу 5:4.

Питамо се:

а) Да ли од нагиба 0,051 у правцу осе пута првог тумбаса А, долази много на деформацију зида?

Тумбас (сл. 10) имао је у оси колосека шупљину а паралелни зидови везани су били сводом Како је шупљина уска. треба рачунати притисак

земље на целу ширину тумбаса. Величину земљиног потиска P на 1 м ширине тумбаса одредимо за висину насипа $H = 16,6$, тежину m^3 насипа $\gamma = 1,8 t$ и нагиб слободне земље $\text{tg } \beta = \frac{2}{3}$ и уведемо то у формулу која је у своје време примљена као добра $p = 0,13 \gamma H^2$

На ширину тумбаса 6,3 м. биће $P = 406 t$ а дејствоваће на висини $\frac{H+1}{3} m$ под углом β према хоризонту.

$$P \sin \beta = 225,3 t \quad Q = 1900 t \quad G = 1400 t/m^2$$

$$J = 321,2 m^4 \quad q = 9,3 m \quad w = 0,483 m$$

Унесемо ли ове вредности у једначини III добићемо:

$$\frac{w}{\text{tg } \varphi} = 211,6 - 8,2 \text{tg } \varphi = \frac{0,483}{202,4} = 0,00238$$

Одступање услед уплива земљиног притиска је с тога у висини равнине квадера 15,05 m над темељом: $+ 0,00238 \cdot 15,05 = 0,036 m$. Преосгаје дакле за нагиб услед деформације зида која је постала од земљаног притиска 0,015 m.

в). Колики би постао нагиб тешке линије тумбаса, кад би се испад темеља по плановима грађевине извео на 0,2 m? За $w = 0,683 m$ $J = 276,9 m^4$ и све остале вредности као и мало пре; било би:

$$\frac{w}{\text{tg } \varphi} = 182,4 - 8,2 \text{tg } \varphi = 0,00392 \text{ Нагиб у равнини}$$

квадера био би:

$$0,00392 \times 15,05 = 0,059, \text{ и отуд укупно } 0,074 m \text{ место, } 0,51 m$$

2). Тумбасови зидови 7. m високи, од ломљеног камена на обалама реке Вијене, озидани на алувијуму, мокром и пешчаном наносу од сивог шкриљца, и то у фундаментама, који су над темељом по странама били обложени, нагли су се на лицу за 0,05 m (сл. 11. на листу 18.)

$$\text{tg } \varphi = \frac{0,05}{7} = 0,0071$$

Питамо се:

а). Колико је велики био бочни потисак земље при горе поменутом земљишту за $\text{max } G = 300 t/m^2$?

Притисак земље P , према податцима на другом месту посматраним, од некопаног земљишта, скоро је управан на ивицу зида у висини око $\frac{2}{5}$ од темеља, $p = 3,4 m$. — Тежиште зида је удаљено од тежишта темеља за 0,067 m., а лежи у висини $q = 4,15 m$ над темељом. На метар зида је тежина његова $Q = 48,9 t$ $J = 1,302 m^4$ а по једначини (III): $w = (7,99 - 4,15) 0,0071 = 0,027 m$.

С тога је даљина пресека тешке линије Q од нападне тачке резултанте R на темељу: $g = 0,067 + w = 0,094 m$, а

$$P = g \frac{Q}{p} = 1,35 t.$$

Овде земљин притисак износи највише 10% од потиска копане земље (ровите) у насипу.

б). Ако ту ослабимо зид за 0,2 m. на 2,1 m. а оставимо исту ширину темеља, добиће испуст темеља вредност 0,4 m. на предњој страни. Даљина тежишта зида од тежишта темеља је 0,10 m. и висина тежишта над темељом $q = 3,87 m$. На ширину 1 m тежи зид сад: $Q = 45,4 t$, а при том је:

$$g = p \cdot \frac{P}{Q} = 0,101 m.$$

даљина нападне тачке резултанте R од тежишта темеља: $w = g - 0,10 = 0,001 m$. С овим вредностима је по једначини (III) $\text{tg } \varphi = 0,00021$ и нагиб 7 и високог лица зида 0,0015 m. Нагиб би тада при већем испаду темеља исчезео.

В. Грађевине с темељима обухваћеним и подупртим са стране.

Кад је зид и са свију страна обложен и причвршћен за јаму темеља, долазе у рачун и отпори страна јаме. Отпори земљишта на предњим дуваровима темеља, које допиру само до дубине до које се земља још мрзне, немају, као што се само по себи разуме, иоле видног значаја у погледу атмосферског разорног уплива. Знатан уплив на статичке размере грађевина имају отпори ископане земље око ивица зида код сводова нарочито подземних, као код подрума, тунела и слично. Услед реактивног отпора задњих дуварова могу понићи и силе, које потискују темељ и тумбас унапред.

Модул отпорности темељног земљишта означимо са G , а дуварова по странама G' , њихову размеру означимо са $\frac{G'}{G} = \gamma$; γ ће обично бити мање од јединице нарочито кад су дуварови вертикални. — Код темељног зида од ломљеног камена, налаже зид на темељ већ својом сопственом тежином пре но што дође до дејства отпора задњих дуварова услед потиска са стране грађевине; н. пр. код сводова одмах по завршетку свода. — Ако именована размера није ближним посматрањима одређења можемо узети γ у овим границама.

Кад темеља с вертикалом боковима, а за задње бокове, који нису подложни атмосферским упливима $\gamma = 0,5$ до $\text{max } \gamma = 1$; за набијен бетон за предње дуварове, који допиру до површине земље, $\gamma = 0,1$ до 0,2 при чему треба висину темељног зида рачунати до површине која лежи за 0,8 m испод површине земље. — Код темеља с косим бочним странама, које нагибају око 45° према хоризонту, γ је близу. = 1.

1. Темељи с вертикалним боковима.

Ови се случајеви јављају код сводова чији темељи и опорци допиру једном страном у јаму

(cullée perdu), најобичније код подземних сводова.

У попречном пресеку грађевине нека је ширина темеља d , а ширину зида који на њ належа означимо са b ; компоненту резултујућег притиска R управну на раван Fd означимо са G , а компоненту управну на раван Fb са P . Положај резултанте нека је одређен углом α према темељу и даљином a њеног пресека с темељом од ивице κ обеју отпорних равни темеља. Дужину a узећемо за позитивну ако падне нападна тачка у темељ, иначе као негативну. Даљине тачака O и O' , око којих се опорне равни Fd' и Fb обрћу услед слегања темељевог земљишта, њихових неутралних оса, од ивице κ нека су s и m . —

Ако занемаримо случајна померања темеља и деформације темељног зида наспрам слегања земљишта; ако претпоставимо дакле, да равни Fd и Fb темељног зида под упливом силе R не мењају знатно ни свој облик нити узајамни положај; онда ће услед слегања темељевог земљишта настати обртање целог темеља око осе O . Кроз ту тачку положимо правоугле координатне осе X, Y , с осом X у темељу. Статичке моменте равни Fd и Fb у односу на ове осе означимо са Mb_x, Mdy , а њихове моменте лењивости Jb_x, Jd_y .

Услед притиска спољних сила P и произлази вертикално напрезање земљишта које изазивају отпори $\sum N_b$ и $\sum N_d$ за резултанту Q , а ова је управно сразмерна а противног правца са спољним силама. Силе P и Q престављају с отпорима два спрега. За њихову равнотежу потребно је, да буде збир сила у правцу обеју оса раван нули, а тако исто и збир момената свију сила у односу на почетак координатног система мора бити раван нули.

Из ових претпоставака треба да утрдимо даљину s осе O око које се цео темељ деформише.

1. Резултанта притисака грађевина управна је на темељ

Једностраним оптерећењем темеља (сл. 12) услед силе G , изазивају се на бочном дувару b нормални отпори $\sum N_b$, који теже, да помере грађевину од дувара.

Пошто грађевина сама дејствује само вертикалним притисцима, то мора за равнотежу на темељу на супрот томе јавити се сила S као реакција и то: или као трење на темељу или као ма који други отпор темеља. Да би тај отпор S био довољно велики да спречи ма какво померање грађевине, те да ивица κ задржи свој првобитни положај, мора сила бити S бити једнака $\sum N_b$ целог зида.

Темељ, који би се услед слегања земљишта обртао око осе O , слеже се на обема лежишним равнима у једнаком удаљењу од тачке O у темељу и од тачке κ у вертикалном зиду поједнако. Слегање у јединици даљине од осовина O и K означимо

са λ_1 . Зато су одговарајући мерљиви отпори у даљини $= 1$ од неутралних оса O и K по једначини (1) $s d_1 = \lambda_1 G$ на темељу, и $s b_1 = \lambda_1 G'$ на позадном зиду. Отпор делића равни dFd темеља на даљини x од неутралне осе O биће $\lambda_1 G x dFb$ у даљини a отпор елемента површине дувара Fb , dFb у даљини y од неутралне осе κ биће: $\lambda_1 G' y dFb$.

За равнотежу спољних сила и отпора мора бити:

а) сума свију сила равна нули, дакле:

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x a Fd - Q = 0 \text{ и } \lambda_1 G' \int_0^b y dFb - S = 0$$

Интеграл првих чланова значе статичке моменте Md_y и Mb_x отпорних равни d и b у односу на осе Y и X .

Зато из горњих једначина добијамо:

$$G = \lambda G M d_y; S = \lambda, G' M b_x \dots \dots \dots (13)$$

Дељењем и с обзиром на $\frac{G'}{G} = \gamma$ добијамо

$$\frac{Q}{S} = \frac{M d_y}{\gamma M b_x} = \text{tg } \alpha_0 \dots \dots \dots (14)$$

Угао α_0 одређује правац резултанте отпора $\sum O$ и резултанте сила Q и S ; при чему је:

$$S = \gamma \frac{M b_x}{M d_y} Q \dots \dots \dots (IV)$$

б). За равнотежу противу обртања мора бити сума момената отпора и спољних сила у односу на почетак координатног система равна нули.

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x^2 dFd + \lambda_1 G' \int_0^b y^2 dFb - pQ = 0$$

Интеграл прва два члана значе моменте лењивости Jd_y, Jb_x отпорних површина у односу на осам Y и X . Кад уведемо ова значења, као и вредност за Q из једначине (13), добијамо:

$$p = s - a = \frac{J d_y + \gamma \cdot J b_x}{M d_y} \dots \dots \dots (V)$$

Први део десне стране једначине $\frac{J d_y}{M d_y}$ одређује даљину O и нападне тачке отпора темеља од неутралне осе O , а други део који преостаје, дужину uq , која с углом α_0 одређује удаљење средишта отпора вертикалног дувара;

$$k_o = uq \text{ tg } \alpha_0 = \frac{J b_x}{M b_x}$$

Ако је пресек темеља по дужини грађевине непромењив, можемо свести рачун на јединицу дужине темеља. Одговарајуће обрасце треба просто извести за $s \geq d$. Обрасце за ширину темеља $d > s$, ако дакле, неутрална оса O пада на темељ, добићемо из претходних заменом знака s за d ; јер они обрасци вреде такође за $s = d$, и делови пресека

напрегнути на затезање морају се из рачуна изоставити. —

Тако је за $c \geq d$.

$$M_{bx} = \frac{b^2}{2}, \quad J_{bx} = \frac{b^3}{3}, \quad M_{dy} = \frac{d}{2} (2c - d)$$

$$J_{dy} = \frac{d}{3} (d^2 - 3cd + 2c^2)$$

Кад уведемо ове вредности у једначине (IV) и (V) добијамо :

$$S = \gamma \frac{b^2 Q}{d(2c-d)}, \quad c = \frac{2\gamma b^3 + d^2(2d-3a)}{3d(d-2a)} \quad \dots (15)$$

У обрасцу за c придошао је у бројитељу члан $2\gamma b^3$, кога нема у познатом изразу за просту фугу Напомињем, да сл. 12 показује статичко стање темеља за $\gamma = 0,3$.

Максимална напрезања на ивицама k и j , с обзиром на одговарајућа сразмерна напрезања, јесу:

$$sd = \frac{Q}{d} \text{ и } sb = \frac{S}{b}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{sk}{sd} &= \frac{c}{c-d/2} \text{ или } sk = \frac{2cQ}{d(2c-d)} \\ sj &= 2sb \text{ или } sj = \frac{2\gamma b Q}{d(2c-d)} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

Слегање земљишта на ивицама k и j јесте:

$$\lambda_k = \frac{sk}{G}; \quad \lambda_j = \frac{sj}{G'} \quad \dots (17)$$

Нагиб темеља φ је за обе равни једнак:

$$\varphi = \frac{\lambda_k}{c} = \frac{2}{d(2c-d)} \frac{Q}{G} \quad \dots (18)$$

За $c \leq d$ добићемо одговарајуће вредности из изведених образаца заменом c место b те ће бити:

$$S = \frac{\gamma \cdot b^3}{c} \quad c^3 - 3ac^2 - 2\gamma b^3 = 0 \quad \dots (19)$$

2. Резултанта притисака грађевине нагиба косо према темељу.

Овде треба разликовати три разна случаја: неутрална оса O крајних дуварова лежи негде под темељом или над њим или у ивици k

Одговарајућу даљину m ове осе од темеља сматраћемо овде увек као позитивну количину.

а. Темељ се опире целим својим пресеком о вертикални дувар b .

