ГОД. XX. „СТРУЧНИ ДОДАТАК“ 1909.

СРПСКИ ТЕХНИЧКИ ЛИСТ

ОРГАН УДРУЖЕЊА СРПСКИХ ИНЖЕЊЕРА И АРХИТЕКТА

УРЕДИО
инж. ДУШАН БОЖИЋ

НАШИ ТЕХНИЧКИ РАДОВИ.

Важнији објекти београдске канализације

I. Спој канала горње зоне савског слива на почетку тунела.

(Са сликама на листу 1. и 2.)

инжењери Д. Божић и Н. Смиљанић.

Одлуком Главног Санитетског Савета, донетом још у год. 1893., да се сва нечиста вода при канализању Београда мора одвести у Дунав, питање о канализацији вароши доведено је пред два, једино могућна, начелна решења о начину спровођења воде са савских сливова на дунавску страну.

Та два решења била су :

1.) Да се помоћу једног или два велика скупљача сва нечиста вода са савског слива води кроз доњу тврђаву, око града, у Дунав (Пројекат Смрекеров и II — алтернативни пројекат Д. Нинковића) и

2.) Да се одвођење нечистоће са савске стране изврши помоћу тунела испод вароши (Пројекти : Грађевинског Одељења — Т. Селесковића, Lindley-a и Ficatier-Vézin-a).

Треће решење: да се цео савски слив канализише по сепарационом систему и нечиста вода преко гребена пребацује на дунавску страну, због велике висинске разлике није се могло ни узимати у озбиљну комбинацију.

У одобреном пројекту г. Д. Нинковића, по коме је приступљено извршењу канализације Београда може се узети да су оба горња начелна решења комбинована. Савски слив подељен је на две зоне. Из горње зоне, каналисане по мешовитом систему спирања, вода како нечиста, тако и чиста, по одбитку оне, која при јаким пљусковима испустима одилази у Саву, има се скупити на једном месту и најкраћим путем — тунелом испод гребена одвести у дунавски изливник. Доња зона каналисаће се по сепарационом систему. Кишни канали ићи ће директно у Саву, а нечиста вода мањим једним колектором водиће се кроз град у доњу дунавску зону и на повољном месту помоћу црпака изливати у дунавски изливник или у неки од главних скупљача горње дунавске зоне.

При подели савског слива на горњу и доњу зону гледало се да се с једне стране, што већи део слива уведе у горњу зону, а с друге стране, да се крајња тачка тунела постави изнад највеће воде у Дунаву и самом тунелу да довољан пад за отицање. На тај начин утврђена је као почетна кота дна тунела 75,58 и начелно усвојено да у доњу зону уђу оне улице које су испод коте 78,50. Међутим при изради пројекта било је тешко повући пробитачну границу између горње и доње зоне те су многе улице због неповољних праваца и падова морале бити уведене у доњу зону, ма да леже много више од коте 78,50. Стручни Одбор за послове канали-

зације, који је руководио израдом пројекта, утврдио је пре почетка рада, да граница између горње и доње савске зоне иде од фабрике Монопола Дувана улицом Сарајевском, Балканском, Босанском Ломином, испод Зеленог Венца, улицом Краљевића Марка, Поп-Лукином, Богојављенском и Рајићевом до Кнез Михајлове улице. Сва површина испод те границе до савске обале да уђе у доњу зону. При изради генералног пројекта ова је граница у главном задржана.

Као почетна тачка тунела изабран је пресек Балканске и Босанске улице. При томе се тежило да почетак буде у средини горње зоне савског слива и да лежи у колико је могуће дубље, како би се што већа површина савског слива, могла увести у горњу зону.

Према топографском положају Београда, горња зона савског слива подељена је на четири слива другог реда или т. з. *подслива* (Види сл. 1.)

Први, споредни слив обухвата површину између Зеленог Венца и Калимегдана а између улице Кнез Михаилове с једне стране и Поп Лукине и Богојављенске с друге стране. Главни скупљач овога подслива иде улицом Богојављенском, Поп Лукином па затим Босанском до почетка тунела. Теренске прилике за увођење овога слива у тунел доста су неповољне. Знатан део Босанске улице има коте терена ниже од могуће изливне тачке на почетку тунела, услед чега већи део скупљача кроз Босанску улицу мораће се извршити у облику сифона. Сифонски канал почињаће одмах иза новог прелива на пресеку Југ-Богданове и Поп Лукине улице, преко кога ће се сва вода преко петогубе разређености са слива I. одводити у Саву испустом кроз улицу Краљевића Марка. Укупна дужина сифонског канала изнеће 650 метара. Последњих 80 —100 мет. пред улазом у тунел, где је терен уздигнутији, моћи ће се саградити као обичан канал, којим ће вода гравитацијом — без притиска отицати у тунел. Овај канал служиће и као улични за један део Босанске улице, каналисане по мешовитом систему спирања, те је с тога пред улазом у тунел предвиђен један прелив ради смањивања количине воде, која се тунелу предаје.

Слив II. обухвата већи део Зеленог Венца, за тим целу падину од Теразија (Краљ Миланове ул.) до Ломине и Краљице Наталије ул. Добрињска улица одваја га од сл слива III. Главни су му скупљачи у Ломиној за тим у Балканској улици. Према пројекту г. Д. Нинковића скупљач из Ломине улице имао се увести директно у тунел једном великом каскадом од 10 прелива, којом би се савлађивао пад од 9,50 мет. висине. Ма да би ова каскада била један од најинтересантнијих објеката европских канализација ипак се при грађењу морала изоставити, с једне стране с обзиром на огромне тешкоће којих би било при извођењу у влажном, умовитом терену а с друге стране, што је претходно требало саградити, ради одвођења подземне воде, бар онај део тунела од Ломине до Босанске улице што раније није учињено. Изостављањем велике каскаде скупљач из Ломине улице спојен је са каналом из Балканске ул. и заједнички канал на споју на почетку тунела уведен у тунел са каскадом од 4 прелива.

У слив III. спада површина ограничена улицама: Краљице Наталије, Добрињском, Крунском, Милошевом и Горњом Босанском. Скупљач овога слива иде улицом Босанском и пред почетком тунела силази у главни скупљач IV. слива једном каскадом од два прелива.

IV. слив горње савске зоне јесте један од највећих сливова београдске канализације. Он обухвата целу ону површину Савинца, Западног Врачара, и Три-Кључанског краја, која је ограничена улицама: Сарајевском, Балканском, Босанском, Милошевом и Крунском а за тим Чубурским и Мокролушким потоком. Главни скупљач овога слива лежи у улици Сарајевској. После укрштања са главним савским испустом у Немањиној улици канал иде доњом Балканском улицом до почетка тунела, тако да је тунел у ствари директно продужење овога скупљача.

Скупљачи сливова III. и IV. играју најважнију улогу при конструкцији овога споја на почетку тунела. По препоруци експерата г. г. Фрилинга и Брикса пред почетком тунела требало је поставити прелив са испустом, који ће бити тако димензиониран да приликом већих пљускова одилази у Саву сва вода преко петогубо разређене количине нечисте воде а остала иде у тунел. Међутим испуст треба да је у стању да прими сву количину воде са савског слива, који се пред тунел доводи, т. ј. да се канали савског слива могу привремено изливати у Саву пре него што се тунел доврши или и доцније ако се јави евентуална потреба какве оправке у тунелу.

Пре него што би прешли на детаљнији опис конструкције и начина извршења самога споја изложићемо главне податке о прорачуну прелива и испуста.

1.) **Количине нечисте воде.** За прорачун количина нечисте воде узето је да ће после потпуног извршења канализације просечна потрошња воде за пиће и домаће потребе на дан и становника износити 120 лит. Количина људских измета износи по Петенхоферу просечно 1,20 l. на дан и главу. Количина животињских измета мала је, те се не узима у рачун. Према томе на секунд и једног становника долази у канале:

$$\frac{121{,}2}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 0{,}001403\ \text{l.}$$

нечисте воде.

РАСПОРЕД
Главних Канала-Скупљача
ГОРЊЕ САВСКЕ ЗОНЕ.
1:15000

ОЗНАКЕ:
- Тунел
- Сифон
- Испусти
- Канали скупљачи Горње савске зоне
- Граница Савског и Дунавскогслива.

Инжењери
Д. Божић и Н. Смиљанић

Максимална количина нечисте воде, која је меродавна за рачунање висине прелива, срачунава се под предпоставком да половина целокупне нечисте воде дође у канале у току 8 часова, према томе она износи :

$$\frac{0,001403}{2} \times \frac{24}{8} = 0,0021041.$$ на главу и секунд.

Количина нечисте воде за хектар површине зависи као што се види од густине насељености. С обзиром на умножавање становника, а под претпоставком да се садашњи број становника удвоји после 60 година, Београд је према густини насељености подељен на следеће четири категорије:

I класа са 350 становника на хектар.
II „ „ 250 „ „ „
III „ „ 180 „ „ „
IV „ „ 140 „ „ „

За савски слив III. узимамо да по насељености долази у прву класу а за слив IV. у другу класу. (Половина између улица Крунске, Макензијеве и Немањине I класа а од Немањине до Мокролушког потока III класа). Према томе имаћемо за слив III:

$0,002104 \times 350 = \sim 0,75$ l за хектар и секунд.

а за слив IV:

$0,002104 \times 250 = \sim 0,60$ l. за хектар и секунд.

Површина III. слива износи 11,40 ha., а количина максималне нечисте воде са целог слива:

$q_1 = 11,40 \times 0,75$ s .l. $= 9,55$ s. l.

Површина IV. слива износи 188 ha. према томе:

$q_2 = 188 \times 0,60$ s. l. $= 112,80$ s.l.

Укупна количина максималне нечисте воде код великог прелива износи дакле:

$q_3 = q_1 + q_2 = 8,55 + 112,80 = \sim 121$ s. l

Висина прелива за савске испусте има се према програму срачунати тако да у Саву одлази вода преко петогубе разређене количине нечисте воде. За рачунање висине великог прелива имамо дакле меродавну количину воде:

$q = 5 \times q_3 = 5 \times 121$ s. l. $= 605$ s. l.

За савски слив I имамо са површине од 25 ha до прелива на почетку сифона петогубу количину разређене нечисте воде $Q_1 = 5 \times 18,75$ s. l. $= 94$ s. l. Са слива од 1 хектара који припада каналу $^{110}/_{60}$ на дужини око 80 мет. имамо нечисте воде $Q_2 = 1,00 \times 0,75$ s. l. Отуда укупна петогуба количина нечисте воде износи $Q = \sim 100$ s l.

2) Висина прелива. Главном скупљачу IV. слива при завршетку дат је профил јајастог облика $^{180}/_{120}$. Његов пад износи поред прелива, од споја са каналом из Босанске улице до почетка тунела 1 : 400.

Брзина протицања а према њој и пресеци канала за београдску канализацију рачунати су по скраћеном Kutter-овом обрасцу :

$$v = \frac{100\sqrt{R}}{b\sqrt{R}}\sqrt{R.J.}$$

где је v = средња брзина воде у каналу у метрима за секунд R = хидраулички радијус т. ј. количник каналског пресека и оквашеног обима $\left(R = \frac{F}{p}\right)$

J = релативан пад воде у каналу (1 : x). b = коефицијенат рапавости, који је за београдску канализацију узет b = 0,35 за све канале у опште.

У Одсеку за канализацију при изради генералног пројекта срачунате су на основу горњег обрасца таблице за израчунавање брзина и количина воде за разне пресеке канала, падове и висине пунења. По тим таблицама да се срачунати, да профил $^{180}/_{120}$ са падом 1 : 400 носи 593 s. l. кад му је висина пунења h = 0,60 мет. а 806 s. l. кад је h = 0,70 метара. С тога је за висину великог прелива узето h = 0,65 мет. а то значи да ће преко прелива, кроз савски испуст отицати каналска вода тек онда кад са кишницом буде разређена нешто више од 5 пута, а тиме је задовољен захтев из програма о савским испустима.

Количина нечисте воде која долази каналом из горње Балканске ул. није при рачунању великог прелива узимата у обзир, јер се улива непосредно у тунел а низводно од прелива.

За мали прелив из сифонског канала нађено је слично да висина прелива за пад 1 : 300 и профил $^{110}/_{60}$, према напред срачунатој количини нечисте воде, треба да изнесе заокругљено h = 0,35 м.

Да би сва вода преко петотубе разређености одлазила преко прелива у Саву, требало би профил канала иза прелива смањити тако да може носити само пет пута разређену нечисту воду. (Редуковање каналских профила и јесте задатак прелива и испуста код канализације.) Али да би приступ из тунела у овај канал био удобнији остављен је иза прелива исти профил $^{180}/_{120}$ па ће се доцније регулисање протицања воде моћи вршити помоћу нарочитих покретних врата на уласку у тунел. У осталом вероватно је да ће за то регулисање бити довољан и успор од воде, која утиче у тунел из Балканске улице и кроз сифонски канал.

3.) Количине атмосферске воде. Према утврђеном програму претпостављено је да најјача киша у Београду са максималним трајањем од 25 минута даје на 1 хектар 125 литара у секунди.

Међутим од секундне количине метеорске воде која на један слив падне доспева у канале само један део. Тај део зависан је на првом месту од природе терена, т. ј. да ли је терен више или мање изидан и насељен и та зависност уводи се у рачун т. з. коефицијентом *упијања* и *испарења* (ψ) За тим на количину утиче величина слива која дотичном каналу припада и од које зависи и јачина кише на разним деловима канилске мреже. Ова друга зависност представља се у рачуну *кишним коефицијентом* (φ). И најзад, код дугачких канала

узима се у обзир још и т. з. коефицијенат споријег отицања (φ^1), зависан од дужине и пада дотичног канала.

Раније утврђеним програмом било је предвиђено да се на рачун упијања и испарења може количина метеорске воде умањити највише до 15% и то не подједнако за све канале.

Проучавајући детаљније ово питање, Стручни Одбор с обзиром на непоузданост података, које имамо о јачини пљускова донео је следећу допуну програма:

Утицај упијања и испаравања на смањивање количине кише, која се у канале слива, делити на четири категорије и то:

а) За сливове, на којима је већи део плацева, озидан (под кровом) и са двориштима и улицама добро патосаним и где нема башта, рачунати да ће се изгубити око 6% на рачун упијања и испаравања.