Неутрална оса O лежи испод темеља у даљини m (слика 13) услед чега ће отпор елемента равни dFd удаљеног за x од неутралне осе O бити: $\lambda_i = G x dFd$, а отпор елемента равни dFb

од вертикалног дуvara у даљини $m+y$ од неутралне осе O' $\lambda_i G' (m+y) dFb$

За равнотежу спољних сила и отпора потребно је:

1). Да не би наступио покрет у правцу вертикалном или хоризонталном:

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x dFd - Q = 0, \quad \lambda_i G' \int_c^b (y+m) dFb - P = 0$$

или с нашим означањима:

$$\lambda_1 G M_{d,y} = Q = R \sin \alpha$$

$$\lambda_1 G' (M_{b,x} + mFb) = P = R \cos \alpha$$

и најзад дељењем ових једначина:

$$\gamma \tan \alpha = \frac{M_{d,y}}{M_{b,x} + mFb} \quad \dots (VI)$$

2). Да не би наступило обртање, мора збир момената свију сила у односу на почетак координатног система бити раван нули; дакле:

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x^2 dFd + \gamma_1 G' \int_0^b (y+m)y dFb - nQ - pP = 0$$

или према нашем означању момената и по утврђењу горњих вредности за Q и P

$$G \cdot J_{dy} + G' (J_{bx} + m M_{bx}) = n G M_{dy} + p G' (M_{bx} + m Fb)$$

А из ове једначине добићемо, увођењем за p вредности $p = (c-a-n) \tan \alpha$ и одговарајуће вредности за $\tan \alpha$, из једначине (VI):

$$(c-a) = \frac{J_{dy} + \gamma (J_{bx} + m M_{bx})}{M_{d,y}} \quad \dots (VII)$$

Први члан десне стране једначине значи дуж

$$Oq = \frac{J_{d,y}}{M_{d,y}}$$

а други члан дужину qr . Дужине Oq и $qr \tan \alpha$ одређују удаљеност нападне тачке компонената Q и P које леже у средини одговарајућих отпора од координатних оса Y и X .

Једначина (VII). вреди само кад је m позитивно или најмање $m = 0$ за коју вредност једначина (V) добија вредности истоветне с претходном једначином (14). Ако ли је $a = a_0$ у исто време још је и $S = 0$, јер се отпор вертикалног дуvara поништава компонентом P .

Но ова једначина вреди само за $\alpha \leq \alpha_0$. Ако ли је $\alpha > \alpha_0$, појавило би се у доњем делу дуvara b затезање, што свакојачко нећемо допустити.

Ако је пресек зида једнак по целој дужини грађевине, онда је за $d \leq c$, и $Fb = b$, и за вредности момената мало пре уведених по једначинама (VI.) и (VII):

$$m = \frac{d(2c-d)}{2, b \gamma \operatorname{tg} \alpha} - b/2 \dots \dots \dots \left. \begin{array}{l} \gamma \frac{b^3}{2} + d^2 \left(2d - 3a - \frac{3b}{2 \operatorname{tg} \alpha} \right) \\ c = \frac{\dots \dots \dots}{3d \left(d - 2a - \frac{b}{\operatorname{tg} \alpha} \right)} \end{array} \right\} \dots \dots (20)$$

Да би било m позитивно, мора бити по првој једначини :

$$d(2c-d) \geq b^2 \gamma \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (21)$$

Графички прорачун је нарочито подесан за испитивање узajмне зависности оних пет променљивих, које су се овде појавиле. Кад је темељ проста раван онда имамо само три променљиве. Зарад тога преобразимо једначине (VI) и (VII) за моменте.

Даљину тежишта темеља од неутралне осе O означимо по сл. 13 $Oz = t$, даљину тежишта вертикалног зида од темеља $kv = t' = \frac{Mb, x}{Fb}$; и момен-

те и полупречнике момената лењивости у односу на та тежишта са: $Jd = Fd id^2$, $Jb = Fb ib^2$

Из једначине (VI) је:

$$m = \frac{Mdy}{\gamma \cdot Fb \operatorname{tg} \alpha} - t', \text{ што замењено у једначину (VII)}$$

с обзиром на то да је:

$$\frac{Jd, y}{Mdy} = \frac{Jd}{Mdy} + t; \\ \frac{Jd + \gamma (Jb, x - t' Mb, x)}{Mdy} + \frac{Mb, x}{Fb \operatorname{tg} \alpha} = c - a - t$$

Уведемо ли још дужину $c - a - t = w$ и $Jb, x - t' Mb, x = Jb$, добићемо:

$$\frac{Jd + \gamma Jb}{Mdy} + \frac{t'}{\operatorname{tg} \alpha} = w.$$

Али је по слици дужина:

$$u = \frac{Jd + \gamma Jb}{t Fd} = \frac{w \operatorname{tg} \alpha - t'}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Ако у ову једначину уведемо место момената лењивости њихове полупречнике замахивања, добићемо за полупречник D по нашем систему однос:

$$D^2 = id^2 + ib^2 \gamma \frac{Fb}{Fd} = ut \\ \text{за претпоставку да је } m, \text{ позитивно; т. ј. } \left. \dots \dots (VII) \right\} \\ \operatorname{tg} \alpha \leq \frac{t F b}{\gamma t' F b}$$

Овде је D средња геометријска сразмерна дужини u и одстојању t тежишта темеља од осе деформације темеља O .

Према томе била је постројена у сл. (14) оса O темеља lki : за дану ширину темеља $ld = k$; за

ширину вертикалног зида $b = jk$, за $\gamma = 0,6$ и за даљи положај резултанте R .

Вертикала кроз тежиште z и резултанте R одсецају на паралелној кроз тежиште v темеља дужину u , која је пренета на темељ као $zf = u$ Кругови постројени у крајним трећинама темеља и вертикалне површине, одсецају на управним правима које се стичу у тежишту темељове површине z и v полупречнике замахивања (лењивости) id и ib .

Редукцију ib на $ib' = ib \sqrt{\frac{0,6 b}{d}}$ извршићемо

овако: Пренесимо $\gamma b = 0,6 b$ на десно од ивице k на раван темеља, и опишимо круг с полупречником $d + \gamma b$ до пресека e с вертикалним дуваром. Паралелна линија (означена са II) из крајње тачке дужине ib повучена ка le , одсеца на дувару b дуж

$$ib' \text{ [Јер је } ke = \sqrt{\gamma b \cdot d}, \frac{kl}{d} = \sqrt{\frac{\gamma b}{d}} \text{ и } ib' = \\ ib \frac{ke}{d} = ib \sqrt{\frac{\gamma b}{d}}]$$

Дужина ib' пренесена од тежишта z и управна на њу дуж id чине правоугли троугао, чија је хипотенуза наша средња геометријска сразмерна D . — Ако пренесемо D на вертикали $zg = D$, па приложимо угаоник на gf , онда ће други крак угаоника gO сећи фундаментску раван у осе деформације темеља O . Ако приложимо још угаоник ка O и ка крајњој тачци $Og id$ онда ће други његов крак сећи темељ у тачци q ; а то је нападна тачка компоненте Q .

Ако хоћемо још да се уверимо, да ли наш задатак одговара претпоставци једначине (21) конструишимо дуж kh као средњу геометријску сразмерну ка b и $\gamma b \operatorname{tg} \alpha$. Пошто је у кругу, који је описан из средишта полупречником Ok дужина $d(2c-d) = ol > kh$ то је претпоставка основана и дувар b по целој-је својој површини стињен (под притиском.)

в). Темељ се опире само о један део вертикалног дуvara. b

Ако једначина (21) није основана, онда неутрална оса O' лежи над темељном површином, па пошто је отпор земљишта против истезања искључен, наступиће померање темеља. Такво померање наступило је чешће у знатној мери код подземних сводова без подножних лукова, који су озидани у влажној глини или у изветрелом и пуном воде терцијерном шкриљцу. Да би смо могли проучити овај случај у његовој правој суштини, претпоставићемо да би се темељ могао померити без икаквог отпора.

Узимајући и овде да је m позитивна количина (сл. 15.), можемо преписати једначине (VI) и (VII) и за овај случај ако код количине m изменимо значење и моменат вертикалног зида ограничимо само да дејствује на делу $b-m$.

$$\gamma \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_{dy}}{M_{bx} - m F_{b-m}} \dots \dots \dots (IX)$$

$$c - a = \frac{J_{dy} + \gamma (J_{b-m,x} - m M_{b-m,x})}{M_{dy}} \dots \dots \dots (X)$$

Ове једначине вреде само за положне m , то ест за $\alpha \geq \alpha_0$.

У случају кад је пресек темеља сталан по целој дужини грађевине, онда нови чланови горњих једначина имају за $c \geq d$ ове вредности:

$$F_{b-m} = b-m \quad M_{b-m,x} = \frac{b^2 - m^2}{2}$$

$$J_{b-m,x} = \frac{b^3 - m^3}{3}$$

и кад их уведемо:

$$\left. \begin{aligned} m &= b - \sqrt{\frac{d(2c-d)}{\gamma \operatorname{tg} \alpha}} \\ \sqrt{\frac{d}{\gamma} \left(\frac{2c-d}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^3 + 3c(d-2a - \frac{2b}{\operatorname{tg} \alpha}) - d(2d-3a - \frac{3b}{\operatorname{tg} \alpha})} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

За позитивно m услов је по првој једначини:
 $d(2c-d) \geq b^2 \gamma \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (23)$

У овом случају обично је $c < d$; одговарајући обрасци састављени су у табlici ниже приложеној (види стр. 22). Активни део темеља услед тога се сужава; код несигурног земљишта настаје опасност да се пренапругне, и да се помери и темељ и тумбас ако нема одговарајућих чеоних подупирача од попречних зидова или подножних сводова.

с). Темељ се опире о цели вертикални дувар b за онолико, колика је вредност оних сила, које спречавају померање

Ако је у претходном случају темељ осигуран противу померања, онда ивица k неће изменити свој положај (сл. 16.) и постаће неутрална оса за вертикални дувар. Хоризонтална компонента P резултанте R лежи увек над средиштем отпора $\Sigma N b$ Услед тога је $\Sigma N b > P$. Из ове неједнакости произашла је сила S , која спречава померање темеља по подлози. Спољна хоризонтална сила, која одржава равнотежу с отпором $\Sigma N b$ јесте: $V = P + S$; њено остојање од осе X нека је q .

За равнотежу нашег система имамо по претходним рачунима:

Св. IV.

1). За суму сила:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \lambda_1 G M_{dy} = R \sin \alpha \\ P &= q \frac{V}{p} = \frac{q}{p} \lambda_1 G' M_{bx} = R \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

и отуд:

$$\gamma \operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{q} \frac{M_{d,y}}{M_{b,x}} \dots \dots \dots (25)$$

2.) за суму момената:

$$\lambda_1 G J_{dy} + \lambda_1 G' J_{bx} - nQ - pP = 0$$

Из ове једначине добићемо за $p = (c-a-n) \operatorname{tg} \alpha$ пошто уведемо дотичне вредности за Q, P и $\operatorname{tg} \alpha$ из једначина (24) и (25).

$$c - a = \frac{J_{d,y} + \gamma J_{b,x}}{M_{d,y}} \dots \dots \dots (XI)$$

а с допуном $\frac{p}{q}$ из једначине (25).

$$S = V - P = \left(\frac{p}{q} - 1 \right) P = \gamma \frac{M_{b,x}}{M_{d,y}} Q - P. (XII)$$

Остојање нападне тачке компоненте Q на темељу је:

$$n = \frac{J_{d,y}}{M_{d,y}}$$

а силе V на вертикалном зиду:

$$q = \frac{J_{b,x}}{M_{b,x}}$$

Једначина (XI) има облик једначине (V) а вреди једино за дејство отпорне силе S у правцу резултанте под даним углом α , за њу вреди претпоставка претходног случаја:

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{M_{d,y}}{\gamma M_{b,x}} = \operatorname{tg} \alpha_0$$

с вредношћу α_0 по једначини (14.)

Кад је сталан пресек темеља по целој дужини грађевине, онда добијамо за c једначину сличног облика с једначином (15)

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{2\gamma b^3 + d^2(2d-3a)}{3d(d-2a)} \\ \text{и за } S: S &= \lambda \frac{b^2 Q}{d(2c-d)} - P \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

које вреде за $\gamma b^2 \operatorname{tg} \alpha \geq d(2c-d)$

Из положаја сила у сл. 16. излази:

$$\frac{P}{V} = \frac{q}{p} = \frac{eo}{ef} = \frac{hg}{hl};$$

да тачка g лежи изнад пресека f резултанте (RV) Ако у слици пренесемо силу $S = \bar{lg}$ онда пресек f резултанте (RV) одређује положај вертикалне компоненте Q према подлози темеља, док је у случају кад је $S = 0$, одговарајућа сила (Q) вертикална Кад је темељ осигуран против померања, онда у случају као што је описани, резултанта притиска грађевине може бити знатно померена ка средишту

подлоге темеља. Ако није довољно трење на подлози темеља (пошто се на отпор предњег дувара не можемо ослонити), онда треба темељ вештачки подупрети (код сводова попречним зидићима или подножним сводовима), ако желимо апсолутну сигурност. Под таквим приликама могла би се грађевина особито знатно повредити тада, кад би овим реакцијама придобили, још и притисци са стране, ма и не били велики, чији уплив не би био предвиђен.

Графички рачун изискује опет преображај једначине (XI) на подесан начин као и пређе. Означимо полупречник замахивања нашег система са C , и задржимо при том означања као у сл. 16 па добијамо :

$$C^2 = id^2 + (ib^2 + t'^2) \gamma \frac{Fd}{Fb} = w.t \quad \left. \begin{array}{l} \text{с претпоставком} \\ \text{tg } \alpha \geq \frac{t \cdot Fd}{t' \gamma Fb} \end{array} \right\} \dots (XIII)$$

Ова се једначина разликује од једначине (VIII) само тиме, што овде треба увести у место полупречника замахивања вертикалног дувара, ib , хипотенузу B троугла коме су катете ib и остојање t' тежишта вертикалног дувара од ивице k ; и на место дужи w остојање w нападне тачке резултанте од тежишта оног дела подлоге темељове која дејствује.

У сл. 17. конструјисана је деформациона оса O за исте размере темеља и дувара какве су у сл. 14. али за резултанту s већим углом α , ($\text{tg } \alpha = 4$) и ближе ивице k као и са $\gamma = 0,5$.

Оса O пада на подлогу темеља; положај тежишта z и полупречник лењивости подлоге темеља ic односи и своди се само на оптерећен део s . Полупречник лењивости ib и остојање тежишта t' вертикалног дувара чини правоугли троугао, чија хипотенуза β полази из тачке k и преставаља корен сачиниоца другог члана једначине, (XIII).

Редукцијом β на β' по већ познатом начину и преношењем β' десно од тежишта z на подлози темељевој, добијамо хипотенузу троугла, чије су катете дужи : ie и β' , полупречник лењивости нашег система, C , који је пренесен на управну у тежишту дужином $zg = C$. Ако најзад положимо угаоник на gt онда права из g сече подлогу темељеву у оси O , а управна Oq на Oo одређује нападну тачку q вертикалне компоненте Q . Нападна тачка отпора вертикалног дувара лежи у висини $\frac{2}{3} b$ од пода темељевог. $V = \sum Nb$ сече резултанту R у тачци s . Тачке s и f одређују положај резултујуће силе ($Q S$) за уплив отпора. Ако тачка q падне лево од вертикале из тачке s , онда дејствује на поду темеља сила S као потисак, што се огледа

у нашем случају. Проба да је по претпоставци једначине (26) $kh > c$, може се употребити за контролу, али нужна није.

II. Темељи с косим странама (дуваровима).

Темељи срезују се у косо најчешће код пљоснатих сведених мостова већих распона, да би се тиме добило равномерно распоређивање притисака на темељ.

1.) Резултанта притисака грађевине управна је на једну од двеју површина темеља.

а). Резултанта Q управна је на површину темеља.

Нормални отпори на кос дувар могу наступити једино за привремени отпор противу померања по површини темеља. Кад бисмо н. пр. сасвим искључили трење по површини темеља, онда би се могао темељ уцело лако померити, отпао би уплив управних страна темеља. На темељу сл. 18.) нека би противу померања дејствовала сила Sd Под уливом вертикалне силе Q јављају се отпори на површини темеља $\sum Nd$ и вертикалне компоненте отпора $\sum Nb$ на управним дуваровима. Под уливом пак силе Sd јављају се хоризонталне компоненте отпора $\sum Nb$. Резултанта R_0 сила Q и Sd и резултанта отпора $\sum O$ морају у случају равнотеже лежати на истој правој, која пролази кроз нападну тачку q силе Q . Силу Sd замишљамо тако велику, да потпуно спречава померање темеља. Ако се ивица k при деформацији темеља има обртати око осе O и то само спустити се а никако не померити у страну; онда ће се дувар са стране обртати — што се из слике види — око осе O' чије је остојање $O'k = m = -c \cos \beta$. Угао β значи нам увек унутарњи угао прелома у темељу.

Наш систем однесимо на косоугле координатне осе, тако, да осу X положимо на темељну равн, а осу Y паралелно са дуваром са стране. Задржимо досадашња означања равни и њихових момената лењивости.

За равнотежу имамо ове основне једначине :

За суму сила :

$$\left. \begin{array}{l} \text{вертикалних : } \lambda_1 G \int_{c-d}^c x d Fd - \\ \lambda_1 G' \int_0^b (y - c \cos \beta) d Fb \cos \beta = Q \\ \text{хоризонталних :} \\ \lambda_1 G' \int_0^b (y - c \cos \beta) d Fb \sin \beta = Sd \end{array} \right\} \dots (27.)$$

За суму момената :

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x^2 d Fd + \lambda_1 G \int_0^b (y - c \cos \beta)^2 d Fb = (c-a) Q \dots (28.)$$

Деобом обеју једначина (27) излази :

$$Sd = Q \frac{\gamma (Mb,x - c Fb \cos \beta) \sin \beta}{M,d,y - \gamma (Mb,x - c Fb \cos \beta) \cos \beta} \quad \text{XIV}$$

и за $\frac{Sd}{M,d,y} = \text{tg} \alpha_0$ је;

$$\frac{M,d,y}{\gamma (Mb,x - c Fb \cos \beta)} = \frac{\text{Cos} (\beta - \alpha_0)}{\text{Cos} \alpha_0} \dots \text{ (XIVa)}$$

Из једначине (28) излази остојање осе деформације од ивице κ :

$$c = \frac{Jd,y + a M,d,y + \gamma (Jbx, - a Mb,x \text{Cos} \beta)}{M,d,y + \gamma (Mb,x - a Fb \cos \beta) \text{Cos} \beta} \quad \text{(XV)}$$

Кад је дуж темеља сталан пресек грађевине, онда је :

$$c = \frac{d^2 (2d - 3a) + \gamma b^2 (2b - 3a \cos \beta)}{3d (d - 2a) + 3\gamma b (b - 2a \cos \beta) \text{Cos} \beta} \dots (29)$$

$$Sd = Q \frac{\gamma b (b - 2c \cos \beta) \sin \beta}{d (2c - d) - \gamma b (b - 2c \cos \beta) \cos \beta} \dots (30)$$

Ове једначине вреде једино при трајном одржавању отпора противу померања по површини темеља. Наш рачун одговара дакле најповољнијем могућем стању темеља. Стварно стање приближује се овом утолико више, уколико је трајнији отпор земљишта под темељом противу померања; као што је то н. пр. код пешчаног и шљунковитог земљишта.

Статичко стање земљишта, које је врло ровито, глиновито и слично, може се доста приближити стању, које одговара простој спојници (фуга) са сразмерно малим уливом бочних дуварова. У сачиниоцу γ имамо жељену величину, из чије се мерење вредности може у највише случајева ценити мера безбедности.

б.) Резултанта Р је нормална на бочне дуварове.

Рачун ће бити сличан с претходним, ако будемо увели моменте равнина односно неутралних оса које леже на негативној страни, сматрајући сад $(m) = \kappa (O')$, као положно (насупротив досадашњем) и ако положимо почетак косоуглих координатних оса (X) и (Y) у осу деформације (O'), као што се види у слици 19. Ако (m) добије негативну вредност, онда ће оса (O) пасти у лево од ивице κ , као што је то до сад било за положне вредности c .

За угао нагиба α_0 резултанте отпора темељове површине добијамо:

$$\frac{\gamma (M,bx)}{M(d,y) - (m) Fd \text{Cos} \beta} = \frac{\text{Cos} \alpha_0}{\text{Cos} (\beta - \alpha_0)} \dots \text{ (XVI)}$$

где значи $M(b,x)$ статички моменат бочне равни односно осе (O') а $M(dy)$ статички моменат темељне равни односно тачке κ осе (Y).

Дотичне обрасце за сталан пресек добићемо из једначина (29) и (30) узајамном заменом d и b и заменом вредности $-a (-\text{Cos} \beta) = a \text{Cos} \beta$ наместо a .

Дакле је:

$$m = \frac{\gamma b^2 (2b - 3a \cos \beta) + b^2 (2d - 3a \cos^2 \beta)}{3\gamma b (b - 2a \cos \beta) + 3d (d - 2a \cos^2 \beta) \cos \beta} \dots (31)$$

$$Sb = P \frac{d [d - 2 (m) \cos \beta] \sin \beta}{\gamma b [2 (m) - d] - d [d - 2 (m) \cos \beta] \cos \beta} \quad (32)$$

с) Пример.

У слици 20 изведено је статичко стање темеља $d = 9, b = 6; \beta = 135^\circ, \gamma = 0,5$ за силу Q управну на површину темељне подлоге у одстојању $a = 1$ од ивице κ и за силу (P) управну на бок, која дејствује на одстојању $a \text{Cos} \beta = 1$ мереном у равни бочне стране од тачке κ , Дотичне су резултанте R и (R) пуном цртом извучене.

Остојање осе деформације добија се најзгодније рачуном из једначина (29) и (31): $c = 10,36 (m) = 21,37$

Правац резултанте отпора може се израчунати из размера:

$$\frac{Q}{Sd} \text{ и } \frac{P}{Sb}$$

из једначина (30) и (32) или конструјисати из односа :

по једначини (XIVa) за силу Q

$$\left. \begin{aligned} \frac{\frac{1}{2} Fd t}{\gamma Fb (t - c \cos \beta)} &= \frac{A^2}{B^2} \frac{B \cos (\beta - \alpha_0)}{A \cos \alpha_0} \\ \text{одређујући размеру} & \\ \frac{A}{B} &= \frac{B \cos (\beta - \alpha_0)}{A \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \dots (33.)$$

Ова је размера одређена на слици практички на тај начин што права pp' која одсецају дуж $B \cos (\beta - \alpha_0)$ и $A \cos \alpha_0$ за положај $R \perp pp'$ иде паралелно са li' , Рачун даје $\text{tg} \alpha_0 = 3,41$

За силу (P) је по једначини (XVI), кад означимо са (t') одстојање тежишта бочне стране од осе (O'), и са (t) одстојање тежишта темељове површине од осе (O):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\gamma \frac{Fb}{2} t'}{\frac{Fb}{2} [(t) - (m) \cos \beta]} &= \frac{(B)^2}{(A)^2} \frac{\text{Cos} \alpha_0}{\text{Cos} (\beta - \alpha_0)} \\ \text{а отуд размера:} & \\ \frac{(A)}{(B)} &= \frac{(B) \text{Cos} (\beta - \alpha_0)}{(A) \text{Cos} \alpha_0} \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

Рачун даје $\text{tg} (\beta - \alpha_0) = 2,08$

Средиште отпора темељне површине f за силу Q добићемо кад угаоник приложимо на тачке O и g и из тачке g , из крајње тачке полупречника левостраничности површине темељове $id = \overline{zg}$, пресечемо другим краком угаоника темељеву површину у тачки f . Вертикала из тачке f одређује на R тачку r , кроз коју пролази друга компонента P , управна на бок темеља, P сече R у тачки S , а права sf одређује положај средње резултате сила односно темељове површине.

За оцену улива вредности γ још су испрекиданим цртама пренесене за Q и (P) положаји резултаната R' , одговарајуће вредности $\gamma=1$, кад је $c=18,21$ и $\text{tg } \alpha_0 = 2,83$ и (R') при чему је $(m) = -2257$ и $\text{tg}(\beta - \alpha) = 2,34$.

Из слике види се, да су правци резултаната отпора за силе Q и (P) управне на оба бока знатно приближни међусобом ако имају — као овде — приближно заједничке нападне тачке. — Ако ли су бокови мање способни за отпор, ако се смањи γ ; смањиле се тако исто и угао β и α_0 и обе резултате отпора исправљају се према темељовој површини.

2. Резултанта притиска грађевине је коса према површини темеља и према боку.

Из претходних разлагања види се да активном отпору површине темеља одговара једнолико, типично простирање деформације темеља за дотични бок условљено односом $m = -c \cos \beta$ ако темељни зид дејствује на подлогу као целина непромењеног облика. Ако ли пак притисак грађевине Q поступно прелази у кос положај, онда опада сила S_d при том се правац резултанте отпора не мења — док не доспе до вредности $S_d = 0$ и то за онај угао α нагиба резултанте R за који је $\alpha = \alpha_0$. У овим границама се дакле резултанта отпора не мења. То исто вреди и за силе c обзиром на бочни дувар.

Статичко стање испреламаног темеља треба с тога проучити на начин који је показан у претходном одељку, и то како је кад нагиб резултанте насупрам бочног зида:

а) између 90° и α_0 према површини темеља, c вредношћу α_0 из једначине (XIV.a) или једн. (30) или:

б) између 90° и $\beta - \alpha_0$ према бочном зиду c вредношћу $\beta - \alpha_0$ из једн. (XVI) или (32).

Ако горе речена граница није прекорачена у погледу на једну или другу бочну страну, онда се неће променути ни положај компонената косих према боковима: и једна или друга пресецаће дану резултанту R у тачки s (слично као у сл. 18 управна tg дану силу Q), кроз коју пролази средња резултанта притиска активне површине темеља.

Између крајних положаја резултаната R и (R) за које исчезавају силе S_d и S_a леже они правци

резултаната, које се држе у равнотежи само услед нормалних отпора темеља. Међе ове обично су утолито шире, уколико ближе лежи напада тачка резултанте ка ивици K , а у толико уже уколико је напада тачка ближе тежишту једне или друге равни)

Ако на темељ дејствује једино сила R (сл. 21. без реакција S_d и S_b мора се збир компонената отпора оба бока управцу резултанте изравњати с резултантом R , и збир отпора на резултанту R мора бити раван нули.

Тако имамо:

$$\lambda_1 G \int_{c-d}^c x dF_d \sin +$$

$$\lambda_1 G \int_0^b (y + m) dF_b \sin(\beta - \alpha) = R$$

или

$$\lambda_1 G M_{dy} \sin \alpha +$$

$$+ \lambda_1 G' (M_{b,x} + m F_b) \sin(\beta - \alpha) = R \dots \dots (35)$$

$$\text{и } \lambda_1 G M_{d,y} \cos \alpha -$$

$$- \lambda_1 G' (M_{b,x} + m F_b) \cos(\beta - \alpha) = 0$$

отуд

$$m = \frac{M_{d,y} \frac{\cos \alpha}{\gamma \cos(\beta - \alpha)} - M_{b,x}}{F_b} \dots \dots (36)$$

Једначина момената у односу на почетак координата гласи:

$$J_{d,y} + \gamma [J_{b,x} + (m + e) M_{b,x} + m e F_b] =$$

$$= R (c - a) \sin \alpha$$

из које за вредност R из једн. (35) m изједн. (36) и $e = -c \cos \beta$:

$$(XVII) \cdot c - a = \frac{J_{d,y} + \gamma (J_{b,x} - \frac{M_{b,x}^2}{F_b} +$$

$$+ \frac{M_{d,y}}{M_{d,y}} +$$

$$+ \frac{M_{b,x}}{F_b} \cos \alpha - a \cos \alpha \cos \beta}{\cos(\beta - \alpha)}$$

Графичко решење добија се просто ако изразимо последњу једначину опет моментима у односу на тежишта равнина:

Тако је:

$$\frac{J_d + \gamma J_b}{M_{d,y}} + (t - a \cos \alpha) \frac{\cos \alpha}{\cos(\beta - \alpha)} = c - a - t = w$$

или ти:

$$i^2 d + i^2 b \cdot \gamma \frac{F_b}{F_d} = \frac{w \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} - t + a \cos \beta}{\cos(\beta - \alpha)} t \quad (37)$$

Ако кроз тежиште темељске површине повучемо вертикалу до пресека с резултантом R у тачки s а отуд нормалу на бочни дувар до тачке l , онда одређује растојање од тачке l до тежишта v вредност бројитеља разломка с десне стране једначине.