б) За сливове на којима су плацеви мање под кровом и више их је некалдрмисано, али без башта одузети око 9%.

в) За сливове где су зграде подигнуте по типу вила са већим двориштем и са баштама одузети 12%

и г) За сливове на којима је већи део под баштама и парком, или су пољане и утрине одузети 15%.“

Према овој допуни имамо за коефицијенат ψ следеће вредности:

I. класа изиданости	$\psi =$	0,94
II. „ „	$\psi =$	0,91
III. „ „	$\psi =$	0,88
IV. „ „	$\psi =$	0,85

Као што се види коефицијенти су нешто већи од оних, који су нпр. у Немачкој уобичајени (ψ=0,90 до 0,50) те ће и пресеци канала испасти у неколико већи, али је ипак било целисходно узети у рачун нешто веће коефицијенте с обзиром на непоузданост података, које имамо о јачини пљускова и на познати факт да код нас јаким пљусковима обично претходи слабија киша, која натопи земљу и овлажи површине кровова и улица, те се тиме знатно смањи упијање и испарење оне воде, која се при пљуску сручи на земљу.

У новије доба константован је неједнак интензитет и подела пљускова на површини коју захвате. Тако сваки пљусак има један центар, на коме се излије највише кише а одатле ка перифирији опада. Центар пљуска може се јавити на горњем крају слива каквог канала, негде у средини и на доњем крају слива. Случај када је центар у средини најнеповољнији је, јер тада највећа количина воде може доспети у канале. По Фрилингу овај утицај неједнаког интензитета пљуска може се увести у рачун једначином облика.

$$\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{l}$$

где је φ број којим треба множити програмом утврђену максималну количину кише. Као што се види φ је у толико мање у колико је већа дужина (l) канала дотичног слива.

Тако звани коефицијенат споријег дотицања срачунават је до скора по емпиричкој формули:

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt[n]{F}}$$

где је n = 4, 5, 6 или 8 према облику површине и попречном паду слива.

Међу тим у новије доба показало се да нарочито за краће канале овај коефицијснат не треба узимати у обзир све дотле док је производ из брзина протицања воде (v) и времена падања пљуска у секундама (t) већи од дужине канала у метрима (l). Ако се пак добије $l > v.t$, онда количину воде ваља узимати сразмерно односу $\frac{v.t}{l}$

Према дужинама канала, паду и брзинама на београдској канализацији дошло се до резултата да коефицијенте споријег отицања φ_1 и не треба узимати у обзир тј. да је за београдске прилике $\varphi_1 = 1$.

На основу изложенога имамо да је максимална количина метеорске воде, која се слива у канале дата обрасцем: $Q = \psi . \varphi . 125$ s.l на хектар.

За поједине савске сливове имали би:

Слив I спада у прву класу насељености $\psi =$ 0,94. Сифоном долази петогубо разређена количина воде $q_1 = 94$ s. l. Томе се има додати максимална количина метеорске воде са површине од 1 ha која припада каналу $^{110}/_{60}$ за тај канал $\varphi = 1 - 0.005 \sqrt{80} = 0{,}96$.

$Q_1 = 1{,}00 \times 0{,}94 \times 0{,}96 \times 125 = 112{,}80$ s. l.

Максимална нечиста = 0,75 s. l.

Укупно ≈ 114 s. l.

Значи да поред прелива протиче ,максимална количина воде 94 + 114 = 208 s. l.

Слив II. — прва класа насељености: $\psi = 0{,}94$

$\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{l} = 1 - 0{,}005 \sqrt{530} = 0{,}88$

$F_{II} = 16{,}72$ ha.

$Q_2 = 16{,}72 \times 0{,}94 \times 0{,}88 \times 125 = 1728$ s. l.

Максимална нечиста вода 12,54 s.l.

Укупно ≈ 1741 s. l.

Слив III ставили смо такође у прву класу насељености

$\psi = 94$, $\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{600} = 0{,}88$

$F_{III} = 11{,}40$ ha.

$Q_3 = 11{,}40 \times 0{,}94 \times 0{,}88 \times 125 = 1166$ s. l.

Максимална нечиста вода 8,55 s. l.

Укупно ≈ 1185 s. l

Каналом скупљачем IV. слива, од пресека са главним савским испустом на углу Немањине и Сарајевске улице, тећи ће само петогубо разређена нечиста вода са слива до прелива у испуст (183.h.a) — укупно $q_4 = 549$ s.l. и максимална вода са слива иза прелива, са површине F = 5,00 ha. За исту је $\varphi = 0{,}91$ (II класа насељености)

$\varphi = 1 - 0{,}005\sqrt{400} = 0{,}90$ т. j.

$Q_4 = 5{,}00 \times 0{,}91 \times 0{,}90 \times 125 = 513$ s. l.

Максимална нечиста $5{,}00 \times 0{,}60 = 3$ s. l.

Укупно 516 s. l. значи да при крају доње Балканске улице имамо у каналу максималну количину $549 + 516 = 1065$ s. l.

4. **Ширина прелива.** Иста се срачунава по обрасцу за отицање воде преко сталне бране:

$$Q = {}^2/_3\,\mu \,.\, b \,.\, h \,.\, \sqrt{2gh}$$

где је **Q** = количини воде у m^3, која прелази преко прелива, h = т. з. преливној висини т. j. висини воде изнад слемена прелива у метрима, b = ширини прелива у метрима, g = 9,81 (акцелерација). Коефицијенат μ за београдску канализацију узимат је = 0,60 т.j. ${}^2/_3\,\mu = 0{,}40$.

Каналом поред великог прелива протичу при максималном пљуску:

1.) Максимална чиста и нечиста вода слива III	1185 s. l.
2.) Петогубо разређена нечиста вода слива IVA	549 s. l.
3.) Максимална чиста и нечиста вода слива IVв	516 s. l.
Свега	2250 s. l.

Од те количине има да одилази у тунел, по раније изведеном рачуну 605 s. l. Остаје за прелив количина $2250 - 605 = 1645$ s. l.

Количина воде од 2250 s. l. у каналу 180/120 а при паду 1:400 заузима према таблицама приближно висину од 1,20 мет. Према томе преливна висина $h = 1{,}20 - 0{,}65 = 0{,}55$ m[1].

Решењем горе наведене једначине за Q по b, добија се:

$$b = \frac{Q}{{}^2/_3\,\mu \,.\, h \,.\, \sqrt{2gh}}$$

Заменом појединих количина добијамо:

$$b = \frac{1{,}65}{0{,}40 \,.\, 0{,}55\,\sqrt{2.9{,}81.0{,}55}} = \sim 2{,}30 \text{ мет.}$$

При конструкцији прелива дата је истоме ширина b = 3,00 метра, пошто се отвор над преливом засведен полукружно постепено сужава и повећава отпор на који вода при преливању наилази.

За мали сифонски прелив нашли смо количину воде која поред прелива прелази 208 s. l. Петогубо разређена нечиста вода, која одлази у тунел износи ~ 100 s. l. Остаје за преливање Q = = 108 s. l.

За пад канала 1:300 и количину воде 208 s. l. добија се у профилу ${}^{110}/_{60}$ висина 0,45 м. или преливна висина $h = 0{,}45 - 0{,}35 = 0{,}10$ мет.

$$b = \frac{0{,}108}{0{,}40 \,.\, 0{,}10 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0.10}}$$

$b = 1{,}93 \sim 2{,}00$ метра.

5. Прорачун савског испуста од споја до железничке станице. По препоруци експерата као што је познато, испусту треба дати толики пресек да може примити сву воду, коју у редовним прилакама прима тунел.

Срачунате количине воде за сливове I — IV износе:

Слив I	- - -	208 s. l.
„ II	- - -	1741 „
„ III	- - -	1185 „
„ IV	- - -	1065 „
Укупно		4199 s. l. ~ 4200 s. l.

Пад испуста биће 1:33. Испуст округлог пресека, пречника d = 100 см. а при паду 1:100 носи према таблицама при пуњењу h = 0,95 мет. максималну количину воде Q = 2497 s. l. Да би добили количину воде коју исти испуст може носити при паду 1:33 треба горњу количнну помножити са

$$10\,\sqrt{J} = 10\,\sqrt{\frac{1}{33}} = 1{,}74.$$

Т. j. имаћемо max Q = 1,74 × 2497 = ~ 4345 s. l.

Значи да је профил d = 100 см. довољан да прими сву количину воде, која се скупља на почетку тунела.

За овај спој канала горње савске зоне на почетку тунела био је израђен детаљан пројекат од стране г. Д. Нинковића, прећашњег Шефа Канализационог Одсека. Међутим тај пројекат имао је извесне мале мане због којих је морао бити прерађен пре извршења. Тако између осталога за главни прелив за савски испуст, ма да је био пројектован као дефинитиван од тесаног камена, свакојако случајном омашком, узета је висина од свега 0,30 мет., преко које би прелазила вода чим би се разредила 1,3 пута, док се програмом тражи да у савске испусте овилази тек вода преко петогубе разређености. Тај прелив, осим тога, био је постављен у банкету тунелског профила, директно на спрам улива канала из Горње Босанске улице, који је улазио у тунел под углом нешто мало мањим од правог а без потребне тангенцијалне кривине. Функционисање прелива најправилније је, кад се поставе паралелно са током воде и у самоме боку канала из кога треба вода да прелива. Најзад између коморе иза прелива сифонског канала, од које се одваја савски испуст и тунелског канала није била предвиђена згодна, приступачна веза, каква је потребна код оваког једног споја. Због тога су писци ових редова били принуђени да прераде пројекат за извршење, како би се горњи недостатци избегли. Из првобитног пројекта задржата је диспозиција канала из горње Балканске ул. силаз истог у тунел помоћу велике каскаде и улив сифонског канала у тунел. (Си-

туације на Листу 1 и 2.) Канал из Горње Босанске улице после каскаде са два прелива спојен је у новом пројеку тангенцијално (што је усвојено као правило за спојеве на београдској канализацији) са каналом скупљачем из доње Балканске и Сарајевске ул. чији је профил јајастог пресека срачунат као $^{180}/_{120}$. Дно корита за нечисту воду издигнуто је само изнад нивоа нечисте воде у главном скупљачу док се при обичним спојевима бетонских канала дна постављају на исту коту.

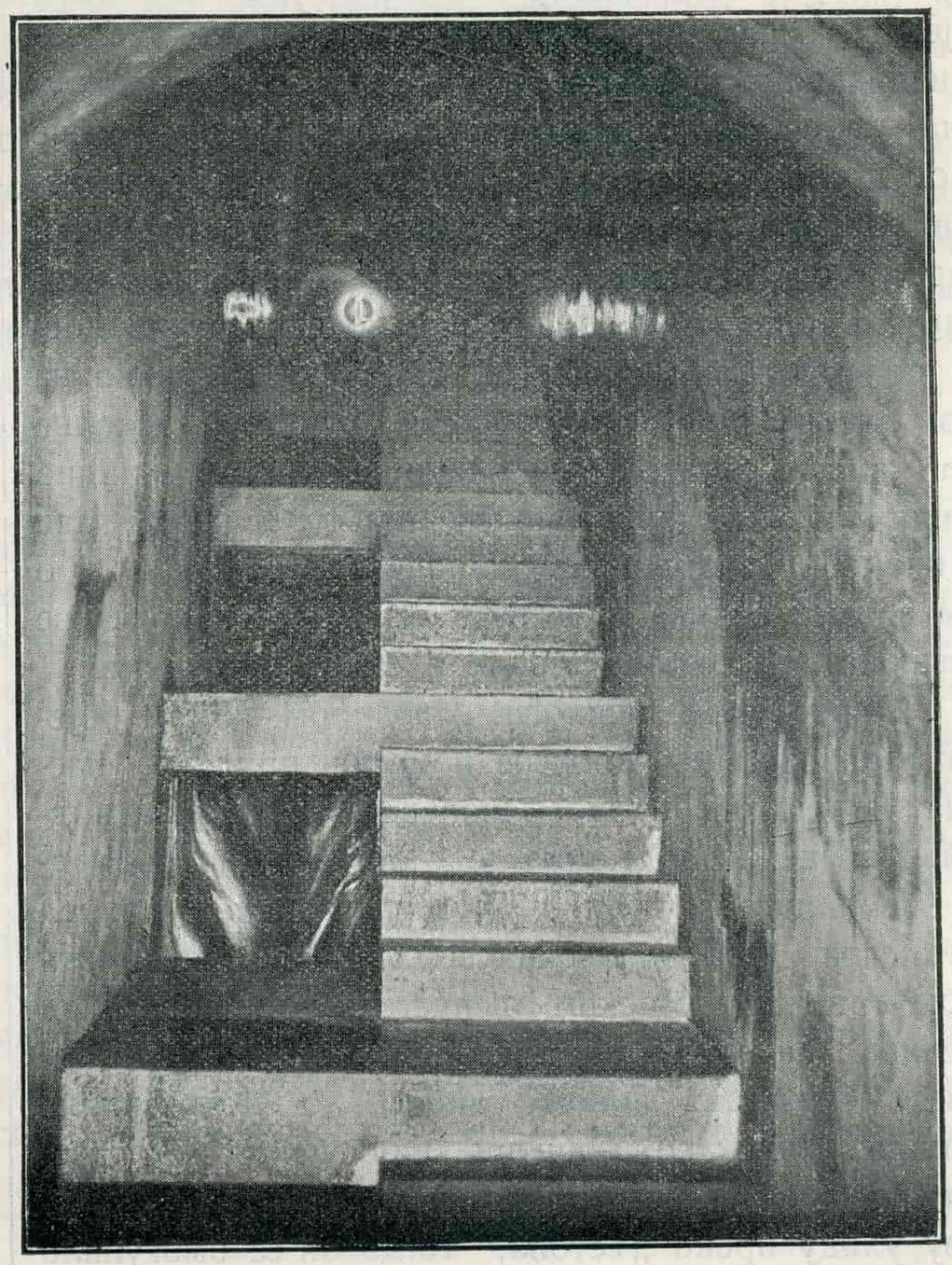
Канал профила $^{180}/_{120}$ продужава се и иза споја и у његовом левом боку постављен је велики прелив (Пресек III.—IV. Лист. 2.) Преко истога, као што смо ранијим рачуном показали, прелива вода преко петогубо разређене количине нечисте воде у једну комору конструисану по принципу већих испуста са равним, ка средини нагнутим дном које је патосано керамитом. (Пресек I-II). У бочном зиду ове коморе постављен је други прелив за сифонски канал, а од чеоног зида одваја се испуст кружног пресека, који ће тек имати, да се изради кроз новопросечену улицу, и уливаће се у главни савски испуст на савијутку спрам Главне Железничке Станице. Ради удобније комуникације израђена су кроз силаз на споју два мала ходника висине 1,80 м., којима је омогућен лак прилаз из тунела у комору испуста (Пресек V - VI.)