Дакле је дужина:

$$\overline{vl} = \overline{kl} - t' = \overline{kj} + \overline{co} - t',$$

где значи:

$$\overline{kj} = - a \cos (180 - \beta) = a \cos \beta$$

$$\frac{\overline{qo}}{w} = \frac{\cos (\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \quad \text{и} \quad \frac{\overline{qo}}{w} = \frac{\cos (\beta - \alpha)}{\cos \alpha}$$

Повучемо ли даље кроз тежиште v паралелну са R до пресека управне sl у тачци h онда вертикала, која пролази кроз тачку h одсеца на хоризонталној правој кроз тежиште v дужину $uv = U$ и ту је:

$$\frac{vl}{uv} = \frac{\cos (\beta - \alpha)}{\cos \alpha}$$

дакле за hu управно uv паралелно с површином темеља:

$$\frac{vl}{\cos (\beta - \alpha)} = uv = U = \frac{\text{разломку десне стране једначине (37)}}{\cos \alpha}$$

Ако означимо полупречник лењивости целог система писменом D , добићемо једначину (37) у облику једначине (VIII)

$$D^2 = i^2 d + i^2 b \gamma \frac{Fb}{Fd} = U t \dots \dots \dots \text{(XVII) (a)}$$

Ако нормала sl пролази кроз тежиште v , пролази ли дакле резултанта кроз пресек нормала, подигнутих у тежиштима обеју пљосни, онда ће бити $U = 0$. Међутим је $t = \infty$, компоненте резултанте за оба бока пролазе кроз тежишта ових бокова и обе темељеве пљосни су равномерно напрегнуте. Ово вреди само у случају ако правац резултанте не прекорачи међе одређених углова, α_0 и $(\beta - \alpha_0)$ ови углови, као што је већ познато из претходног случаја, зависе од вредности γ , док U по једначини (37) не зависи од γ . За овај случај може се рећи:

Темељ у прелому преноси на земљиште притисак грађевине равномерно подуж равнина темељевих ако резултанта притисака пролази кроз пресек нормала кроз тежишта обеју опорних пљосни, и ако је угао нагиба резултанте према темељовој површини $\alpha \leq 0$ по гласу једначине (33) и $\alpha \geq 0$ по гласу једначине (34). У том случају темељ је напрегнут једино нормалним притисцима а свако померање темеља искључено је; темељ је у стању максималне стабилности.

Мања одступања резултанте по положају и правцу, могу се допустити. Међутим вредно је одредити деформацију темеља и њен уплив на свод, и то нарочито онда кад се тиче какве скупе грађевине. — С обзиром на то што количина U не зависи од γ потребно је пре свега старати се, да резултанта притисака грађевине пролази што могуће ближе поред пресека нормала кроз тежишта потпорних пљосни темеља, и треба одредити уплив нагиба резултанте на напрезање обеју пљосни.

Пример:

У слици 22 израчунаћемо крајње вредности резултанте R која пролази кроз доњу нападну тачку у пљосни темеља, при чему би темељ био са свију страна слободан — н. пр. у земљишту које апсолутно попушта, искључујући чак и отпор трења — с предпоставком да се не изазове затезање на темељу. Крајњи положаји компомената управних на пљосни темеља пролазе кроз крајње трећине пљосни. Компоненти Q_1 одговара на пљосни темеља неутрална оса O_1 на ивици темељне пљосни; компоненти Q_2 опет оса O_2 на прелому темеља (стицају обе пљосни).

Круговима с полупречницима $d/3$ и $b/3$ одредимо најпре дужину $i'd$ и $i'b$ и извршимо познату редуkcију $i'b$ за дато $\gamma = 0,9$.

Хипотенузу правоуглог троугла чије су катете $i'd$ и $i'b$ пренесимо до $z_g = D$ и конструишимо, приложивши угаоник на $O_1 g$ и $O_2 g$, из тачке g одсечке u_1 и u_2 . Ово пренесимо из тежишта v на праву паралелну с темељевом површином, и то u_1 као положно на унутарњу, а u_2 као одречно на спољну страну темеља. Кроз крајње тачке повуцимо вертикале.

Сад треба кроз доњу нападну тачку резултанте повући правце R_1 и R_2 тако, да се нормале на бочне дуварове из тачака s_1 s_2 с вертикалом кроз тежиште z и праве vh_1 и vh_2 повучене паралелно с правцима R_1 и R_2 пресецају у тачкама h_1 односно h_2 на вертикалним одсечцима u_1 и u_2 . Конструкцију ову лако је извести на познати начин. Кроз пресеке r_1 и r_2 који леже на вертикалама кроз средње трећине темељева лежишта, пролазе компоненте P_1 и P_2 нормалне на бокове; из њихових положаја према тежишту бока види се, да је и овај бок по целој својој ширини притиснут. За контролу R_1 је пренесено на вертикали у O_2 тако да је $\gamma b^2 \cos (\beta - \alpha) < d^2 \cos \alpha$ по једначини (36), која вреди за m положно.

Положај резултанте, која би изазвала равномерну поделу отпора на обе равни темељеве површине означена је са R

III Уплив темеља подупртих са стране на стабилитет грађевине.

Последња два одељка наших проматрања дају све што је потребно за израчунавање напрезања и деформације темеља, за дану резултанту, сила, које дејствују на грађевину. Ако нам је позната оса деформација темеља. може се по једначинама (16) (17) одредити максимално напрезање и слегање подлоге темељеве; а из једн. (18) нагиб који ће заузети темељ

$$\varphi = \frac{\lambda k}{c}$$

Темеље подупрте са стране имају у главном разне грађевине на свод, конструкције које се деформишу чија је стабилност у нарочитом интимном односу са стабилитетом самог темеља.

Наша разлагања о функцији темеља дају, истина, све што је потребно, да бисмо могли сматрати грађевину као једну целину, али непосредно решење те целине наилази на тешкоће. Зарад тога треба поћи обилазним путем, на тај начин што ћемо најпре одредити резултујући притисак грађевине под претпоставком да нема бочних страна. Овом резултујућем притиску одговара одређено стање темеља

допуњеног боковима, по коме ћемо грађевину ценити.

Уплив бочних дуварова темеља, и одговарајућих подупирача, често је врло значајан за грађевину. — Графички рачуни су нарочито подесни да бисмо могли помоћу њих по претходној конструкцији резултујућег притиска сватити опште стање грађевине и тиме себи олакшати и ревизију рачуна.

С чешког прево
Јефта Стефановић

Грађа за српску техничку терминологију.

П Р И Л О З И

1.) Машински термини.

Овде су саопштени неки машински термини којих или нема у „Прилозима за српску машинску терминологију“ од г. Св. Недељковића, одштапаним у св. 3 и 4. С. Т. Листа за год. 1895., или су тамо друкчије преведени. Изрази у загради представљају термине по предлогу г. Св. Недељковића.

1.) **Зазор** (међупростор) — Spielraum. — Gioco; gioco (итал.) — jeu; liberté du cylindre (франц.) — Working; play; piston-play. енгл.

2.) **Замајац** (замајник) — Schwungrad. — Volano; volante. — Volant. — Fly-wheel

3.) **Заптивни материјал** — Dichtungsmaterial. — Materiali per garniture. — Matériaux pour garnitures. — Materials for packing.

4.) **Затварач** (чунак) — Schieber. — Corsore corsoio; cassetto; valvola. — Curseur; tiroir. — Slider; slide-valve.

5.) **Зејтин за мазање цилиндра**. — Zylinderöl. — Olio per cilindro. — Huile pour cylindre. — Cylinder-oil.

6.) **Зејтин машински**. — Maschinenöl. — Olio per maschino. — Huile pour machines. — Maschine-oil; Lubrating-oil.

7.) **Испусни вентил** (оточни вентил) Ablassventil. — Valvola di scarico. — Soupape de décharge — Delivery valve.

8.) **Испуст** (испражњење). — Entleerung.

9.) **Клипања** (клипна дршка). — Kolbenstange. — Gambo o stelo, o asta, dela stanuffo. — Tige du piston. — Piston-rod.

10.) **Колено**. — Kniestück.

11.) **Кретања**. (машка) — Pleulstange; Treibstange. — Biella motricê. — Bielle motrice. — Connecting-rod.

12.) **Криваја** (машка) — Kurbelstange. — Biella. — Bielle. — Connectig-rod.

13.) **Мазалица**. — Schmiergefäss. — Lubrificatore; Bossolo per il grasso. — Lubricator; grasseur. Lubricator; Oil cup; Oil box.

14.) **Млазница-прскалица**. — Strahlrohr — Mundstück.

15.) **Ладан — водени притисак**. — Hydraulischer Druck. — Pressione idralica. — Pression hydraulique. — Hydraulic-pressure.

16.) **Одвојак**. — Abzweig.

17.) **Оловна вуна**. — Bleiwolle.

18.) **Пловак** (пловац). — Schwimmer. — Galleggiate. — Flotteür — Float; floater; floating-body.

19.) **Потискујући вентил** (одводни вентил). — Druckventil. — Valvola premente; — Soupape de refoulement — Delivery-valve; Forcing-valve.

20.) **Прелив**. — Entlüftung. —

21.) **Принудно крмло**. — Zwangläufiger-Ventilsteuerung. —

22.) **Скретница** Standrohr.

23.) **Сисачка корпа**. — Saugkorp. — Cufia d'aspirazione. — Crépine; Couloir du tuyau d'aspiration d'une pompe. — Pump-kettle; tube-filter; streiner.

24.) **Слепи затварач**. — Blindflansche. — Briglia cieka. — Balustrade aveugle. — Blind-balustrade.

25.) **Укрсна главчина** (клизач). — Kreuzkopf. Testa a croce; testa. — Tete croisée; crosse. — Cross-head.

26.) **Ускреница**. — Kreuzstück.

27.) **Цев за притисак**. — Druckrohr. — Tubo premente. — Tuyau de refoulement. — Delivery pipe.

28.) **Цев са наглавком**. — Muffenrohr.

29.) **Цев са ободом**. — Flanschrohr.

30.) **Цилиндар високог напона**. — Hochdruckcylinder. — Cilindro ad alta pressione. — Cylindre a haute pression. — High-pressure cylinder.

31.) **Цилиндар ниског напона**. — Niederdruckcylinder. — Cilindro a bassa pressione. — Cylindre a basse pression. — Lowpressure cylinder.

Саопштио
Драг. Мирковић

2.) ХИДРОТЕХНИЧКИ ТЕРМИНИ

Ови изрази махом су узети из предавања г. Н. Стаменковића проф. Универзитета и чланака објављених у С. Т. Листу.

- 1.) **Атмосферска вода.** (талози)—Atmosphärische Niederschläge.
- 2.) **Кишница.** — Regenwasser
- 3.) **Роса.** — Tau
- 4.) **Слана.** — Reif.
- 5.) **Магла.** — Nebel.
- 6.) **Снег.** — Schnee.
- 7.) **Кишомер.** — Regenschirm; Pluviometer.
- 8.) **Висина кише.** — Regenhöhe.
- 9.) **одени талог.** — Niederschlag.
- 10.) **Испаравање.** — Verdunstung.
- 11.) **Понирање.** — Versickerung.
- 12.) **Подземна вода.** — Grundwasser.
- 13.) **Извор.** — Quelle
- 14.) **Бара,** — Sumpf.
- 15.) **Језерце.** Teich.
- 16.) **езеро.** — See.
- 17.) **Слив.** — Niederschlagsgebiet; Zuflussgebiet.
- 18.) **Текуће воде.** (текућице)—Fließende Gewässer.
- 19.) **Водоток.** — Wasserlauf.
- 20.) **Вододерина олука.** — Gerinne; Rinne.
- 21.) **Јаруга.** — Graben.
- 22.) **Поток.** — Bach.
- 23.) **Речица, мала река.** — Fluss.

- 24.) **Река.** — Fluss; Strom
- 25.) **Канал.** — Kanal.
- 26.) **Водостање** — Wasserstand
- 27.) **Ниска вода.** — Niederwasser.
- 28.) **Средња вода.** — Mittelwasser.
- 29.) **Велика вода.** — Hochwasser.
- 30.) **Оквашени обим:** — benetzte Umfang d. Querschnitts.
- 31.) **Загушење леда.** — Eisstopfung.
- 32.) **Кретање леда** — Eisgang
- 33.) **Талози.** Sinkstoffe.
- 34.) **Облутци.** — Gerrölle.
- 35.) **Шљунак.** — Kies.
- 36.) **Песак.** — Sand
- 37.) **Муљ.** — Schlick.
- 38.) **Обала.** — Ufer.
- 39.) **Водомер.** — Pegel.
- 40.) **Пловак.** — Schwimmer:
- 41.) **Хидрометриске цеви.** — Hydrometrische Röhren.
- 42.) **Хидрометриско крило:** Hydrometrische Flügel.