Почетак тунела постављен је у извршеном пројекту одмах иза великог прелива. Новом диспозицијом дужина тунела смањена је приближно за 10 метара. За профил тунела усвојен је облик потковице 230/200 см. Исти има банкет за пролаз службеника ширине 1 мет. и корито за нечисту воду, кинету 80/65 која је патосана специјалним керамитом. (пресек E - F Лист 2.) Висина темеља, који је овде израђен од бетона у размери 1:3:5 и у који је уметнута и кинета износи 0,95. Бокови и сводови рађени су од бетона 1:2:4. Дебљина бокова је 0,40 и 0,50 м. а свода у темељу 0,30 мет. Цео свод изнутра као код свију бетонских канала у опште превучен је углачаним лепом од цементног малтера размере 1:1. Слично је израђен од бетона и завршетак тунела код споја са главним дунавским изливником. На целој пак осталој дужини тунела (око 1500 мет.) израђиваће се од бетона само темељ, а бокови и свод биће од полутесаног еруптивног камена. Пад тунела, који је у генералном пројекту износио 1 : 1600 повећан је по препоруци експерата, малим спуштањем дна кинете на изласку, те сада износи 1 : 1000. По ивицама тунелске кинете поставиће се доцније шине, по којима ће се моћи кретати електрична колица за чишћење тунела.

Сифонски канал профила 110/60 улива се непосредно у тунел под углом од 60^0. Одмах испод њега улива се главни скупљач II. слива из горње Балканске улице који такође има пресек 110/60 али силази у тунел проширеним профилом помоћу каскаде од четири прелива.

Каскаде имају главни задатак да омогуће употребу смањених падова код канала у стрмим улицама. Ако би се код таквих улица дао каналима исти пад који имају улице добиле би се при максималној води врло велике брзине. Да би се остало у границама одобрених максималних брзина, (према програму до 5 мет. у сек. а према мишљењу експерата и до 6 мет.) падови канала у стрмим улицама прекидају се каскадама, на којима се концетрише известан део пада и ломи брзина и снага воде. Каскаде су нарочито потребне при спојевима плићих уличних канала са дубоким скупљачима.

Каскаде зиданих канала на београдској канализацији конструисане су на следећем принципу: Пад се савлађује помоћу великих камених подеста у висинском размаку, 0,90—1,00 мет. Преко истих ломи се само снага велике воде за време јаких пљускова а мала, нечиста вода за редовне прилике, има засебан пут — корито са стрмим нагибом обично 2 : 1. Камени подести изнад овог корита слободни су, а на другој половини намештају се такође камене степенице за пролаз канализационог особља. (Пресек A - B и основа на Листу 2.) Олук за малу воду израђује се у бетону и облаже коритима од каменасте смесе; на горњем пак крају и и при дну израђује се такође од тесаног камена.



Сл. 2. Унутарњи изглед велике каскаде.

Подести и степени узидани су у бетонске зидове. Према броју подеста имамо каскаде са једним или више прелива. Прве служе већим делом за смањивање пада у стрмим улицама: Тако н. пр.

бетонски канал у Балканској улици на краткој дужини између улице Краљице Наталије и споја има три каскаде с једним преливом помоћу којих се пад уличног канала своди на 1 : 15 т. ј. на крајњу допуштену границу, док пад улице износи 1 : 9. Принцип и начин конструкције код каскада са једним или два прелива исти је као и код велике каскаде са четири прелива.

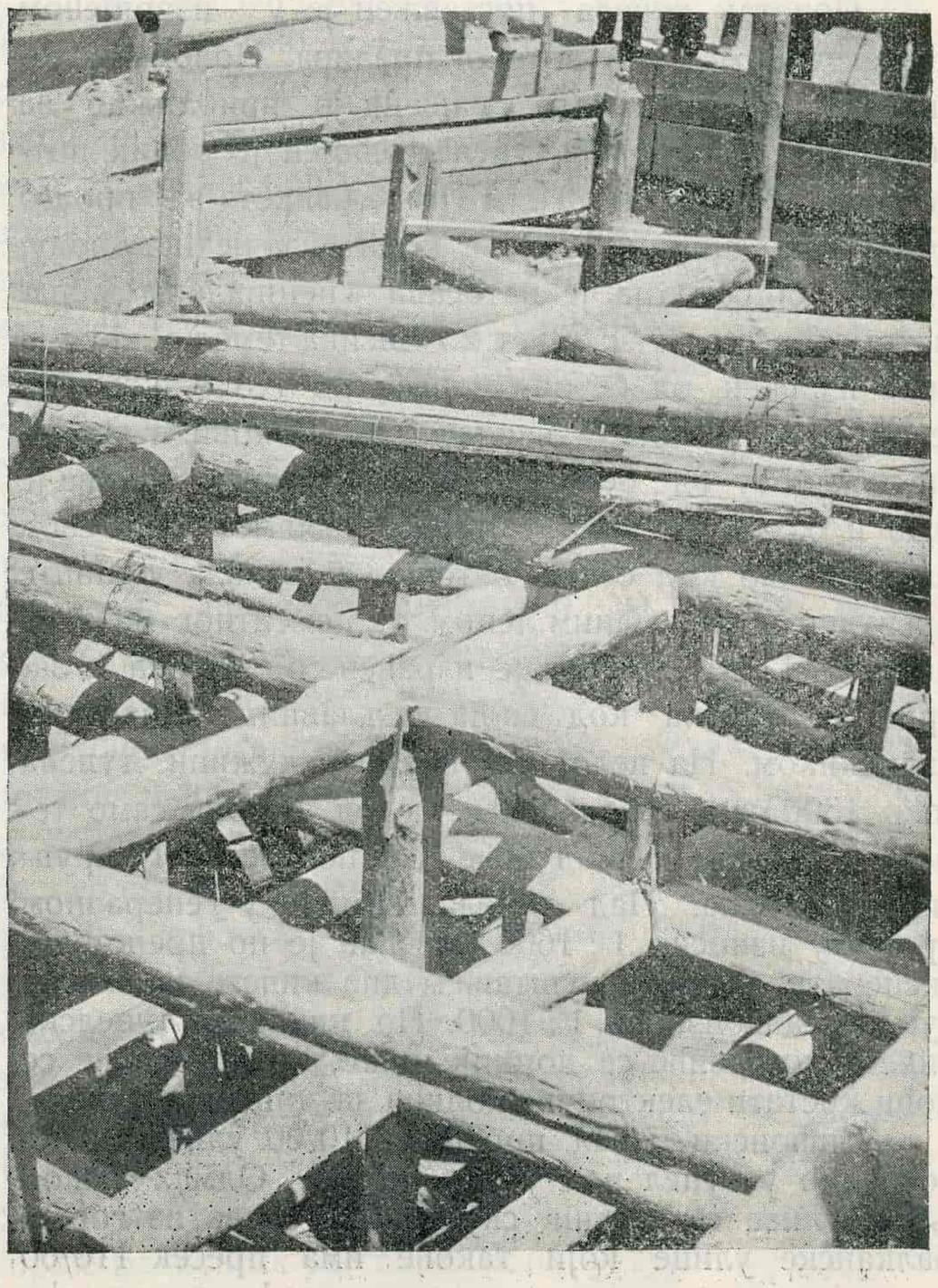
Ради удобног прилаза у спој на почетку тунела сагрђен је на тротоару нарочити степенасти силаз са лежећим вратима Гајгеровог система. Једним малим ходником силази се низ камене степенице у велику каскаду, па низ њу на почетак тунела. Тунел је везан нарочитим ходником са преливном комором, а каналом 180/120 пролази се у спојни ходоик, а одатле се може попети у каскаду са два прелива, којом се канал горње Босанске улице спушта на дубину тунела. За службену потребу канализационог особља израђена су још два округла силаза, један кос, други вертикалан са гвозденим пењалицама.

Као што се из приложеног пројекта и описа види, овај спој канала са преливима, великом каскадом и једним делом тунела веома је компликован објекат за извршење. Основа целог објекта доста је неправилна и велика, а налазећи се у једној узаној улици са ширином од свега 14 м. извршење је с обзиром и на велику дубину од 9 м. било веома тешко и морало се радити врло обазриво. Поред тога цео објекат имао се изводити у умовитом и подводном терену, што је и задавало доста тешкоћа при извршењу канализације како на овом месту тако и у оближњим улицама. Околне куће нису, с обзиром на овако земљиште, солидно фундиране. Оне су готово све пуцале и раније, али се ипак при извршивању канализације морало и о том водити рачуна и старати се, да се отклоне све опасности по околне зграде и саме становнике.

Поред ових тешкоћа, с обзиром на сам објекат и неповољне теренске и месне прилике, настала је тешкоћа и око одвођења из темеља подземне дренажне воде, која се с обзиром на подводно земљиште и велику дубину морала унапред очекивати. Ова дренажна вода имала се водити пројектованим савским испустом који полази од прелива на почетку тунела и иде испод „Тетова“ — кафане новом улицом до Жељезничке Станице. Али како Општина није успела да претходно изврши експропријацију и регулацију за ову нову улицу преко „Тетова,“ то да би се омогућило извршење споја и тунела као и одвођење подземне дренажне воде, са II и III слива — извршен је претходно један *привизорни дренажни канал*, кроз доњу Босанску улицу, и то почев од споја на почетку тунела па до основне савамалске школе, где је овај нови дренажни канал уведен у постојећи стари улични канал у Босанској улици.

Дужина овог провизорног канала је 250 м. Употребљене су цеви од d = 25 см. али саставци нису заливани асфалтом, већ су облагани шљунком, као што се то увек и ради код дренажних цеви и канала. Где је била већа дубина рова, 6—7 м, дрвени подупирачи — шпрајцеви — нису ни вађени. већ су остављани у рову. Овај дренажни канал коштао је око 4500 дин.

При извршењу великог споја, тунела и каскаде, с обзиром на велики простор, што га цео објекат заузима, — није се цела основа објекта смела на један мах раскопати, већ је прво ископан темељ и у главном довршени сви радови на делу око споја, прелива и мање каскаде у Босанској улици, — па се тек онда приступило откопавању и извршењу другог дела овог објекта тј: извршењу тунела и велике каскаде. Ово је учињено једно с тога, што би се шири и већи ров теже подупирао, слабије би се сам по себи држао и био би велика опасност по околне зграде; а после и с тога, што је ово раскршће улица доста тескобно, те би се са отварањем целе основе објекта улични саобраћај морао сасвим прекинути; не би се имало места ни за депоновање откопане земље и потребног материјала за рад, и у опште цео рад био би још више отежан.



Сл. 3. Изглед спрегова за подупирање главне темељне јаме.

Поред свију поменутих тешкоћа, при копању рова наишло се на разне сметње као: на стари уличи канал, на електричне каблове, на водоводне цеви и још неке мање канале који су везивали приватне куће са старим уличним каналима. Како су сви ови канали и спроводи морали и даље функцисати, то су се морала чинити разна осигурања и подупирања, или су прављене и сасвим нове девијације. Тако се нпр. за стари улични канал морала радити девијација 43 м. дужине као канал од нових цигаља а отвора $^{45}/_{45}$. (види Лист 2. пресек A — B и E-F. десно). Превођење овог новог канала преко мање каскаде у Босанској улици извршено је помоћу 3 дрвене греде, које су још подупрте и належу на један стуб од наслагане цигље, који почива на своду каскаде (Лист 2. пресек VII-VIII.) На сличан начин вршено је и превођење и подупирање водоводних цеви, електричних каблова и приватних канала.

Подупирање ровова вршено је дрвеним подупирачима — шпрајцевима — пречника 25-28 см. од којих су образовани нарочити хоризонтални и вертикални спрегови у размацима 1.50-2,00 м. (сл. 3 и 4) а бокови ровова облагани су даскама од 5 см. јачине. Наравно да су и ови подупирачи знатно отежавали рад како при копању тако и доцније при бетонирању.

Већ на 4,00 м. дубине наишло се при копању на подземну воду. Као што се види из геолошких профила терена на овом месту (Лист 1 пресек a-b и пресек e-f) при копању се одмах наишло на влажну жуту уму, из које се вода цедила; али не у тако великој количини, да би причињавала нарочито велике тешкоће при раду. Међу тим у каскади у Босанској улици и каналу профила 180/120 у Балканској наишло се одмах на јаке изворе. Цела основа темеља дренирана је због подземне воде, као и због подземне воде на коју се може евентуално наићи при грађењу тунела. Тако су положене по две дренажне цеви пречника d = 10 см. у темељу извршеног дела тунела, да би се доцније при продужењу рада на тунелу могао бар један део подземне воде одвести овим дренажним цевима на савску страну (Лист 1 основа темеља) Исто су тако положене по 2 дренажне цеви пречника d=7.5 см. кроз мању каскаду у Босанској улици као и темељу колектора 180/120 што долази из Сарајевске улице. Најзад је постављена је резервна дренажа цев d=7,5 и за продужење сифонског канала кроз Босанску улицу. Цела ова дренажна мрежа везана је са једним бетонским *таложником* у преливној комори, (Лист 1 пресек m - n и. g - h) из кога за сада вода отиче поменутим провизорним каналом кроз Босанску улицу; а доцније се сва подземна вода може пустити у нове дренажне цеви, које ће се полагати у темељу савског испуста, што ће од прелива ићи преко Тетова ка жељезничкој станици.— Да би се спречило уношење талога у провизорни канал, то је на уста овог канала у самом таложнику метнута једна гвоздена решетка. Али због доста великог наноса, који каналима долази на ову најнижу тачку, и због малог пада у провизорном каналу — само 1 : 260—, таложења ће ипак бити, те за то ће се овај провизорни канал морати повремено испирати са водом под притиском, да не дође до запушавања цеви.

Бетонирање темељних зидова до патоса вршено је бетоном мешавине 1 : 3 : 5 (цемент: песак : : шљунак), а сви бокови као и сводови рађени су у бетону мешавине 1 : 2 : 4.

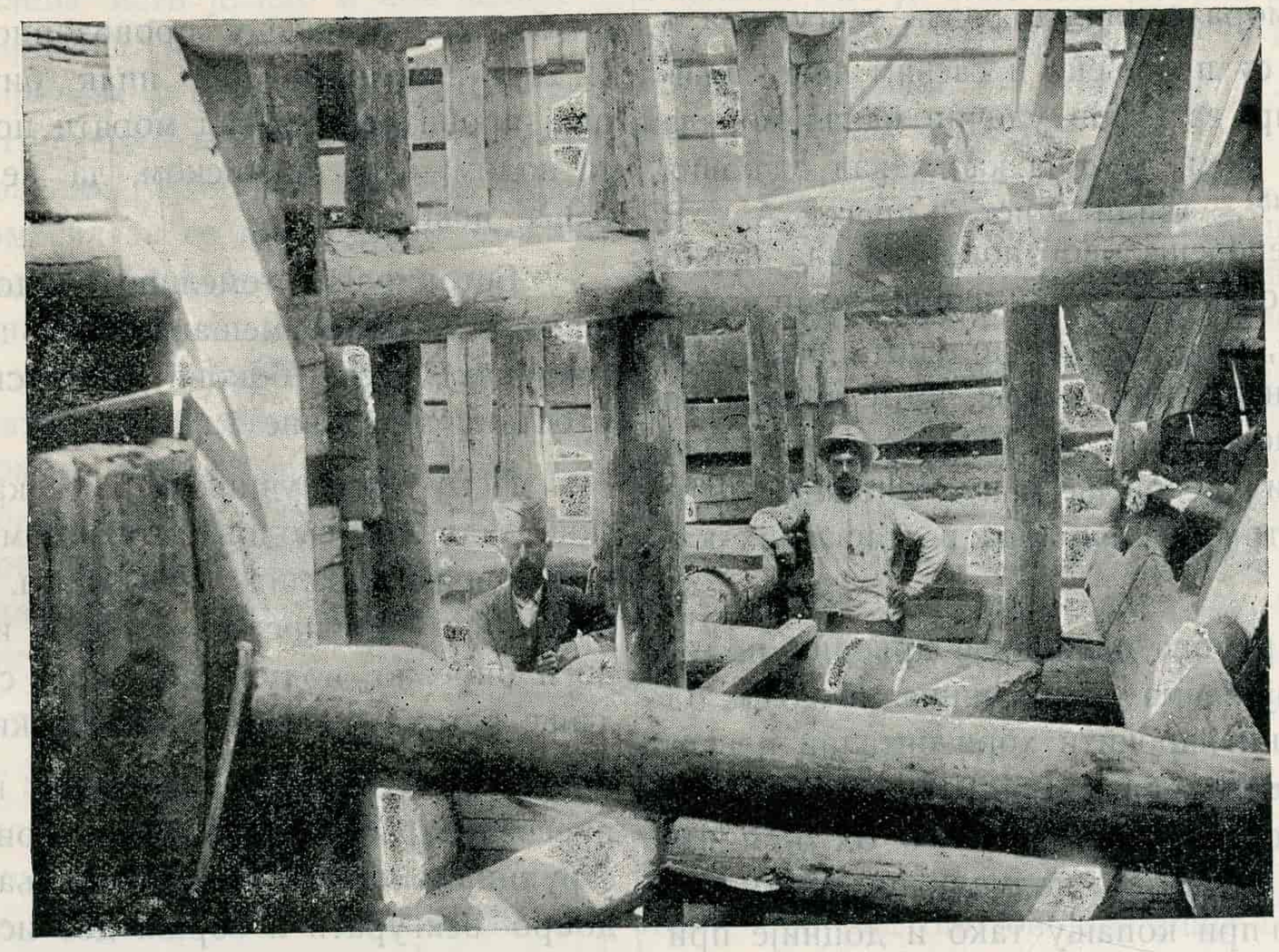
Исто тако учињена су нека појачања бетонских зидова и сводова с обзиром на знатну дубину и неповољан квалитет земљишта. Бетонирање је вршено поступно према висини и избијајући поступно и опрезно подупираче, који су сметали. Справљање бетона вршено је машинским путем.

Када је велика преливна комора била већ пресведена, и тиме доњи део рова бетонском конструкцијом осигуран од одроњавања, требало је добро осигурати и горњи део ископаног рова, изнад преливне коморе и сифонског канала. Како су се поједини дрвени подупирачи и ако су били врло јаки и чести почели већ повијати и попуштати, није се сматрало за довољно и сигурно да се ти дрвени подупирачи оставе и у рову затрпају, већ се при извршењу дошло на идеју, да се и тај горњи део рова — око 5 м. дубине — осигура бетонском конструкцијом.

Имајући у виду, да ће и доцније при експлоатацији тунела и канала на овоме споју, имати увек много посла око чишћења и одржавања, то је ова конструкција за осигурање темељне јаме над спојем изабрана тако, да се узгредно добија и један простор (на I. спрату), који се као магацин може згодно употребљавати за оставу алата за чишћење и др. радничких ствари. (Лист 2. основа магацина, пресек I—II, III—IV, V—VI). Овај магацин је пресведен озго плитким сводовима, који належу на гвоздене носаче, чије су јачине NP. 32 и NP. 28 (према распону.) На предњој страни према Балканској улици зид магацина појачан је са два потпорна стуба којима се уједно смањује и распон, па према томе и тежина гвоздених носача.

Други део темељне јаме изнад прелива и једног дела тунела, осигуран је обимним бетонским зидовима између којих су разапети опет бетонски луци 0.30 м. дебљине у темену а простор између њих испуњен земљом. (Лист 2, основа магацина, пресек III—IV и C—D).

Најзад један део темељне јаме између вертикалног силаза и сифонског канала, осигуран је такође обимним зидом, који је ·везан двема бетонским плочама са поменутим силазом. Простор између ових бетонских плоча и зидова испуњен је земљом. (Лист 2, пресек V - VI лево.)



Сл. 4. Подупирачи при дну темељне јаме.

Сва ова осигурања вршена су у режији пошто је предузимач тражио повећање погодбених цена за 30% не примајући уз то гаранцију са сигурност. Међу тим и ако су режијски послови вршени лагано и с највећом опрезношћу с обзиром на оближње зграде ипак су трошкови испали мањи него што би се предузимачу платило по нормалним ценама.

Копању другог дела темељне јаме за велику каскаду и почетак тунела приступљено је тек по довршењу ових осигурања. Овај део јаме правилнији је, те је и подупирање било простије. (Лист 1. пресек c—d, e—f и основа подупирача.) Посао је олакшан још и тиме што је земљиште и ако умовито ипак нешто чвршће а подземне воде било је веома мало.

По извршењу тунелског профила и каскаде осигурање горњег дела темељне јаме извршено је у главном остављањем дрвених подупирача у роговима (Лист 1. пресек a—b; c—d; e—f). Само је на доњем челу извршеног дела тунела осигурање темељне јаме постигнуто опет са једним бетонским потпорним зидом од 0,70 м. јачине, који почива на своду тунела. (Лист 2., пресек C—D десно).

На исти начин извршено је и подупирање спољнег зида и рова велике каскаде до тунела, и то на оном делу, где темељ велике каскаде лежи више, изнад темена тунелског свода, т. ј. опет са једним бетонским потпорним зидом, који належе на бочни зид и свод тунела (Лист 2. прес. E—F; C—D)

Према снимању геолошких слојева у тунелском рову, испод I. слоја жуте влажне уме, долази 2. слој наизменично плаве и жуте суве уме у дебљини 1,55 м. затим долази у дебљини од 0,30 м III. слој плаве суве уме: Између II—III и III—IV слоја долази по 5 см. дебела плоча плаве стеновите уме. Затим долази IV слој плаве уме у дебљини 0,70 м. па онда V. слој жуте уме у дебљини 0,45 м. Затим, сасвим при дну тунелског рова, долазе опет слојеви жуте уме у дебљини по 0,10—0,15 м. израздвајани опет жутим стеновитим плочама уме у дебљини свега 4 см.

Сви ови доњи слојеви, почев од II. слоја суви су и не дају воду, те се могу очекивати доста повољне теренске прилике за даље продужење тунела.

Ови геолошки слојеви нагнути су у правцу ка Сави и жељ. станици, и највеће тешкоће при извршењу канализације у Балканској и Ломиној улици причињавао је онај горњи, I слој влажне жуте уме. На њему су и све зграде у овој околини фундиране, али увек готово несолидно, те све зграде и нове и старе због тога повремено показују пукотине. Сопственици тих зграда гледају да се користе при изради канализације кроз те улице, и траже често пута веће оштете него што вреди

Од овога магацина као и од преливне коморе изведене су вентилације од цеви, које се при врху спајају у једну вентилацију са гвозденим заклопцем на калдрми. (Лист 2. прес. III - IV лево.)

нова кућа. Назорни органи при извршењу канализације чине увек све предострожне мере, да се зградама не причини никаква штета, и солидно израђене зграде обично се добро и одрже. Да наведемо као пример само кућу бр. 48 у Балканској улици (Лист 1. Ситуација споја.) Та кућа као што се види свега је за 1,10 м. удаљена од рова степенастог силаза и велике каскаде, темељи су јој били са две стране (из Балканске и Босанске улице) потпуно неповређена без икакве пукотинице и ако су ти ровови били отворени готово цело лето. — А то извесно само с тога, што ова зграда има дубље темеље и што је у опште солидно фундирана и зидана.

Сви послови на овоме споју израђени у год. 1909. као саставни део VI деонице канализације. Предузимач ове, као и раније две деонице била је Прометна Банка из Београда. Израда провизорног канала за дренажну воду извршена је од 9ог марта до 1ог априла, када је отпочето копање првог дела темељне јаме. Бетонски и остали радови у темељу почети су у половини маја а трајали све до 25ог августа када је почето затрпавање другог дела темељне јаме. Довршни пак радови патосање, малтерисање т. д. у споју рађени су доцније у јесен и зиму 1909. године.

Главнији радови на прузи Зајечар — Боговина.

II. Варијанта за тунел „Звездан“ и објекти на њој.

(Са сликама на листу 3.)

Првобитна траса Параћин—Зајечар била је трасирана за нормални колосек, јер се је хтело, да се овом пругом Дунав веже са нашом главном пругом Београд—Ниш.

Али вододелница Мораве и Тимока код Честобродице давала је таквих тешкоћа за прелаз нормалног колосека (велика висинска разлика између Кривовирског Тимока и реке Грзе) да се одустало од трасе нормалног колосека и повукла се траса уског колосека.

При повлачењу ове трасе комисија за трасирање пруге послужила се је нашом генералштабном картом. Како на тој карти и не постоји седло, где је сада звездански тунел, то је комисија за повлачење трасе, дошав до овог места, уочила мање седло на км. 12 + 400, те је ту повукла трасу правећи један тунел од 65 мет. и три моста од по 40 метара отвора док није са леве обале Тимока прешла на десну страну (види Лист 3).

Године 1904. када је образована секција за обележавање пруге Зајечар—Боговина, обележена је пруга како је трасована и тек доцније, када је секција дознала, да Зајечарци намеравају, на месту где је сада наш тунел, да пробију тунел за довод воде за електрично постројење, секција је пружила један пробни полигон и уверила се, да се ту може поставити пруга. С тога је одмах тахиметријски снимљен цео појас, где је повучена данашња варијанта.

После исцрпне студије о овој варијанти секција је послала планове и предрачун Дирекцији на одобрење. Тешком се је муком успело, да се добије одобрење, јер се тада у Дирекцији мислило, да не треба дозволити грађење тунела за пруге узаног колосека, јер се оне тиме и одликују од пруге нормалног колосека, што се дозвољеним великим падовима и кривинама малог радијуса имале избећи теренске тешкоће.

Овде тај случај није био, као што је био случај са Ирачековом трасом, која је одбачена због тунела од 2 км. (али која се ипак морала доцније усвојити због рђавог земљишта предложене и већ почете пруге) јер је овде рачуном доказано, да је варијанта са тунелом боља и рационалнија од напуштене трасе.

Пре него што опишемо поједине главније радове на овој варијанти, повућићемо паралелу између коштања пруге по варијанти и напуштеном делу старе трасе.

Према ценама, које је имао предузимач у овој секцији, коштала би:

Напуштена пруга:

5 + 806 км. отворене пруге по 50.000 дин. км. — — — — — — —	290,300 д.
3 моста од 40,0 м. отвора са конструкцијом по 70,000 дин. —	210,000 д.
1 тунел од 65 метара — — — —	59,000 д.
Свега	559,300 д.

Варијанта:

3 + 413 км. отворене пруге по 50,000 дин. км. — — — — — — —	170,600 д.
1 мост од 40,0 м, отвора са конструкцијом по 70,000 дин. — — —	70,000 д.
1 тунел од 307,64 мет. — — — —	257,930 д.
Свега	498,540 д.

Из горњега се види, да је варијанта јефтинија од напуштене трасе, а скратили смо пругу за 2152 мет. Још кад се узме да је терен на варијанти много повољнији од терена на напуштеној траси, онда се јасно види превага варијанте.

Главнији објекти на овој варијанти су:

а). **Гвоздени мост од 40,0 мет. распона преко Тимока на км. 9 + 170**

Код овога моста била су два питања о премошћавању: да ли да се гради засведен камени мост, или да се начини мост са гвозденом конструкцијом.

Као код тунела тако и код мостова Дирекција је била неумољива и није дозволила ни да се пројекат засведеног моста поднесе, свакако зато што би то био први мост железнички од толиког отвора у Србији, те се нису хтели правити опити, већ су одма пројектовани стубови за гвоздену конструкцију са паралелним носачима и са пругом горе

Сл. 1. Леви стуб моста у Звездану. (Са екскурзије Удружења у 1908. год.)

Услед велике висине овог моста (10 мет.) и услед згодне стеновите десне обале Тимока, могао би се овде лепо и згодно израдити један засведен камени мост, тим пре што у близини има веома леп и добар мајдан пешчара (још из римског доба). Истина овај би засведен мост био можда нешто скупљи од садањег, али кад се узме у рачун за дуги низ година одржавање гвозденог моста (фарбање и т. д.) и кад се узме у обзир и то, да смо гвоздену конструкцију морали наручити на страни те новац странцима дали, да је тек пре месец дана та поруџбина (после двогодишњег рока испоруке) стигла и да се због тих наруџбина још и даље чека на полагање колосека од Зајечара ка Параћину-онда се види, да је било много корисније, да смо израдили засведени мост место моста са гвозденом конструкцијом:

Као што се види из слике (Лист 3.) мост је израђен са паралелним крилима и са каменим кеглама да би се скратила дужина крила и ако је требало по правилу да се стубови израде са косим крилима. Пројектант није узео коса крила услед тога што су скупља од паралелних.