(наставиће се)

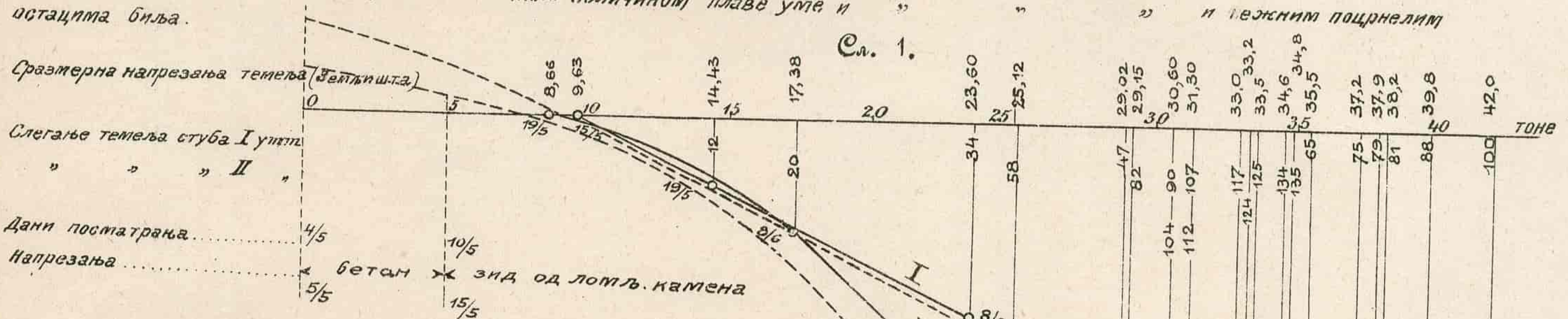
Саопштио
Душан Божић

ИНЖ. ЯРОСЛАВ ГРЕГЕР: ПРИЛОГ СТАТИЦИ ЗИДНИХ ТЕМЕЉА

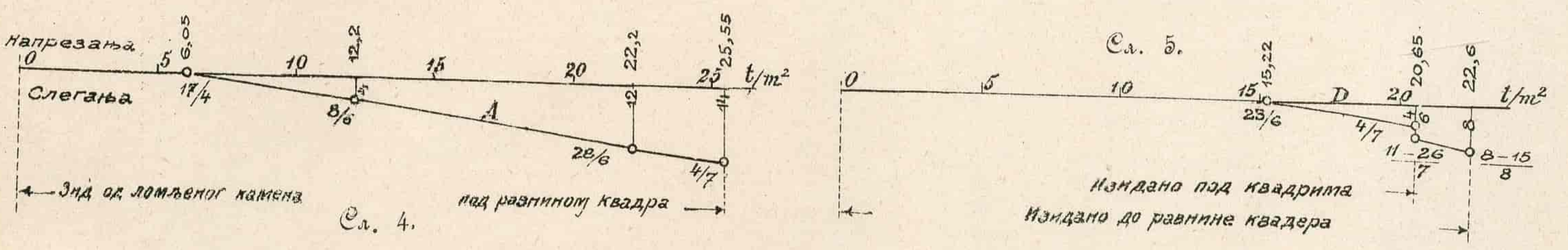
Посматрано слегање темеља у два виадукта на жел. Лешта-Печуј у У секцији Домбовар-Ст. Моренц вршено приликом зидања г. 1882. РДСЕЧЦИ ПОКАЗУЈУ НАПРЕЗАЊЕ 1 м² ТЕМЕЉА У ТОНАМА, ОРДИНАТЕ: СЛЕГАЊЕ ТЕМЕЉА У МИЛИМЕТРИМА

Виадукт км. 24.026

Стуб I на км 24,008 ; површ. темеља 26,28 м² под земљом 6,4 м²; кота 153,70; раван констр. квадра 174,44 м
 " II " " 24,044 ; " " 26,50 ; " " 4,0 ; " " 156,715 " " " 174,81 м
 темељ I под водом збијен песак, незнатно проткан плавом утом и мањим валутцима (Festölle)
 " II " " песак проткан великом количином плаве уте и " " " и тежким поцрнелим остацима биља.

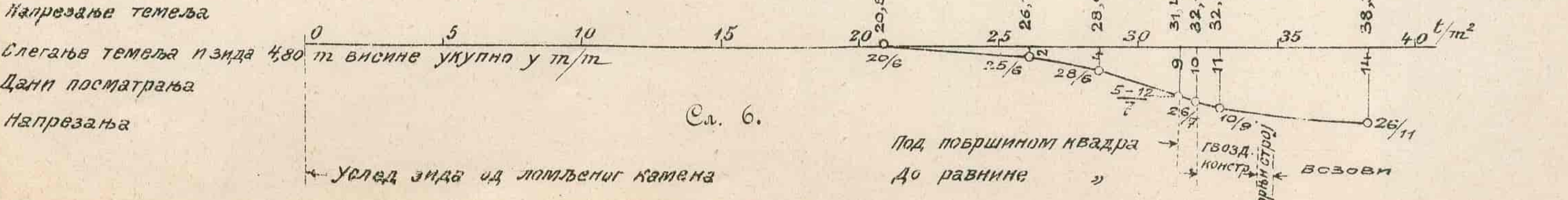


Тумбас А, км 23,976 ; површина темеља 56 м²; кота : 159,00 збијен чист сув песак, ситан и отворено жуто; на граници подземне воде.
 Тумбас В, " 24,081 ; " " 54 ; " " 162,35 лево од осе чврста пешчана жута уте, обичне влажности над подземном водом.
 Тачка осматрања : камена плоча на другом ступљу темеља, на коти 162,023 код тумбаса А, 165,003 код тумбаса В.