Оба стуба су фундирана на стени, а параћински

стуб је добио и једну бетонску плочу од 1.20 метара дебљине, јер се фундирање вршило у води. Изван темеља озидан је ломљеним каменом и са лица у виду циклопа, а ћошкови су израђени од по 0,40 м. дебљине за изравњавање (le libage) од тесаника. Уметнута су три слоја од тесаног камена преко целог стуба. До квадера су стубови пуно озидани. Зидало се у портланд цементу. Израђене су четири кегле у виду камене наслаге (у ствари су израђене као суви зид, јер имају нагиб 1 : 2(

Целокупно коштање овог моста без гвоздене конструкције износи 37.430.30 дин. што је за тако малу суму а тако солидно могао да изради само српски предузимач под надзором српског инжењера.

Високи насип од 11 метра иза моста насут је каменим материјалом из тунела, те је сигуран од слегања и подлокавања.

б.) Тунел од км. 9 + 585,50 до 9 + 893,14

Као што се види из ситуације тунел је положен у правој линији изузев улаза и излаза, који су у кривинама радијуса R = 120- Пад у тунелу је 7‰ и то је нагнут цео ка зајечарској страни, јер је при полагању нивелете имало да се савлада извесна висина, а и није се очекивала каква велика вода, те се зато и могло одма једновремено радити са обадве стране тим пре, што се је почело пробијање тунела са горњим поткопом (Firstollen) па се је могло привремено, ако буде било воде, лако и одвести.

Зашто се почело са горњим поткопом узрок је тај, што је предузимач хтео што пре доћи до тунела кроз предусеке, јер би га овако, да је хтео да ради са доњим поткопом (Sohlenstollen), задржали усеци, нарочито зајечарски који је прилично велики а дугачак.

Како дужина тунела није велика и пошто се није морало журити, јер се зато време морали чистити предусеци, прво се довршило са пробијањем горњег подкопа. Ово је нарочито било згодно због правца, јер се и на улазу и на излазу тунела улазило са кривинама па је била и оправдана бојазан да се не учине ѕамашнија грешка.

Правци крајњих тангената одређени су помоћу помоћних тангената, тетива и углова између њих, пошто су кривине биле издељене на више једнаких делова. Правци горњег подкопа су се тачно поклапали услед горњег тачног рачунског рада и марљивог обележавања а и због мале дистанције (дужине тунела).

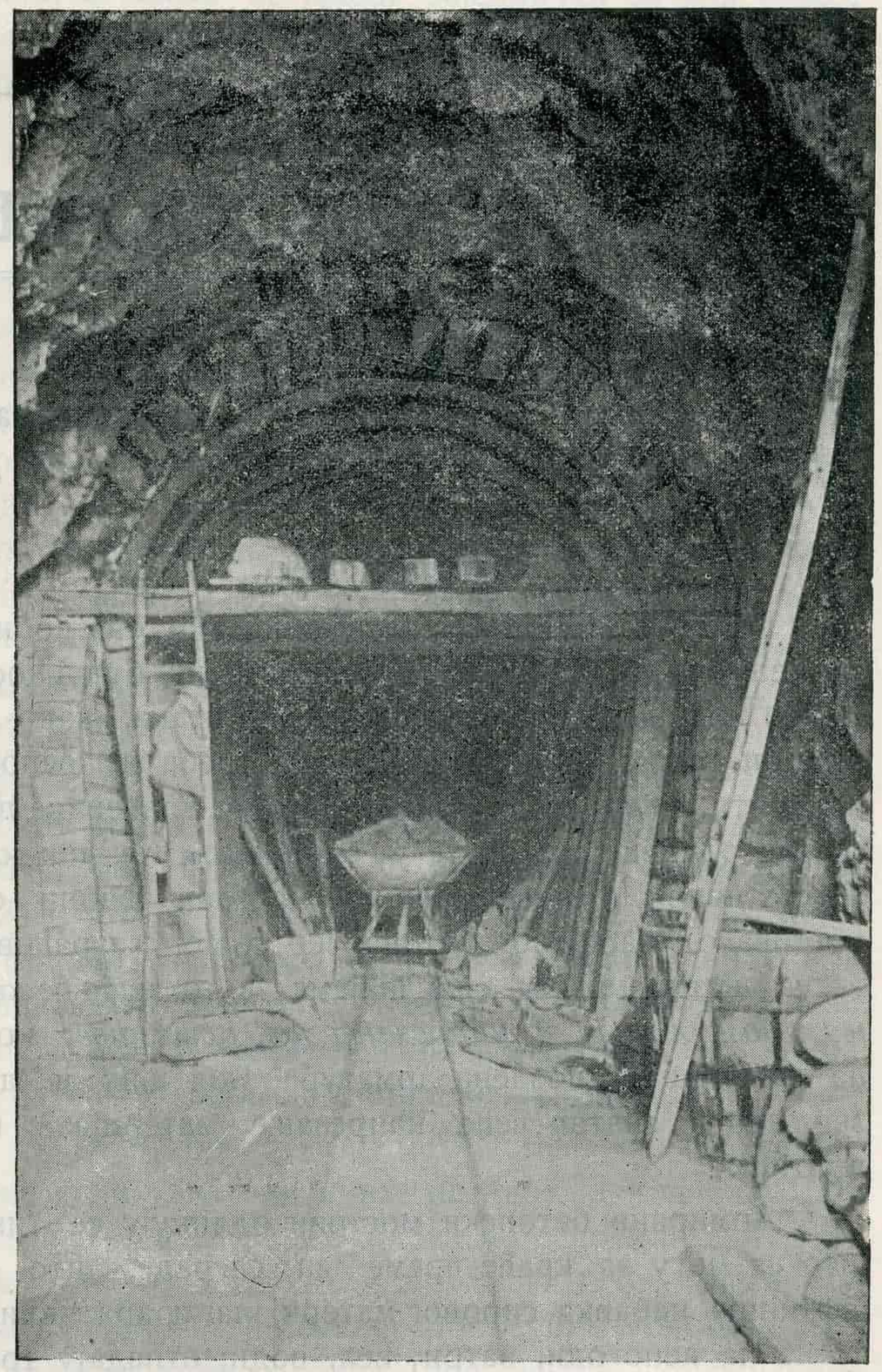
Када су предусеци били готови, онда се почело проширавање горњег подкопа у калоту, а с почетка се је почео да чисти цео профил. Воде у тунелу није било а подупирање је било делимично и то само неке растресене партије стене.

Цео је тунел у еруптивном масиву — у андезиту.

Зидање у тунелу почето је прво са зидањем опорача на мало већу дужину па је тек после зидана колота.

Овде ће бити без интереса показати напредовање пробијања и зидања тунела, јер се овде о брзини рада није водило рачуна, пошто су се тунели у овој секцији пре свршили него ли отворена пруга, те се имало времена да се ради полако.

Зидање опорача је извршено у слојевима хоризонталним и то ломљеним каменом, а зидање калоте у полутесаном камену. Зидало се у прстеновима од 5 мет. дужине. Скелу за зидање (шаблоне) предузимач је имао од савијеног I гвожђа те је услед тога била веома проста, лако покретљива, мало простора заузимала и дала могућност да се сводови врло прецизно изврше.



Сл. 2. Звездански тунел за време озиђивања.

Како овај тунел тако и онај други „Баба Јона“ у овој секцији веома су луксузно израђени и коштају српску државу по 840 дин. дужни метар, а могла би се калота засводити у ломљеном камену

тим пре, што овај свод нема да издржи никакве потиске одозго или са стране и што је озидан цео тунел са портланд цементом, те би се тиме велика уштеда учинила.

Камен за зидање опораца био је пешчар из римског мајдана, а за калоту је употребљен већим делом бео пешчар из Рготине.

Несретних случајева није било ни код једног тунела у овој секцији, а то услед тога, што се поред велике пажње и није много журило, те нису раденици били многобројни.

Солидност израде обадва тунела може да служи за похвалу предузимачу г. Ђури Николићу, јер је на овим радовима са вољом извршивао све наредбе надзорних органа.

Остаје нам овде још да поменемо нешто о потпорном зиду у суво са леве стране пруге од км. 9 + 660 до км. 10 + 094 и обложном зиду у суво са десне стране пруге од км. 10 + 015 до 15 + 090.

Из приложеног ситуационог плана види се, да је од тунела тешко било провући се са трасом на тако нагнутом терену, ограниченом Тимоком, те се услед тога пројектант послужио на том месту са подпорним и обложним зидовима, јер би нам без подпорног зида ножица насипа падала у Тимок. а без обложног зида морало би се брдо много засецати, те би уништили пут који је изнад трасе и иде преко седла.

На овој варијанти немамо више никаквих важнијих радова осем неколико мањих објеката.

Стару трасу немогуће ми је описати из разлога тог, што се са пројектовањем објеката одмах престало чим је ова варијанта била одобрена.

Али ипак је било суђено да се и тунел на овој старој траси изради за довод воде из Тимока за електрично постројење зајечарско, а израдили су га браћа Милошевићи из Зајечара.

Јула 1909. г.
Обрадова Столица

инж. **П. Миленковић.**

ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ.

Лучни мостови од ојачаног (армираног) бетона.

(са сликама на листу 4—10.)

I. Општи део.

Грађење армираних засведених мостова добија све већи значај и без сумње имаће и сјајну будућност. И ако код њих има извесних недостатака, како у теорији тако и конструкцији, које треба из основа допунити, ипак су до сада извршене грађевине показале одличне разултате у економном а донекле и естетичном погледу. Ови су мостови лакши од мостова од набијеног бетона, јер се могу израђивати са знатно мањим димензијама за то, *што се код њих дозвољавају и напрезања на истезање*, која на себе прима гвоздена арматура. Код њих је дозвољено и знатно веће напрезање материјала на притисак.

Армирани бетонски мостови одликују се тиме што се могу за краће време да саграде; што је јефтинија набавка сировог материјала; издржљивији су на на непогоди, ватри, вел. води; отпадају трошкови око одржавања и добро издржавају сва динамичка дејства. Нарочита одлика ових конструкција, наспрам камених мостова, састоји се у томе што су бетонске армиране конструкције лакше; може им се дати допадљивији облик; јефтиније коштају, јер се јачина материјала може потпуно да искористи, због чега је потребна и мања количина материјала како за израду лукова, тако и за обалне и речне стубове, чеоне (парапетне) зидове ограду и т. д.

Сагрђени су мостови, код којих је бетон на видним странама облаган квадерима или цигљама (сл. 1 и 2.) за ово облагање мишљења су подељена а сем тога и материјали имају различну еластичност.

Армирани бетонски мостови граде се са све већим и већим распонима. Преко Sittertobel-а код Гмундена предвиђен је засведен армирани бетонски мост од 79 метра распона. За армиране бетонске мостове примењују се и плитки лукови, који наспрам високих имају нарочите одлике, јер њихово теме може лежати ниже и због тога отпада грађење високих навоза. Ослонци се на против могу више поставити и велика вода не може их штетити. Напослетку се може рећи, да плитки лукови чешће архитектонски изгледају лепше од лукова са високим стрелама. Код засведених камених мостова стрела је обично износила $^1/_5$ а у ређим случајевима $^1/_{10}$ распона, док међутим код армираних бетонских мостова овај однос износи $^1/_{10}$ до $^1/_{17}$ део ра-

спона, због чега се ови мостови могу градити и код мањих конструктивних висина.

1., Конструктивни однос између свода и мостовског патоса. Овај је однос код армираних засведених мостова врло различан.

Чеони (парапетни) **зидови** граде се од ломљеног камена, цигаља, армираног и неармираног бетона и они почивају непосредно на чеоним странама армираног свода (сл. 3 до 5) Између ових чеоних зидова насипа се уобичајени материјал и на њему долази коловоз. И код ових се мостова чеони зидови граде дебљи на ослонцима због веће висине насипања.

Код већих распона и веће ширине моста, *мртви је терет* врло велики. Да би се ово непотребно мртво оптерећење избегло, граде се на леђима свода попречне ћелије (камере) на тај начин, што између попречних дуварова (сл. 6. и 8.) пресведу мањи сводови који носе коловоз. Ради брже израде моста, полаже се доња површина коловозне плоче на горњу површину сводовог темена и онда, чим се сагради оплата за свод, може се коловозна плоча одмах монолитно израђивати заједно са стубовима, без обзира на бетоновање самога свода. Кад попречне ћелије имају веће распоне, онда се патос гради у виду *плочастих носача* одн. *плочастих конструкција*. Сами пак потпарни зидови ових ћелија или се зидају или се граде од набивеног или армираног бетона (сл. 8.) ови се одупирци израђују пуни или избушени (сл. 9 или 10) овакво смањивање мртвога терета на своду врло повољно утиче на димензије мостовских стубова и на максимално оптерећење темеља. Напослетку је најрационалнија конструкција патоса када се овај постави на ред стубића, који се ослањају на свод, у место на дуварове пуне или избушене (сл. 11 и 12.) На ове се стубиће полаже коловозна плоча са ребрима, чија су главна ребра паралелна а споредна управна на осовину моста. Ове потпоре (стубићи) имаће већу висину ка ослонцима свода и усљед тога ће се увећати и њихово прегибање, које се спречава, тиме што се спајају попречним везама (сл. 14). Попречна веза извршује се још и решеткастим конструкцијама кад је ширина моста већа (сл. 15 и 16.) Замена дуварова са стубићима не даје само мању тежину мосту, дакле уштеду у бетонској маси, него усљед тога и сама целокупна конструкција добија лакши и допадљивији изглед. Овде се економске користи не могу у опште очекивати, нарочито кад се примене попречна и дијагонална укрућења, јер је потребна већа количина материјала за скеле, док за један дувар скроз пун, брже је и простије сградити оплату и бетоновати га.

У сл. 17 и 18., на место попречних, примењени су подужни дувари, који заједнички носе коловозну плочу. Пошто између њих постројени сводови производе притисак у страну, то се због тога пешачке стазе не могу на консолама да постављају и за то се за коловозну плочу на првом месту препоручују ребрасте конструкције као у сл. 19 и 20, Целокупан изглед оваквог мостовског постојења, нарочито кад се израде два подужна дувара, сличан је једном дугачком сандуку, чије је дно полеђина свода а капак коловозна плоча. Шупљину овог сандука не треба испуњавати. Ради лепшег изгледа могу се и ови подужни дуварови такође избушити. У неким случајевима могу да се уштеде крилни зидови и кегле, када се ови подужни дувари заједно са ловозном плочом продуже преко обалних стубова до пресека са тереном.

Ради уштеде материјала може се свод израдити у два одељена појаса (сл. 19 и 20), само се коловозна плоча гради уједно преко целе ширине моста, а темељ се гради заједнички за оба појаса Главна корист од оваквих сводова је у уштеди материјала и што се са једном и истом оплатом могу да саграде оба сводна појаса.

Свод се може да изради као засведена плоча са ребрима, у место са правоугаоним пуним пресеком (сл. 21 и 22.) Конструкције у сл. 9 до 16. нису практичне што неједнако преносе притиске на свод која околност не може бити без утицаја на равномерно напрезања арматуре. Нпр. свод у сл. 16. оптерећен је само на чеоним странама, међу тим средина није изложена готово никаквом напрезању и због тога аматура на чеоним странама свода мора бити нарочито много јача но у средини свода. Посматрање статичких односа код свода са неједнаком арматуром наводи нас на избор свода са засведеном ребрастом плочом. Потпоре се постављају на ребра која се на одговарајући начин армирају. — Према избору сводвог облика биће пробитачније израдити плочу изнад (сл. 21 и 22) или испод ребара (сл. 23 и 24.) што ће зависити од положаја потпорне линије (линије притисака) према оси свода. У колико је већи ексцентрицитет у толико ће спољашња влакна трпети веће и напрезање на притисак. Плоча треба да служи за повећање пресека за притисак.

Даље, конструкције ребрастих носача састављене су из два или више раздвојених лукова (појаса) на које се терет коловоза преноси помоћу стубића (потпора) сл. 25. и 26. Да се неби појасеви у страну повили, спојени су попречним гредама, што се види из горњих слика. Дијагонална укрућења виде се из сл. 27 и 28 али њихово извршење ипак захтева много веће издатке за материјал скела (калупа). Напослетку за укрућивање појасева може се сградити једна засведена плоча незнатне јачине преко свију појасева, као у сл. 24. Ова плоча одговара само конструктивном а не и статичком циљу (сл. 31-32.)

Сл. 29-32 показују основне облике *Хенебиковог система,* дакле *носећа ребра* (појасни луци) *са горе равним патосом.* Да би се могла ребра да поставе у што већем растојању, превијају се понајвише попречни и споредни носачи. Да унутарња површина свода буде глатка примењују се конструкције у сл. 31—32.

За плитке сводове узима се основни облик из сл. 33-34. Овде је примењена обрнута плоча са ребрима (срав. сл. 23-24) Доња сводна ивица лежи изнад линије притиска, усљед чега је горе истезање а доле увећани притисак и то усљед негативних момената, који од ослонаца ка темену опадају. Коловоз се добија насипањем простора међу ребрима. Ако нису потребна више него два ребра, онда се према сл. 35 и 36 патос може поставити између њих Укрућења се извршују попречним носачима, који примају на себе терет патоса.

Ако је конструктивна висина ограничена и ако треба са естетичког гледишта код лучних носача патос наместити доле, онда се конструкција моста може тако да изврши, да се патосна конструкција помоћу висећих стубића обеси о два лучна носача са стране (сл. 37 и 38). Мост ће онда изгледати као решеткасти мост. Ако коловозна плоча или нарочито јака арматура ребара треба на себе да прими целокупан хоризонтални потисак, онда се овај мостовски систем може да употреби само онда, када се обични сводни облици не могу да употребе због несигурног темеља обалних стубова или када не би било сигурни ослонци испод велике воде. Када је стрела лука већа онда се укрућења извршују као у сл. 39 и 40.—

2.) **Обални стубови**. Има две врсте обалних стубова: *видних* (Standwiderlag-r) и *изгубљених* (verlorene Widerlager) Видне обалне стубове треба сматрати као потпорне задове (сл. 41) чија круна у *a* пада уједно са ослоначком фугом и они преносе сводни притисак посредно на темељ. Напротив изгубљени стубови (сл. 42.) постају продужењем свода тако, да се свод са својом ослоначком фугом непосредно ослања на земљиште (темељ). Видни су стубови старији а изгубљени новији и они су бољи од старијих и у конструктивном и статичком погледу, само када месне прилике дозволе њихово извршење.

Обалне стубове за армиране лучне мостове, нарочито за узидане сводове, треба израђивати са нарочитом савесношћу, пошто и најнезнатније слегање земљишта може имати врло кобних последица на конструкцију. Трошкови око грађења обалних стубова често су од пресудног значаја, да ли ће се за извесне распоне градити гредни или лучни мостови У осталом за стубове оваквих мостова услови су једнаки као и за стубове камених мостова. Не сме се појављивати никакво клизање обалних стубова, фундирање мора бити на потребној дубини, да неби вода подлокавала стубове. Све димензије стуба зависе од хоризонталног потиска. Ако се основица темеља не постави довољно дубоко онда целокупан терет обалног стуба заједно са његовим оптерећењем, дакле његова отпорна моћ, неће бити довољна да противстане притиску са стране (Seitenschub) што може бити узрок знатном снижавању сводовог темена. Ослонцима узидиних сводова задатак је, да дају довољно отпора моменту савијања, који свод производи. По правилу је довољан један јак бетонски или зидани блок, на који ће се свод са проширеном стопалом ослањати (ср. сл 85—89). Лежишна површина има увек одговарајући нагиб на правац резултујућих сила а позадна површина са обзиром на хоризонтални потисак, поставља се управно. У сл. 41. представљено је ојачање темеља обалног стуба са гвозденом арматуром (истачкане линије на дну темеља). Ако су потребне пилотне у темељу, а цена не игра главну улогу, онда је боље узети пилотне од армираног бетона. Гвоздене шипке из бетонских пилотна могу се на згодан начин везати са осталим шипкама арматуре стуба или арматуре свода. (ср. сл. 71). Само крајне побијају се као у правцу линије притиска а остале се побијају управно. Степенасто извршење позадине стуба (сл. 41) није практично због задржавања воде на степенима, што може бити узрок образовању пукотина.

На чврстом стеновитом терену и при превођењу путева преко усека довољни су тзв. *изгубљени ослонци*, који нису ништа друго до проширења свода на ослоначкој површини, која стоји управно на правац линије притиска (сл. 42). У сл. 43. израђене су кроз обалне стубове пешачке стазе у виду капије.

Сл. 44 и 45. представљају конструкцију дводелног обалног стуба по систему професора Möller-a Позади стуба а у висини ослонца сагради се једна танка призматичка плоча b од армираног бетона, на којој почива сва земља изнад ње. Најмање покретање ове плоче изазваће отпор трења, који ће при довољној површини плоче одржавати равнотежу хоризонталном потиску, дакле задатак је ове плоче, да прими на себе само хоризонталну компонентну силу ослоначког притиска и да ову услед трења пренесе на земљиште и на тај начин остаје да да стуб *a* прими на себе само нормалну компонентну силу ослоначког притиска, ради чега су му потребне и мање димензије. Кад је хоризонтални притисак знатно велики, онда се може да постави и једна вертикална плоча *c* (истачкана у сл. 44). На Möller-овим обалним стубовима штеди се

материјалу и због тога је и фундирање јефтиније. Како се ови стубови израђују види се из сл. 46. и 47. Вертикалне се силе преносе помоћу стубића од грубог бетона на три реда дрвених шипова. Плоча није у чврстој вези са грубим бетоном, дакле може без сметње тонути и неће бити никакве опасности по стабилност конструкције.

Постројење једног обалног стуба за свод са ћелијама показује сл. 48. Потпорни зид мостовског патоса ослања се на ослонац свода.

Сл. 49. преставља постројење једног пешачког моста од 15,50 мет. распона. Веза моста са нагибима обала извршена је бетонским зидовима, који образују један затворени шупљи простор, који је покривен армираном плочом. Овакво је постројење препоручљиво онда, кад се мора дубоко фундирати, те зидови испадају врло високи, па су, услед дејства јаког земљишног притиска, изложени опасности, ако се буде штедило на њиховој дебљини Код већих димензија може се армирани покривач ојачати ребрима и стубовима подупрети.

Армирани обални стубови у облику угаоних потпорних зидова имају добру страну у томе, што се на мањим дубинама могу фундирати и што се зидарски материјал може до крајњих граница да искористи. (види сл. 50). Стопало је нарочито широко израђено, да би сопствени терет земљишне масе, која на њему почива, могао у што већој мери елиминисати хоризонтални потисак позадног насипања. Стуб се мора укрутити довољним бројем ребара, а код Енебиковог система она се постављају у продужењу носећих лукова, да би се на тај начин арматура могла спровести до темељне плоче. Ребрима се преносе смичуће силе на основицу темеља. Чеони зид је сразмерно танак, крилни се зидови подупиру косницима (потпорама).

Сл. 51. представља обални стуб једнога моста са ребрастим сводом, фундиран на шиповима.

Сл. 52.—54. показују конструкцију обалног стуба једног бетонског лучног моста од 12.80 м. распона. Због рђавог земљишта основица темеља (дно) постављена је за 3,0 мет. испод средњег водостања. Побијено је осам редова шипова и то у сваком реду по 6 шипова и преко глава ових шипова постављен је исти број дуварова по 50 см. дебљине. Ови дувари подупиру чеони зид а притисак свода преноси се на шипове помоћу јаке армиране плоче.

Спајање моста са природним земљиштем врши се и овде као и код осталих мостова помоћу паралелних или косих крила. Кад се крила зидају онда се она ради уштеде на материјалу граде изнутра степенасто. За веће висине нагиба препоручује се појачање са потпорним стубићима (Strebepfeiler) или спајање крилних зидова са гредама или плочама. Сл 55. показује везу са плочама. Плоче су равне, 60 см. дебеле и укрућују оба паралелна крила, која су 1,0 мет. широка. Оваква укрућења са плочама препоручују се за мостове са високом стрелом, дакле са мањим хоризонталним потиском.

Укрућења се у опште извршују са попречним и подужним дуваровима у разним конбинацијама (сл. 56. и 57.). Делови плоче свагда се армирају тамо, где се појављује истезање и то са арматуром, која се под правим углом укршта. У попречним зидовима и конзолним површинама употребљена су још и дијагонална гвожђа.

Код моста преко Изара код Гринвалда израђеви су крилни и чеони зидови у виду ћелија, да би се, код њихових огромних димензија, уштедило на бетону. Да би се добила довољна тежина зидне масе ћелије су напуњене земљом.

Обалне стубове израђене у виду сандука са попречним и подужним зидовима представљају сл. 58.—60. — Шупљине се такође испуњавају земљом.

Даље конструкције видеће се из примера, који ће следовати.—

3.) **Средњи стубови**. Они се израђују за армиране бетонске засведене мостове по истим правилима као и за камене мостове, *само треба имати на уму, да се код узиданих армираних лукова могу појављивати и напрезања на истезање.* Арматура се примењује и код средњих стубова, нарочито код високих конструкција.

Средњи стубови за речне мостове, граде се у опште масивно, да би били у стању да противстају дејству удара. У сл. 61. обадва су свода чврсто међу собом спојена. Пошто они не стоје ин у каквој заједничкој вези са стубом, то се целокупан хоризонталан потисак преноси на обалне стубове.

Сл. 62. представља један армирани бетонски средњи стуб, у којем се могу због његове танкоће да појаве и истезања при несиметричном оптерећењу, због тога је стуб и армиран на спољашњим странама са 25 м. м. дебелим округлим гвожђем у одстојању по 20 см. Облога стуба утврђена је у бетону.

Код једнога моста, израђеног по систему Lolat-овом, израђени су кесони од армираног бетона и испуњени са мршавим бетоном (сл. 63—66) Огртач је проширен на ниже и укрућен са ребрима и попречним гредама. Сам стуб пак ради веће стабилности, сграђен је са нагнутим странама.

Сл. 67. и 68. представљају конструкцију стуба, која одговара оној у сл. 58—60. На једној заједничкој темељној плочи постројена су вертикална ребра у продужењу носећих лукова тако, да су њихове арматуре чврсто међу собом повезане, те да смичуће силе и оптерећење пренесу на земљиште. Споља је стуб обложен са једним 10—15 см. арми-

раним бетонским огртачем, који нема никакве статичке вредности. Шупљине су испуњене мршавим бетоном, да би стуб имао потребну тежину за стабилност.

Сл. 68. и 60. представљају стуб моста преко реке Изара код Минхена.

Ако би наступила бојазан, да ће вода речне стубове подлокавати, онда се препоручује набацај од крупног камена. Корисна је и армирана бетонска пилотажа, нарочито онда, када је чврсто земљиште дубоко. Арматуру појединих шипова треба као у сл. 71. и 72. у бетонској маси стуба укотвити. —

У сл. 73. и 74. израђен је речни стуб, једног Енебиковог моста, из три набијена армирана бетонска шипа, који су са једном попречном гредом чврсто спојени са мостовским патосом. Пошто овакав јарам није у стању, да пренесе веће силе у подужном правцу моста, то се мора целокупни хоризонтални потисак да пренесе на обалне стубове. То важи и за јарам у сл. 75. до 77. Осам јаких побивених армираних бетонских шипова носе речни стуб. У висини воденог огледала ови су шипови међу собом повезани хоризонталним гредама, у којима је извршено спајање продужења шипова. И код њих се мора целокупни хоризонтални потисак пренети на обалне стубове.

Услед загревања и расхлађивања армирани се сводови издужују односно скупљају, што се примећује у подизању односно снижавању темена. Пошто су за еластичне узидане сводове потребни крути и непомерљиви ослонци, то би се, при свакој дужној промени свода, у његовом темену и на ослонцима појављивала сувишна напрезања или чак и пуцање самога свода. Најбоље и најпростије сресство за спречавање таквих појава јесте уметање *дилатационих фуга*, које се наравно могу само тамо предвидети, где не могу у статичком погледу бити штетне по саму конструкцију. Да би се спречило нагомилавање песка и тврдог материјала и одвела вода, морају се ове фуге добро покрити. Сл. 78. показује покривање фуге са цинк-блехом, а сл. 79. покривање са уметком од јаког цинк-блеха и заливањем фуге гудроном.