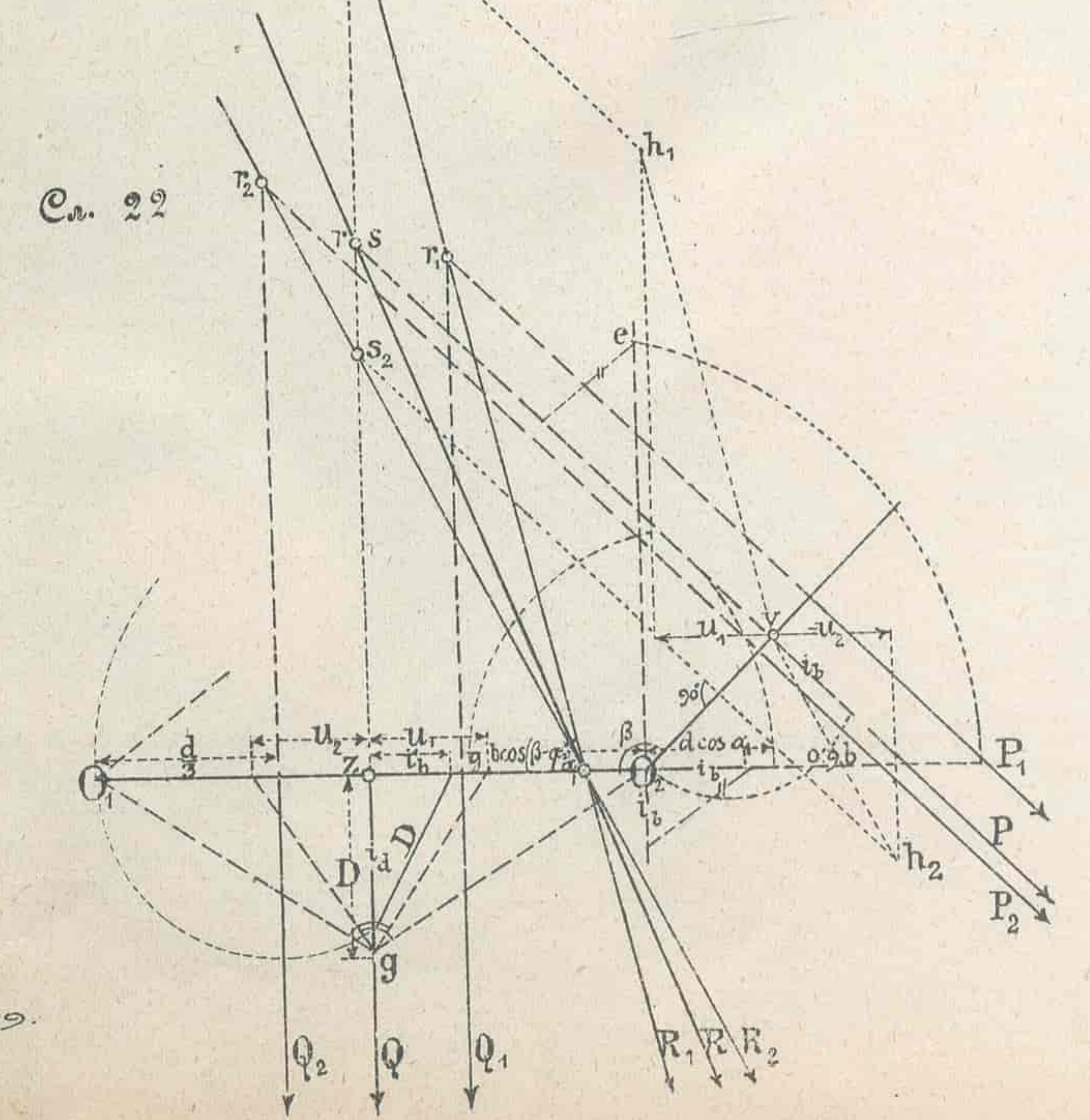
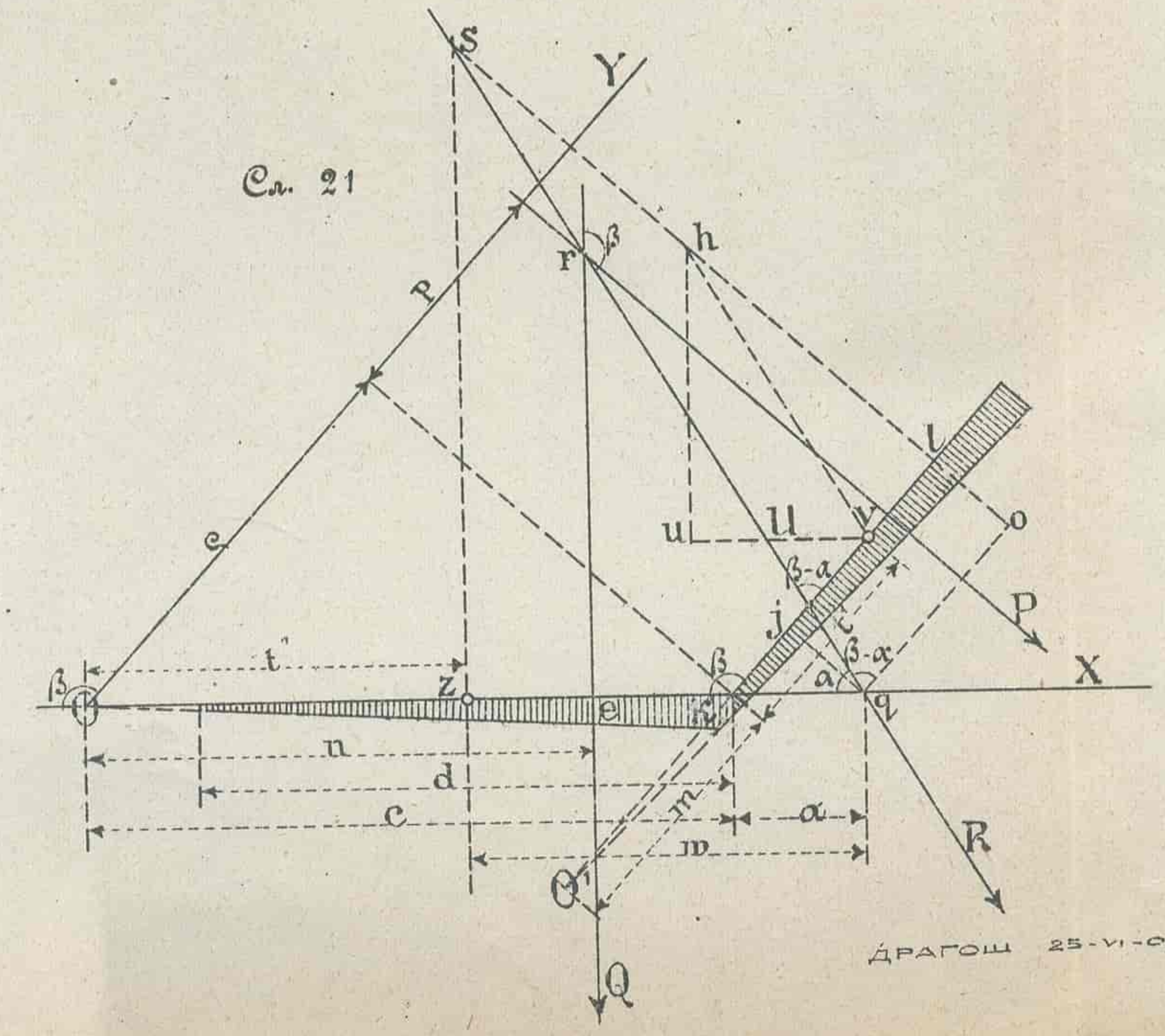
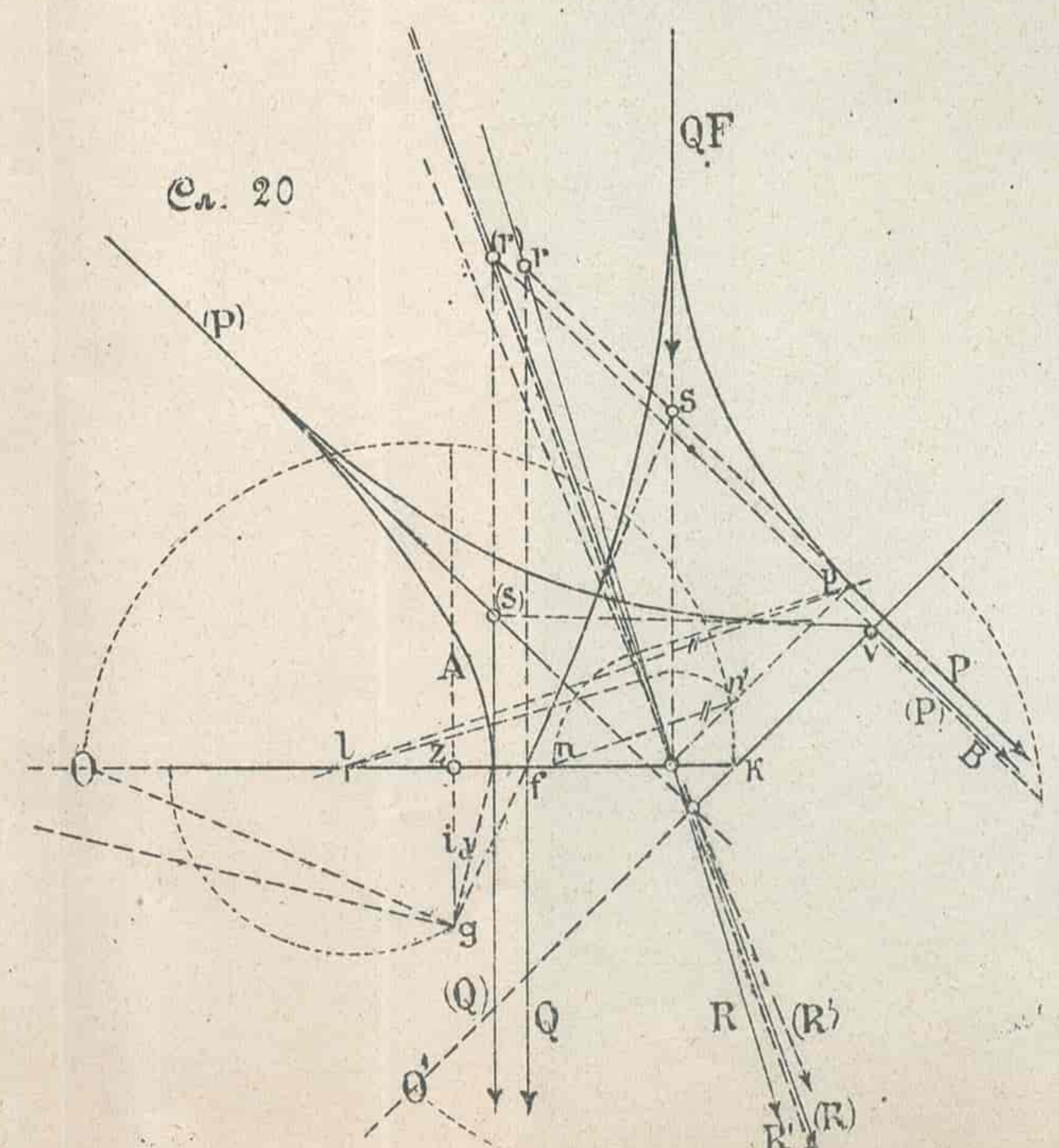
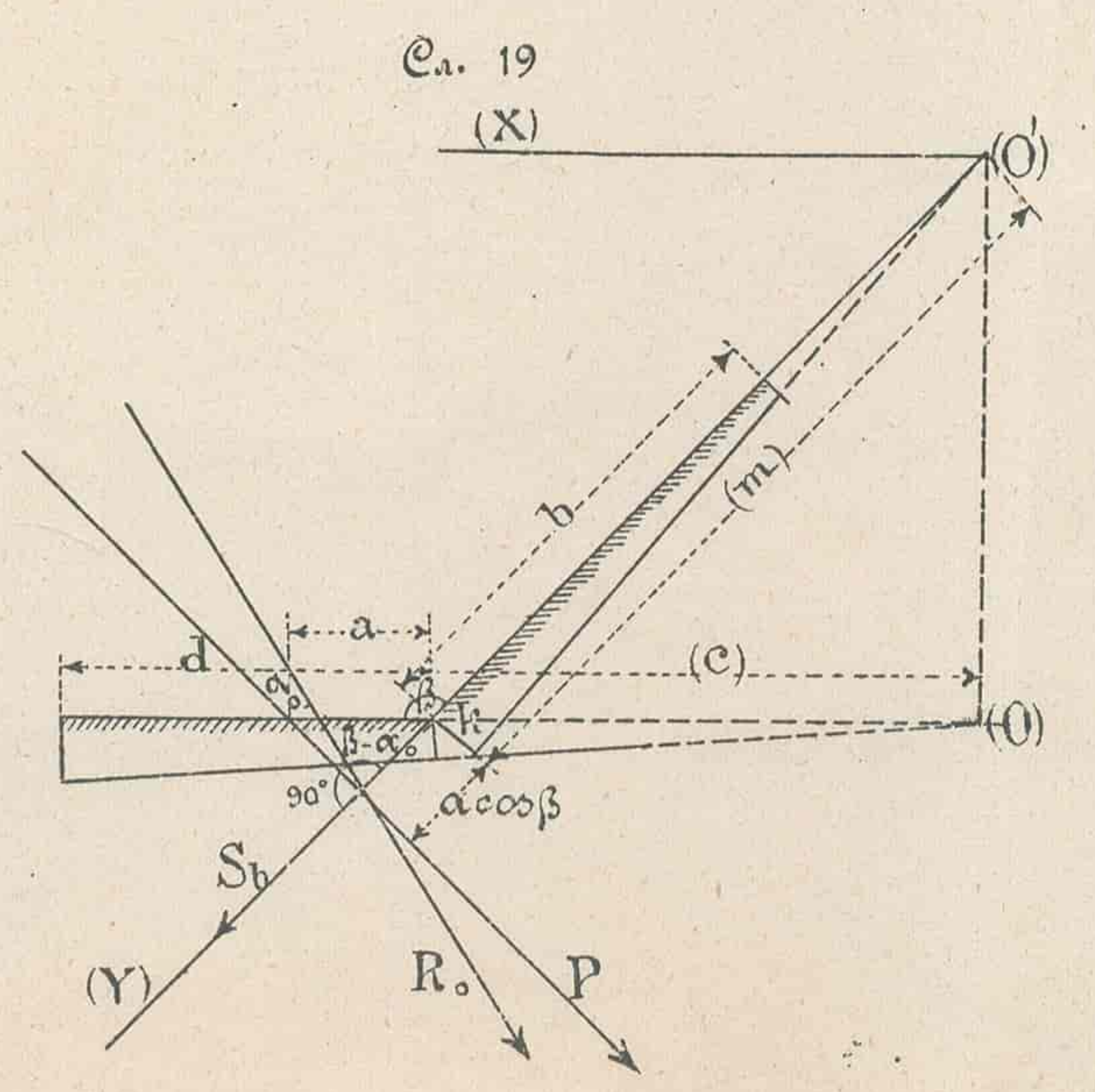
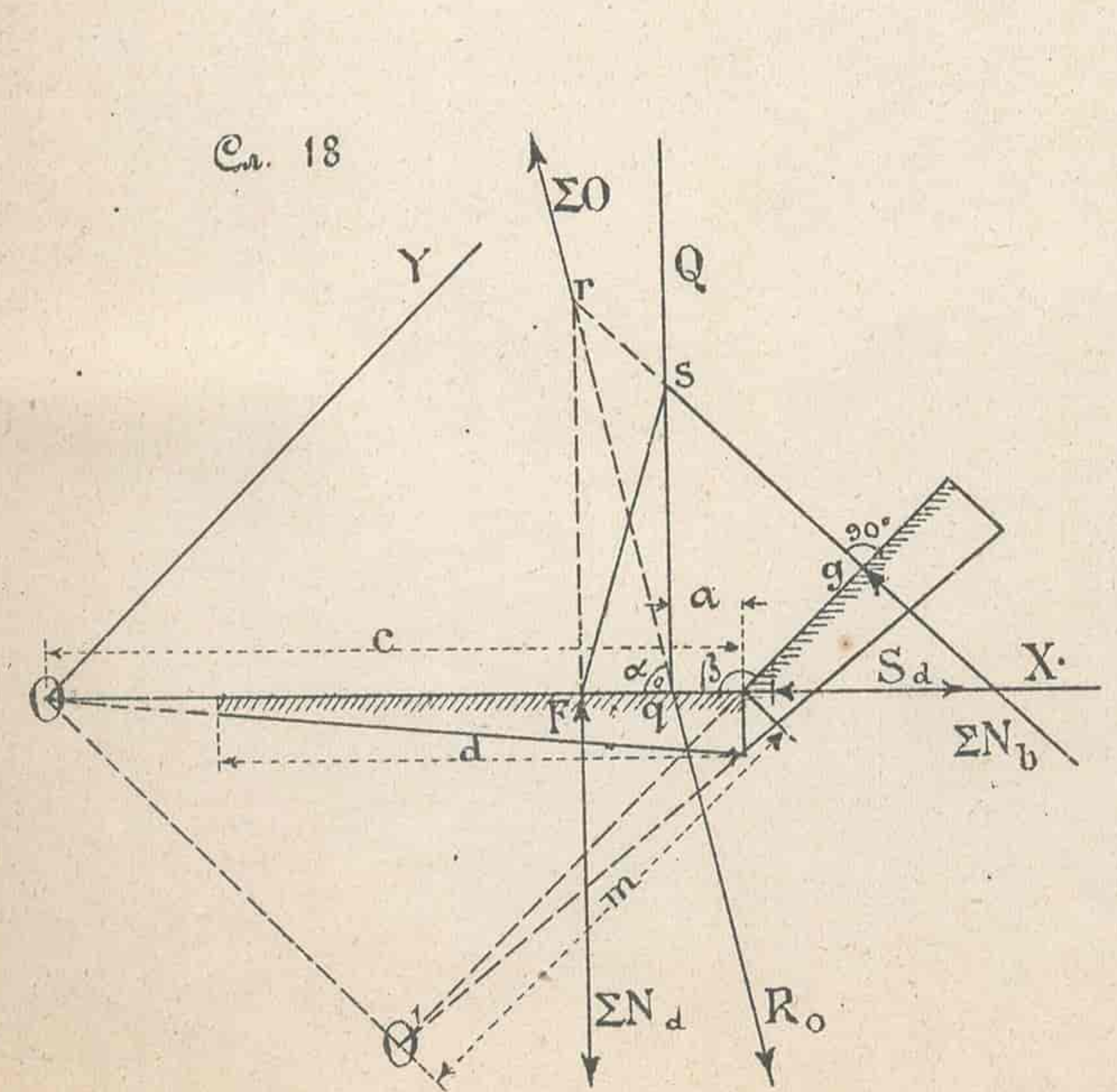
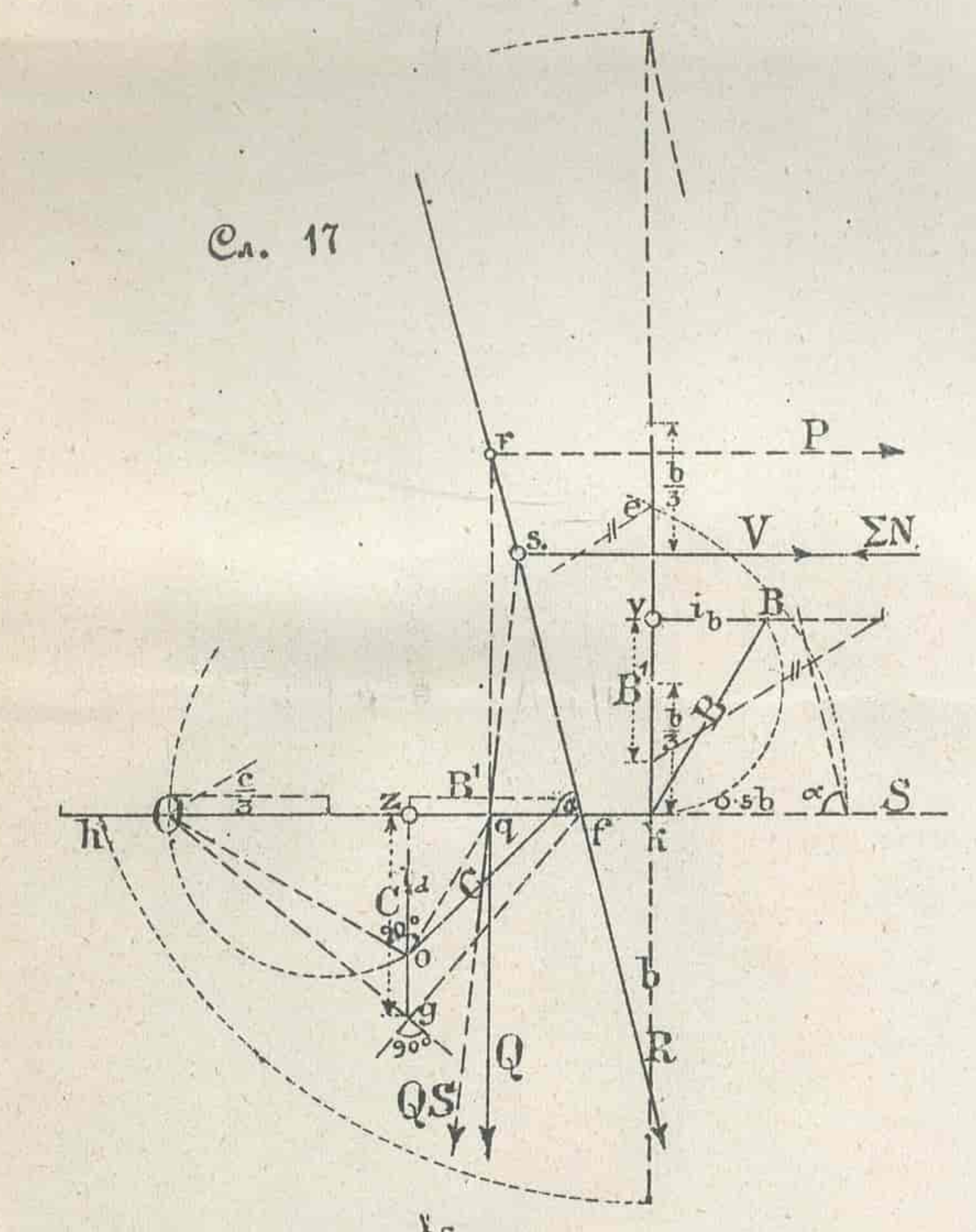
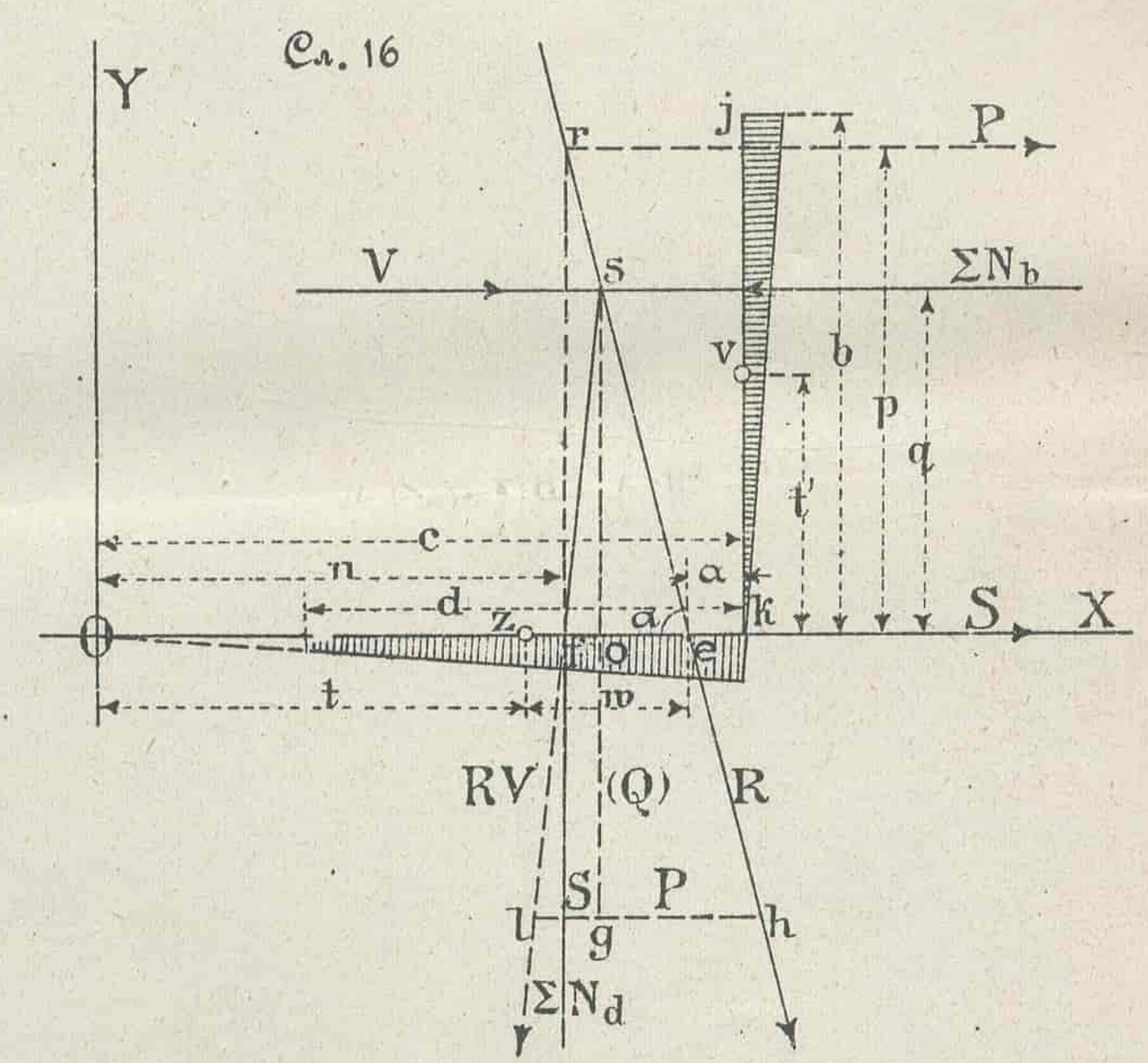
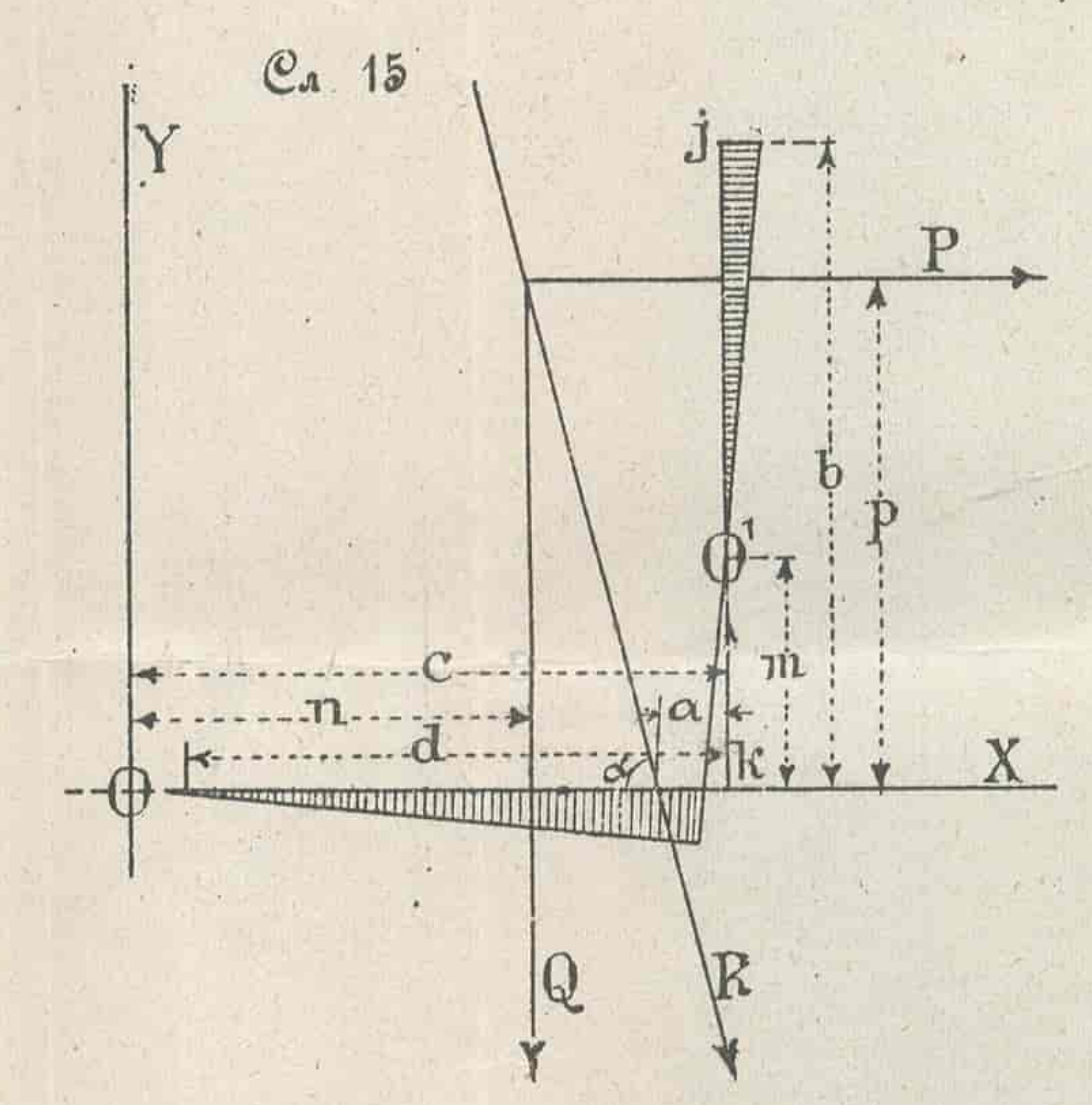