4.) **Утврђивање испуштених бетонских квадера**. Најпростији начин показују сл. 80. и 81 Код једног моста пешачке су стазе, као у сл. 82, испуштене за 35 см. изван свода и сграђене од армираних и укотвљених плоча. У сл. 83 и 84 је конселно камење армирано са по 3 округла гвожђа од 10 м. м. пречника и то тако, да два од ових гвожђа стоје напољу, да би се по намештању консолног камења, могле оне испуштене шипке са оградом уједно избетонирати.

Ако би се хтела и *ограда* такође да изради од армираног бетона, онда се препоручује, да се ограда не бетонира једновремено са лучним надзидком, јер се доцније могу лако појавити пукотине. Треба оставити, да се лук и надзидак потпуно стврдну па по томе тек намештати ограду.

Чешће су ограде на речним мостовима тако удешаване, да се могу при великом водостању скидати, да не би давале отпора таласима. У обичним случајевима ми ћемо се задовољити ипак са уобичајеним конструкцијама ограда од вештачког и природног камена, ковног и ливеног гвожђа.

Нарочиту пажњу треба обратити и на одвођење воде са мостова, јер продирућа вода може бетон да обоји прљавштином.

II. Сводови са витком арматуром.

1.) **Систем Monier-ов** Ови су сводови израђени на принципу, да уметнуте гвоздене шипке у масу бетона примају на себе напрезања од истезања. Опитима је утврђено, да је адхезија гвожђа и бетона потпуна и да при подужним променама не наступа никакво смицање. Дакле за оба материјала морају специфична напрезања бити једнака. Ови су сводови изведени 1886. год. и од тога су доба разгранато примењени за веће и мање распоне. Однос распона према стрелици износио је 6 — 10. Потребне димензије за Монијеве сводове у темену су *минималне* и по некад износе мање но 160 део распона, пошто је сопствена тежина ових сводова сразмерно мала, па је код њих због тога и хоризонтални потисак незнатан.

При одредби *сводовог облика* треба на првом месту водити рачуна о томе, да су мостовски сводови по систему Monier-овом *чврсто узидани*. Због тога се сводова дебљина почев од темена повећава ка ослонцима на тај начин, *што се вертикална пројекција свију радијалних фуга ставља равна дебљини свода у темену*. У опште се препоручује избор таквог сводног облика, да се осовина свода и потпорна линија од сопственог терета поклапају. —

Означимо са l распон лука (чист отвор), са h стрелицу лука, па ће се *полупречник унутарње сводне линије* моћи да одреди из једначине:

$$r = \frac{l^2}{8.h} + \frac{h}{2}$$

За однос стреле лука према распону узима се обично 1 : 5 до 1 : 10, а за дебљину свода у темену узима се опет $^1/_{100}$ до $^1/_{160}$ део распона. Код мостова од набијеног бетона овакве мале димензије не могу се употребити, јер код њих није дозвољено напрезање на истезање. Особито је важан избор пробитачног сводног облика за веће распоне,

где је у питању, да бетон свугде трпи напрезања у дозвољеним границама. Код правилног избора истежућа напрезања у опште отпадају, јер је прелазни терет у односу на сопствену тежину по правилу знатно мањи. Због тога ће се на арматури уштедити, нарочито за то, што гвожђе не може на себе да прими притискујућа напрезања. Код мостова средњих распона у томе погледу можемо бити слободнији, и при довољној арматури за негативне моменте можемо се одлучити шта више и за елиптички или сложени лук. — Овде је претежнији утицај прелазног терета и ако је свод снабдевен са чеоним зидовима и насипом. —

Арматура свода састоји се из мреже од округлих гвоздених шипака, које се полажу у правцу распона и управно на овом, дакле мрежа је састављена из *носећих* и *подеоних шипака* Прве су шипке (носеће) пресавијене и прилагођене граничним линијама свода. Њихова дебљина према димензији пресека износи 5 до 16 мм. и више, а њихово растојање је између 5 и 20 см. Подеоне шипке на против, увек су праве и постављају се у правно на носеће шипке, којима оне при бетоновању дају сигурнију потпору и помажу да се раздели дејство динамичких сила. Њихова је дебљина 3 до 7 мм. а постављају се у растојању од 10 до 30 см. Округле се шипке на њиховим укрсним тачкама повежу са танком жицом, да би при бетоновању остале у непромењеном положају. — Најпробитачнији распоред арматуре у сводовим попречним пресецима зависи од могућности образовања пукотина. Један неоптерећени мост са попустљивим ослонцима показује преломне фуге на унутарњој сводници у темену и на полеђини ослонца. То исто важи и за пуно оптерећени свод са крутим и непопустљивим ослонцима само са том разликом, да се овде преломне фуге појављују на полеђини у извесном одстојању од ослонца и то према величини стреле. Код једнострано оптерећеног свода показаће се пукотине на полеђини ослонца оптерећене а на унутарњој сводници на делу неоптерећене половине свода. Положај средње преломне фуге опет је зависан од односа стрелице, у сваком случају преломне фуге се појављују на оптерећеној половини на унутрашњој сводници, а на неоптерећеној половини на полеђини свода.

Само код врло незнатних распона довољно је поставити мрежу арматуре у зони унутарње своднине. Онда су ослонци као у сл. 85 и 86 довољно ојачани. те да се унапред избегну ослоначке преломне фуге, које се појављују усљед попуштања обалног стуба. За просте случајеве, довољно је, да се један део арматуре на ослонцу навише пресавије (сл. 85)

За средње и веће распоне потребно је поставити арматуру у обе зоне (горњу и доњу сводницу). Горња арматура мора да допре најмање од ослонца па до $^1/_4$ распона, аналого образовању пукотина на полеђини код симетричких и несиметричких оптерећења. Горња арматура у притиснутим деловима допуњује извесну јачину, сем тога она прима на себе и истежућа напрезања, која постају од сунчаних зракова на полеђини свода. Код мањих сводова смо у стању да са оваквом двојном арматуром потпуно искористимо бетонову моћ на притисак. Код већих распона двојна арматура губи теоријски значај, пошто су истежућа напрезања искључена услед исправно одређеног облика свода. Нетачна израда скеле или какво неравномерно њено слегање може бити узрок, да се најмања притискујућа напрезања преобрате у истежућа напрезања, због чега је и овде двојна арматура из чисто практичких разлога оправдана и тиме се у знатној мери појачава и степен сигурности. Сама пак арматура поставља се симетрично према осовини свода.

Сл. 86. представља спону симетрички постављене арматуре у ослонцу.— Округле шипке од 18 мм. пречника на оба краја су по 1,50 м. дубоко упуштене у масу ослонца и пресавијањем укотвљене. Темељна плоча на коју се ослања свод израђена је у размери 1:4:6, ослонац пак у размери 1 : 3 : 3 (као и свод.) За одвођење воде служи бетонски надзидак у размери 1 : 6 : 8.—

Рационално укотвљавање арматуре по Monier-ову систему види се из сл. 89 и 90.— Мост има 19,0 м. распона и 2,50 м. висину стреле. Арматура се састоји:

из носећих шипака доњих : 16. окр. гвожђа по 11 м.м. пречника, која скроз пролазе ;
из носећих шипака горњих : 10. окр. гвожђа по 7 м.м. пречника, која скроз пролазе ;
из носећих шипака : 10. окр. гвожђа по 11 м.м. пречника на дужину $l/4$
из подеоних шипака, горе и доле : по 7 м.м. пречника у одговарајућем одстојању.

Код Монијевих сводова смичућа напрезања играју споредну улогу. Врло ретко су примећаване подужне пукотине из којих би се могло закључити да се смичуће силе појављују. —Разоравања се по правилу испољавају само у раздробљавању притиснутих делова. При свем том узимају се и жичане машне (замке) сл. 91, којима је пре свега задатак, да спрече међусобно клизање арматурне мреже у притиснутим сводним деловим. Овакве жичане замке више су потребне за поједине лукове но за сводове. Пресавијање арматуре на ослонцима једноставно армираних сводова (сл. 85.) препоручује се још и из обзира на максималне смичуће силе, које се ту појављују.

2.) **Сводови са чеоним зидовима и насипом између њих**. Чеоне зидове ваља довољно јаке саградити да би могли издржати притусак у страну, који производи насип. Сл. 91. показује мрежасту арматуру чеоног зида. Из сл. 92. види се да су израђена ребра од 40 см. дебљине за укрућивање. Сами су пак зидови армирани као у сл. 9 и имају на своду дебљину од 30 см. а горе се су жавају на 22,50 см. — Ребра испадају унутра за 90 см. и образују целисходно косо укрућење. На овом објекту важно је приметити непосредну везу ограде са чеоним зидовима. Овај је мост укупно дугачак 238 мет. Сви луци и стубови као и обални стубови образују једну заједничку масу, па су ипак зато у чеоним зидовима изнад сваког стуба остављене дилитацијоне фуге.

Сл 94 показује везу чеоног зида са пешачком плочом подупртом консолама. Ове конструктивне делове треба као обично армирати. У слици је нацртана само потребна главна котва.—

3.) Сводови са камерама — ћелијама. Напред је већ речено, да сопствени терет испада врло велики код мостова са велим распонима и већим ширинама коловоза. У сл. 6. показан је распоред ћелија.

Сл. 95 до 97 представљају конструкцију једног друмског моста од 28, 86. м. отвора, чији управо распон у висини ослонаца износи 26. мет. са 5,20 м. високом стрелом. Јачина у темену износи 60 см а на ослонцу 90 см. — Ширина моста 8 мет. Арматура свода састоји се:

на унутарњој своднини скроз из 4 округла гвожђа 12 mm. пречника на уздужни метар;

на полећини: 4. окр. гв. 20mm. преч у средњој трећини распона и 10. окр. гв. 200mm преч. у крајњим распонским трећинама.

Арматура лукова изнад ћелија види се из сл. 95. Подеоне шипке су скроз 7mm. дебеле. Мост је на једном крају проширен и усљед тога се морала пресавијати и арматура, што се види и сл 96 —

При изради овога моста моста употребљене су следеће бетонске мешавине:

1., За темеље обалних стубова и крилних зидова 1 : 11 — т.j.

1 део цемента + 3 д. базалт — туцаника 3 д. базалт песка + 4 д. шљунка + 1 д. песка.

2., За зидове 1 : 9 т.j.

1 д. цемента + 3 д. базалт — туцаника + 3 д. базалт-шљунка + 1 д. шљунка + 1 д. песка

3.) За свод 1 : 6 т.j.

1 д. цемента + 2 д. базалт - туцан. + 2 д. базалт-шљунка.

1 д. шљунка + 1 д. песка

4., Сводови изнад ћелија 1 : 8 т.j.

1 д. цемента + 3 д. шљунка + 3 д. шљунка + 1. д. шљунка + 1 д. песка.

5 , Испуна на ослонцима посан-бетон 1: 16 т.j. 1 д. цемента 5 д. туцан. 5 д. шљунка + 3 д. шљунка + 3 д. песка.

Укупно је употребљено 1800 m^3 бетона.

Полећине сводова изнад ћелија превучене су слојем цемент-малтера 1 : 4 на 15 см. дебљине. Преко једног премаза са врућим гудроном посут је чист песак и преко овога положена је полога од асфалтног филца, која је само на саставцима излепљен- Сем овога су и све полећине чеоних и крилних зидова премазане два пута врућим гудроном.

Један новији армирани мостовски свод представљају сл. 98 до 100.—Главни лук има 55 м. чистог отвора са 13. мет. високом стрелом. Јачина у темену 55 см. а на ослонцу 95 см. Главни је свод узидан у јак ослонац од набивеног бетона. Остале појединости виде се из слика.

Просто а уједно и рационално спајање арматуре потпора са сводном масом показује сл. 101.—

Вредно је поменути и извршење обалног стуба, код кога је арматура свода (окр. гв. 16 mm. пречника) продужена у темељну плочу и ту довољно укотвљена. Овде су израђени од армираног бетона и темељна плоча, ребра и крилни зидови. сл. 102—103.)

Сл.104. Представља конструкцију, код које је главни свод само на средини оптерећен. Једини стубови, који подупиру коловозну плочу, стоје на обалном стубу. Овакви економни облици мостова могу се само онда применити, ако је оптерећење као и тежина конструкције патосне плоче незнатна

III., Прорачун засведених мостова.

Да би за претходни пројекат могли најпре одредити целисходну јачину свода, послужићемо се Толкмитовим обрасцима.[1])

$$c \geq \frac{l}{10} \sqrt{\frac{4.p}{q_0}}$$

$$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{l/2}\right)$$

$$z_0 = \left(c + e + \frac{p}{2}\right)$$

$$H = 0{,}15 \frac{l^2}{f}\left(z_0 + \frac{f}{10}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad [2])$$

---

1) Tolkmitt, Leitfade i f. d. Entwerfen u. d. Berechnnung gewölbter Brücken. Превод г. Вл. Тодоровића.

2) Тачнији резултат даје образац:

$$H = \frac{l^2}{16}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8.c.z_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8}\,\frac{8.c\,z_0}{l^2}\right)^2 \frac{32.c.z_0}{l^2}}\right]$$

$$q = \frac{H}{c}$$

$$\sigma_d = q + 0{,}06\ p \left(\frac{l}{c} \right)$$

$$\sigma_z = q - 0{,}06\ p \left(\frac{l}{c} \right)^2$$

У овим обрасцима значи:

l = распон у метр.

c = дебљина свода у темену у мет.

p = покретно оптерећење на 1м² мостовског патоса код једностраног оптерећења) у м.³

γ = тежина сводног материјала у t/м³

q_0 = највеће дозвољено нормално напрезање у м³/м

q = највеће појављено нормално напрезање у м³/м²

z_0 = укупна висина терећења, за нормални случај изражена у сводном материјалу (заједно са сводом) у метр.

e = редуцирана висина оптерећења на сводни материјал, услед сопствене тежине изнад горње ивице сводног темена у м.

H = хоризонтални потисак свода за нормални случај у m³

f = стрелица свода у m.