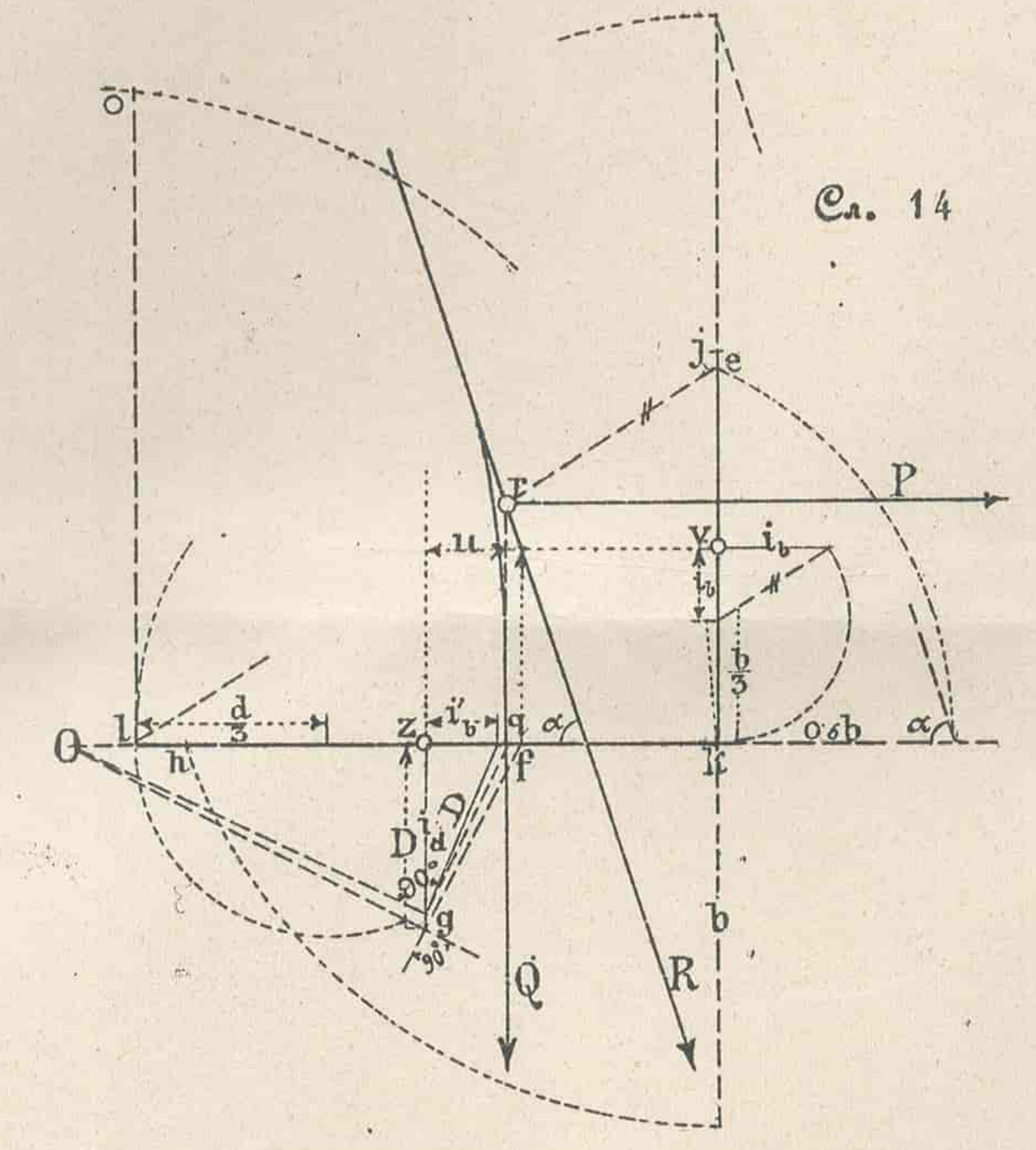
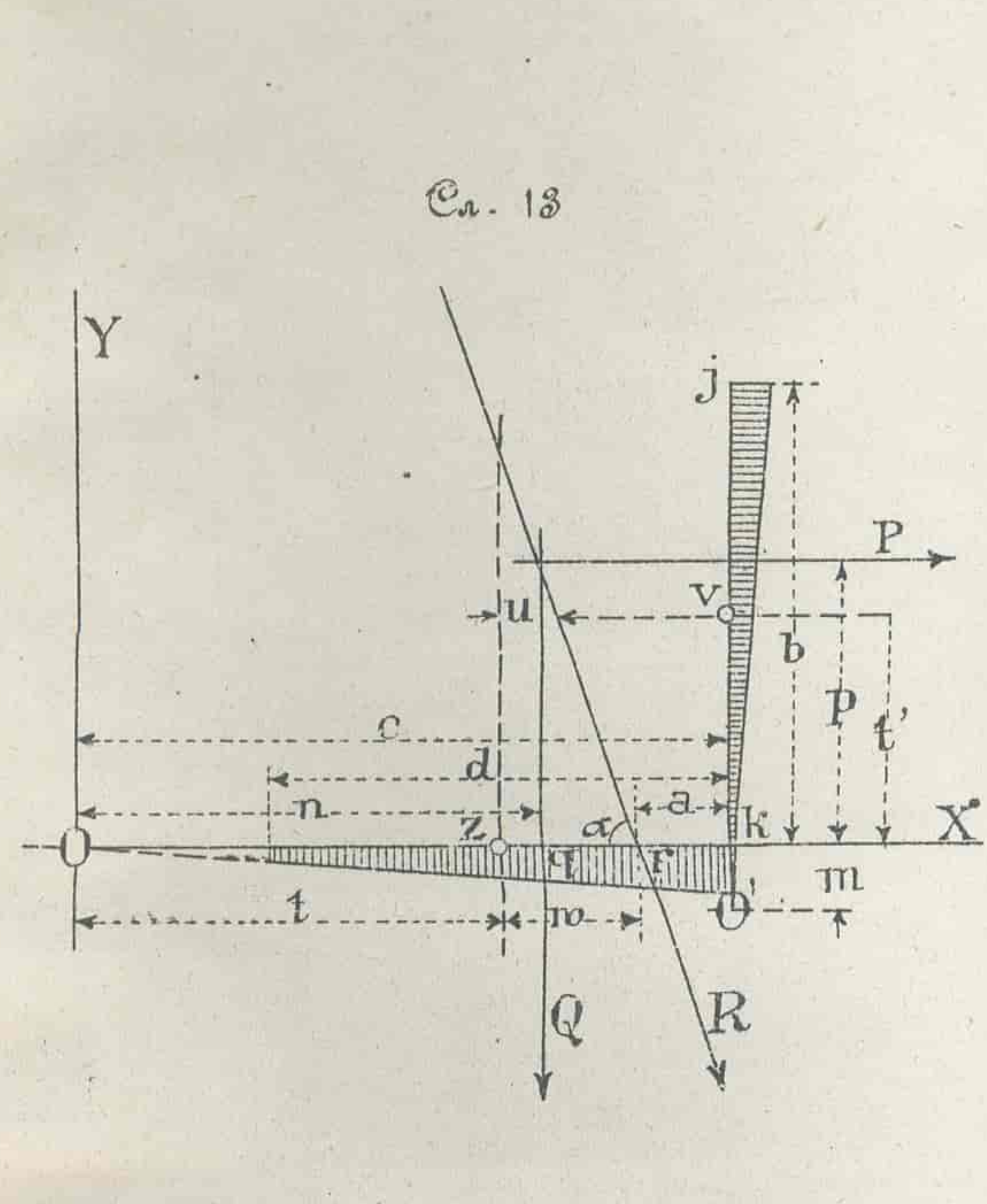
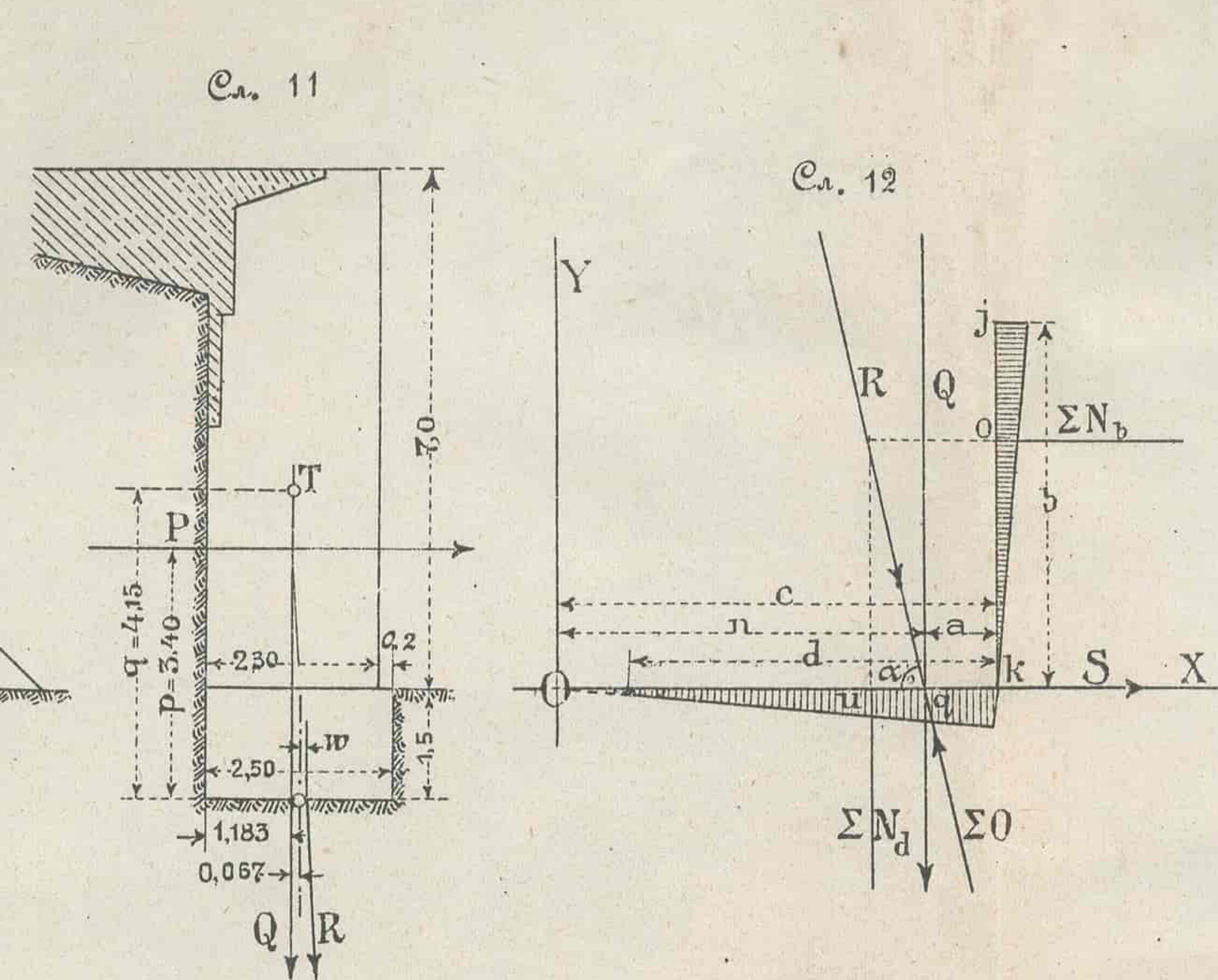
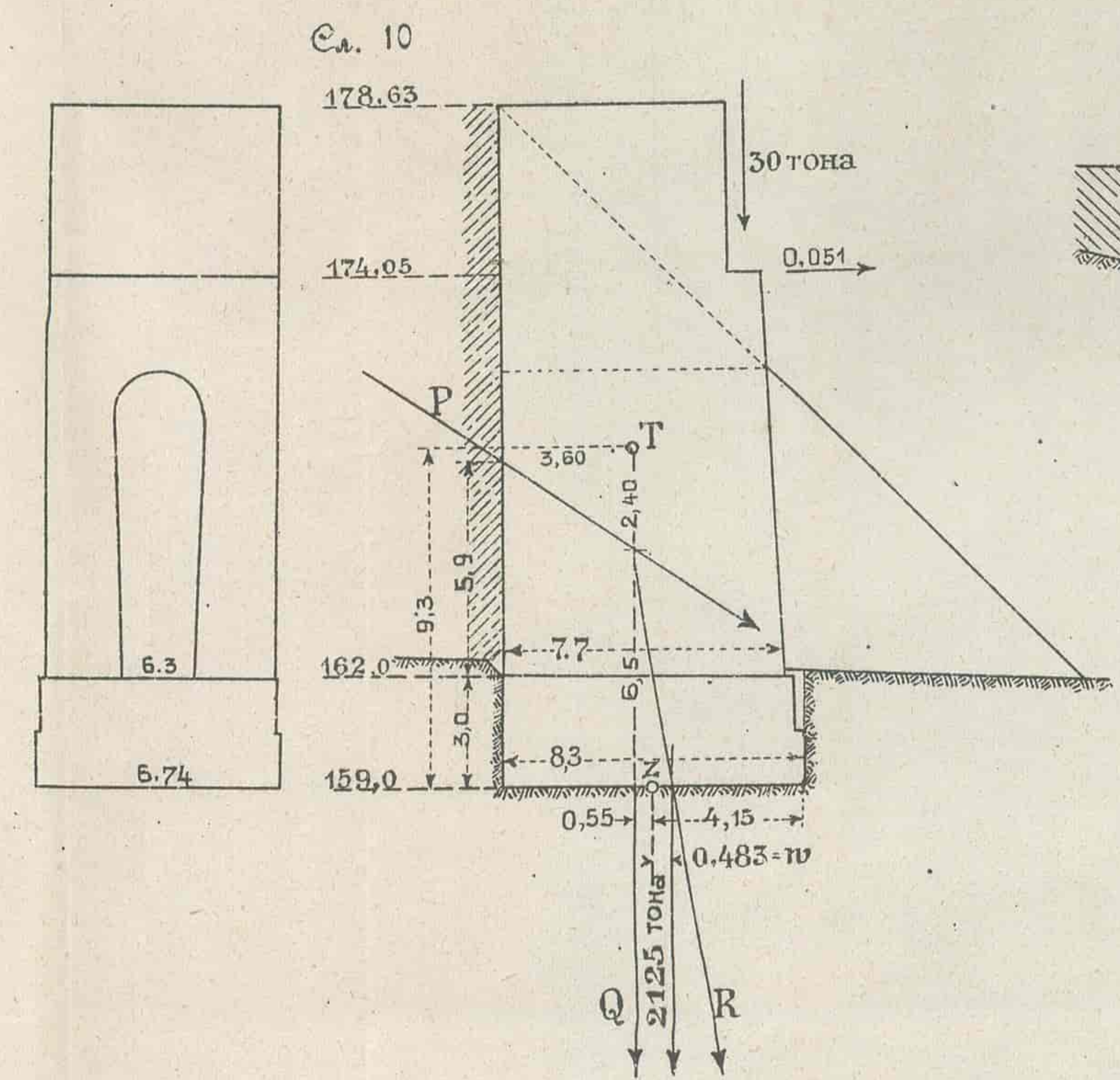
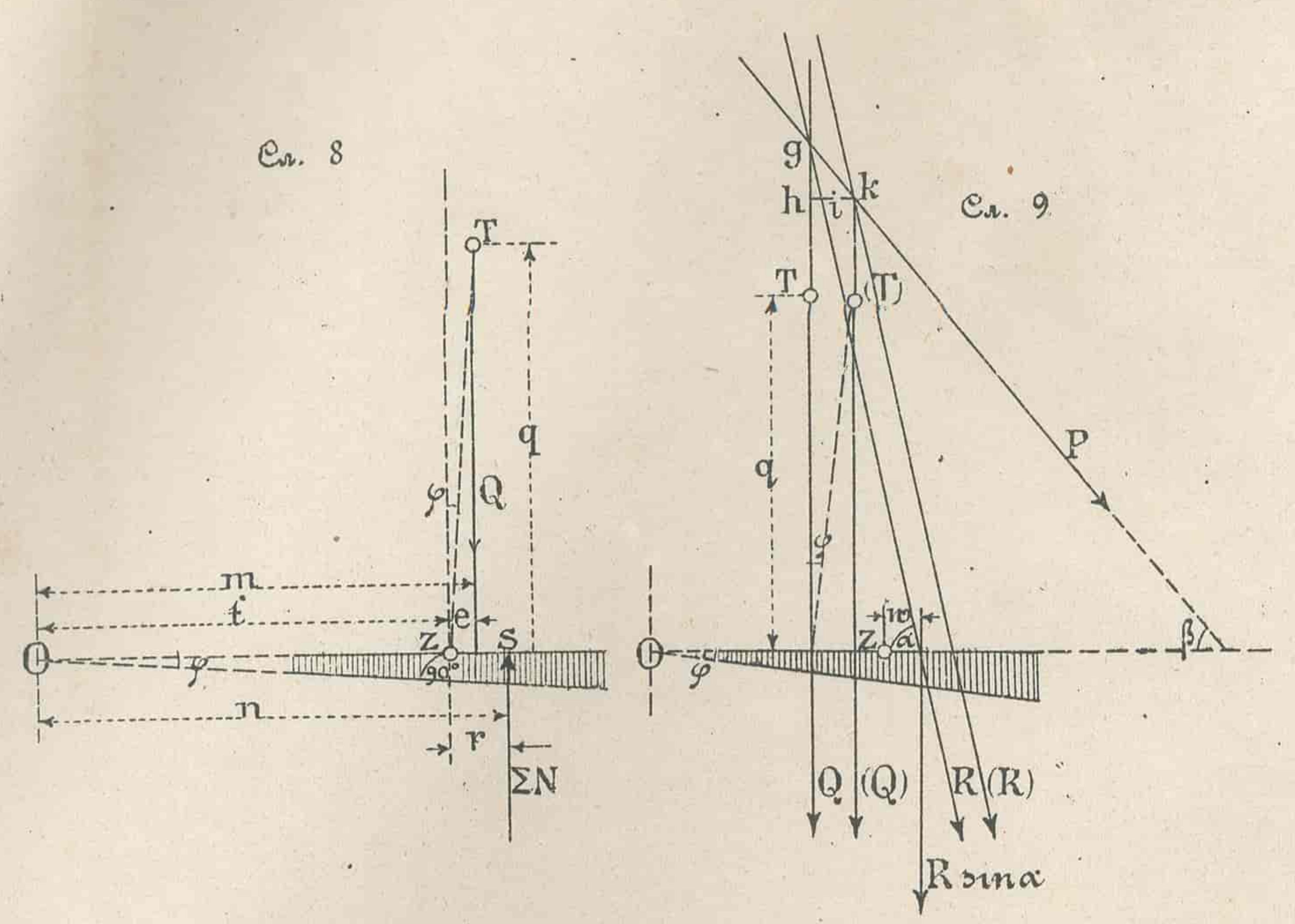
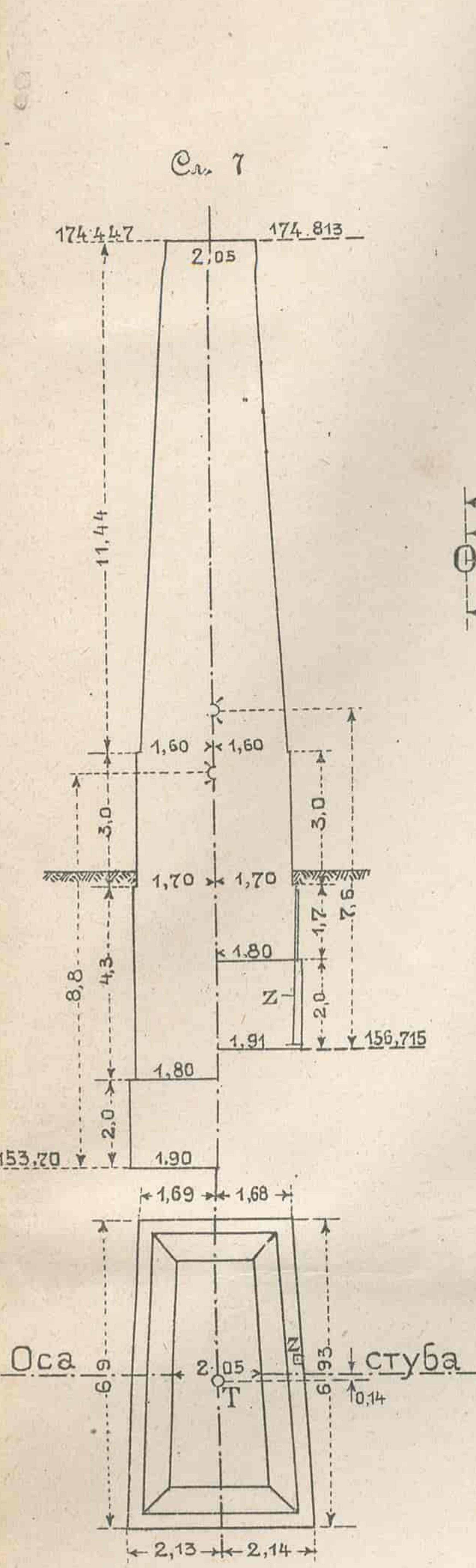


Виадукт км. 24,477 средњи стуб

Површина темаља : 26,5 м²; под земљом 4,00 м²; кота 160,55; збијен и стврднут глиновит песак, само се пијукот може раскопавати до 2,1 м дубоко под темељом. Многи подземне воде још од саме површине земље. Зид темеља до висине 164,24 м од ломљеног камена, средњи стуб 15 м висок. Посматрано слегање испуштеног камена на коти 165,408 почиње зидањем од коте 171,19.



ИНЖ. ЈАРОСЛАВ ГРЕГЕР: ПРИЛОГ СТАТИЦИ ЗИДНИХ ТЕМЕЉА



ДРАГОШ 25-VI-09.