σ_d = највећи ивични притисак у темену у m³/m²

σ_z = највеће ивично истезање у темену у m³/m²

Под „*нормалним случајем*“ треба разумети оптерећења од сопственог терета и половине прелазног терета распоређеног преко целог моста.

Ако се појаве истезања, онда нападна истежућа сила у тежишту троугла истезања износи:

$$Z = \gamma . c \ \frac{\sigma_z^2}{2 (\sigma_z + \sigma_d)} \text{ у тонама.}$$

Лежи ли арматура приближно у тежишту троугла истезања и ако треба гвожђе да прими на себе укупно истезање, онда можемо помоћу овог обрасца потребни пресек гвожђа оценом да одредимо.—

Пример Нека су за неки друмски мост дате ове вредности:

Распон l = 28 см; стрелица f = 3,0 м; тежина свода γ = 2,2 t/m³; висина оптерећења e = 0,45 m, највеће једнострано оптерећење

$$p = \frac{1}{2{,}2} \left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{4}\right) = 0{,}25 \text{ м;}$$

највеће дозвољено нормално напрезања σ = 30 кгр/см.² највеће дозвољено ивично напрезања σ_{max} = 40кгр/м² према томе q_0 = 30 кгр/см² = 300000 кгр/м.² = 300t/m² = 150 m³/m².

q_{max} = 40 кгр/см.² = 400000 кгр/м.² = 400t/m² = 200 m³/m². Дебљина свода у темену је:

$$c \geqq \frac{28}{10} \sqrt{\frac{4 . 0{,}25}{150}} \geqq 0.23 \text{ m.}$$

Узето је c = 0,30 мет.

$$z_0 = \left(0{,}30 + 0{,}45 \frac{0{,}25}{2}\right) = 0{,}88 \text{ мет.}$$

$$H = 0{,}15 \frac{28^2}{3} \left(0{,}88 + \frac{3}{10}\right) = 46{,}3 \text{ м}^3$$

$$q = \frac{46{,}3}{0{,}30} = 154 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Ивична ће напрезања бити:

$$\sigma_d = 154 + 0{,}06 . 0{,}25 \left(\frac{28}{0{,}30}\right)^2 = 154 + 131 =$$

$$= 285 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

$$\sigma_z = 154 - 131 = 23 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Према томе највећи је притисак

$$\sigma = 285 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 570 \text{ t/m}^2 = 570000 \text{ кгр/m}^2 =$$

$$= 57 \text{ кгр/см}^2$$

Истезања се не појављују. — Да би постигли што нижи притисак, повећаћемо димензију темена свода на 0,40 м., по томе је:

$$z_0 = \left[0{,}40 + 0{,}45 + \frac{0{,}24}{2}\right] = 0{,}98 \text{ m.}$$

$$H = 0{,}15 \frac{28^2}{3} \left[0{,}98 + \frac{3}{10}\right] = 50 \text{ m}^3$$

$$q = \frac{50}{0{,}40} = 125 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ (дакле} < 150)$$

$$\sigma_d = 125 + 0{,}06 . 025 \left[\frac{28}{0{,}40}\right]^2 = 125 + 74 =$$

$$= 199 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 40 \text{ кгр/см}^2$$

и овога пута неће се појавити истезање (125—74 = = 51 m³/m² притисак) Теоријски није потребна арматура, не може се нарочито направити мања дебљина у темену, да би се избегла велика напрезања на притисак. Према овоме препоручује се арматура, јер се њоме добија већа сигурност него ли појачањем дебљине свода (усљед погрешака на скели, напрезања од температуре и т. д.)

За 36,0 м. распона 6,00 м. стрелицу и 0,40 м. дебљину темена, кад је γ = 2 t/m³; e = 0,35 m. и p = 0,26 m добиће се:

z_0 = 0,88

H = 45,6 m³

g = 114 m³/m²

онда ће напрезања износити

$$\sigma_d = 114 + 0{,}06 \left(\frac{36}{0{,}40}\right)^2 = 12 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 48 \text{ кгр/см}^2$$

притисак и

$$\sigma_z = 114 - 0{,}06 \left(\frac{36}{40}\right)^2 = 12 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 2{,}4 \text{ кгр/см}^2$$

истезање.

Овде се дакле појављује истезање, које износи:

$$Z = 2 \,.\, 0{,}40 \,\frac{12^2}{2\,(240 + 12)} = 0{,}23 \text{ t.}$$

По томе за 1 мет. ширине свода

$$fe = \frac{230}{1000} = 0{,}23 \text{ см}^2$$

Потребни пресек гвожђа у темену је врло незнатан. Напрезања, која се појављују у ма којој спојници свода, према њиховом својству и величини, зависна су на првом месту од резултанте спољашњих сила (потпорне линије) Нормалну компоненту ове резултанте сменићемо на познати начин са аксијалном силом $\mathfrak{N}$ и моментом савијања M.

Најпре ћемо изнети приближну методу за одредбу пресека гвожђа (арматуре) и напрезања, која ће се појавити:

У опште је (сравни слика 105.)

$$\sigma = \frac{\mathfrak{N}}{\mathbf{F}} \pm \frac{M}{W}$$

Ставимо сада $\mathbf{F} = b \,.\, h$ и $W = \frac{b \,.\, h^2}{6}$; даље

$$\frac{h - x}{h} = \frac{\sigma_z}{\sigma_d + \sigma_z}$$

$$\sigma_d + \sigma_z = \frac{2\,M}{W}$$

па ће бити:

$$Z = b\,(h - x) \,.\, \frac{\sigma_z}{2}$$

$$Z = \frac{b^2 \,.\, h^3 \,.\, \sigma^2_z}{24 \,.\, M}$$

ако је димензионирање извршено по овом обрасцу, онда ћемо напрезања гвожђа одредити из:

$$\sigma_e = \frac{Z}{fe}$$

Ова се приближна метода рачунања препоручује за пројекат једног свода, али она не даје повољне вредности за σ_e. Напрезања на притисик за бетон на против одредиће се довољно тачно.

Тачнији прорачун је следећи:

1.) **На пресек дејствује само напрезање на притисак**. Према сл. 106. биће:

Укупна површина:

$$F = b \,.\, h + n\,(fe + f'e)$$

одстојање тежишта:

$$s = \frac{\frac{bh^2}{2} + n\,[fe\,(h - a) + f'e\,a']}{bh + n\,(fe + f'e)}$$

Код симетричног пресека баће:

$$fe = f'e = \frac{F}{2} \text{ и } a = a';$$

онда је

$$s = \frac{h}{2}$$

и моменат лењивости

$$Js = \frac{bh^3}{12} + n\,Fe\left(\frac{h}{2} - a\right)^2$$

напрезања

$$\sigma_o = \frac{\mathfrak{N}}{F} = \frac{\mathfrak{N}}{bh + n\,Fe}$$

$$\sigma_d = \frac{\mathfrak{N}}{F} + \frac{\mathfrak{M}}{W}$$

$$\sigma_z = \frac{\mathfrak{N}}{F} - \frac{M}{W}$$

$$\sigma_e = n\left[\frac{(\sigma_d - \sigma_z)\,a'}{h} + \sigma_z\right]$$

$$\sigma'_e = n\left[\frac{(\sigma_d - \sigma_z)\,(h - a)}{h} + \sigma_z\right]$$

2.) **На пресек дејствује истезање**. Ексцентричност је постала толико велика да је:

$$\frac{\mathfrak{N}}{\mathbf{F}} < \frac{M}{W}$$

Ако се опет узме

$$fe = fe' = \frac{Fe}{2} \text{ и } a = a'$$

сравни сл. 105.) онда се одстојање нулте линије прорачунава из односа:[1])

$$x^3 - x^2 \,.\, 3\left(\frac{h}{2} - \frac{M}{\mathfrak{N}}\right) + x \,.\, 12\,\frac{M}{\mathfrak{N}} \,.\, n \,.\, \frac{\mathbf{F}e}{b}$$

$$- 6\,\frac{n \,.\, Fe}{b}\left[\frac{M}{\mathfrak{N}} \cdot h + 2\left(\frac{h}{2} - a\right)^2\right] = 0$$

Напрезања су:

$$\sigma_d = \frac{\frac{b \,.\, x}{2} + \frac{n \,.\, fe}{x}\,(2x - h)}{\mathfrak{N}}$$

$$\sigma_e = n \,.\, \sigma_d\,\frac{h - x - a}{x}$$

$$\sigma'_e = n \,.\, \sigma_d\,\frac{x - a}{x}$$

Израчунавање напрезања у сводовим пресецима види у примерима.

Препоручљиво је, да се арматура употреби и онда, када напрезање на притисак σ_z буде равно нули, јер незнатне промене у ослонцима, као и у самоме своду могу да изазову напрезања на исте-

---

1) Једначина за x решава се приближним методама или по Кардановом обрасцу (срав. Taschenbuch der Hütte 1902. I. стр. 45.)

зање, усљед непредвиђених спољних утицаја. Код малих сводова са парапетним зидовима утицај прелазног оптерећења умањује се са насипом на мосту За сводове од набивеног бетона потребне су знатније дебљине, да би се избегла напрезања а истезање. Облици сводова средње величине могу се тако изабрати, да се при повољном избору не појави некакво истезање да, дакле, арматура не буде теоријски потребна, јер гвожђе не може да прими на себе напрезања на притисак. Сопствена тежина сводова са ћелијама у односу на прелазни терет незнатна је, дакле, утицај од једносртаног прелазног терета може бити врло знатан. Због тога се код ове врсте узимају умерене дебљине, јер је арматура увек потребна. Утицај једностраног оптерећења од прелазних терета расте са увећањем распона и лакоће саме конструкције Извршење армираних сводова условљава, да се и цео горњи строј готово искључиво гради од амираног бетона. Арматура се распоређује у две пологе, пошто се сводови повијају на више и на ниже. Због тога код већих сводова двојна арматура допуњује јачину свода, а корисна је и због тога, што промена температуре дејствује на уздизање и тонење сводова. Само код мањих распона довољна је једноставна арматура свода, али се ипак за то свод мора довољно да укрути на ослонцима.

Код мостова са ћелијама у сводовима могу да наступе на појединим местима споредна повијања због чега се у тачкама терећења, у којима се стубићи или дуварови ослањају на свод, гради нарочито јака арматура, а по потреби се умећу и попречне узенгије.—

На телима грађеним ради пробе као и на постојећим грађевинама констатоване су у ствари смичуће силе на оним местима, изазвате од пресавијања на појединим местима (срав. сл. 107.) Код обалних стубова фундираних без шипова треба основицу темеља толико проширити, да резултанта свију спољашних сила остане у централном језгру. Да ли ће се при томе активни земљишни притисак усети у обзир, зависи од месних прилика али је боље, да се повољно дејство земљишног притиска не узима у обзир (в. сл. 122.)

На првом месту треба да дејствују обални стубови својом сопственом масом, чији се утицај повећава самим насипом изнад стуба. Напрезање самога материјала је незнатно и нема значаја при прорачуну. — За сандучасте као и дводелне обалне стубове (систем Möller) види напред.

Ако крајња резултанта сила не падне у границе централног језгра свију спојница, онда се мора на одговарпјући начин да постави арматура ради пријема истежућих сила. Ради спречавања клизања у попречним пресецима обалних стубова препоручује се, да се лежишне фуге поставе косо. Нагиб мора бити толики, да угао, кога заклапа резултујућа сила са нормалном на лежишној фуги, буде бар раван дозвољеном угу трења. Како се прорачунавају обални стубови види сл. 113, 122, 130 и 172.

И средњи стубови на првом месту имају да дејствују својом сопственом масом. Ако се узме у обзир могућност рушења (падања) једног лука, онда их треба рачунати са једностраним оптерећењем дакле једостраним хоризонталним потиском. Код дугачких вијадуката граде се стубови у групама Прорачун је исти као и код камених стубова. Арматура је тек онда потребна ако се појаве истежућа напрезања (срав. сл. 62).

IV. Статички прорачун сводова.

За практичку потребу довољно је применити законе еластичког лука и на узидане армиране бетонске сводове. Испитивања аустријског друштва инжењера и архитекта утврдила су, да се армирани сводови могу сматрати и рачунати као еластички лучни носачи. Претпоставка је наравно, да ослоначки попречни пресеци по положају и правцу морају остати непроменљиви. Али само у ређим случајевима и то са теоријског гледишта дешава се, да је ова претпоставка оправдана, јер се слом једнога свода никад не дешава усљед недовољне дебљине свода, већ понајвише усљед попуштања обалних стубова. Слегање земљишта у темељима довршава се после извесног низа година. Такође се мора узети у обзир и утицај промене темпаратуре. Напослетку мора се мислити и на то, *да напрезања и дужне промене у ствари нису пропоцијални,* као што се обично у рачун уводе. Сви ови узроци су нарочито приметни код сводова са малом стрелицом, дакле и код параболских лукова, који су најпробитачнији облик за армирани бетон.

Да се одреди повољна оса свода, морају се претходно одредити дебљине у темену и ослонцу, по приближним методама — емпирички — пошто се свака одредба промене облика може да одреди само за потпуно утврђене димензије једног мостовског свода. Ради тога се највише примењује *метода помоћу потпорне линије* по којој се јачина свода на основи одређених претпоставака одређује уцртавањем разних потпорних линија. Испитивање се врши на исти начин као и код засведених камених мостова. Ако је прелазни терет сразмерно мали, онда треба у тој цељи као најнеповољније оптерећење узети оно представљено у сл. 108. Темену ослоначку фугу сећи ће потпорна линија у тачкама a, b, c које, у обичним приликама уједно падају са срединама фуга, или за тачнија рачунања, ова се растојања (у мет.) од средње линије свода одређује из следећих једначина (1)

За теме:

1.) Сравни Taschenbuch der Hütte, II део. Сводови

$$e = \frac{5}{16} \cdot \frac{c^2}{f}$$ за тач. c по E. Winkler-у

За оптерећени ослонац

$$e_1 = \cos\varphi_0 \left[2e + \frac{1}{8} \cdot \frac{p.f}{z_1 + o,\ 14\ f} \right]$$

За неоптерећени ослонац

$$e_2 = \cos\varphi_0 \left[2e - \frac{1}{8} \cdot \frac{p.f}{z_1 + o,\ 14\ f} \right]$$

По H. MüllerBresslau

У овим формулама значи:

c = дебљину свода у темену у мет.

d = „ „ „ ослонцу „ „

f = висину стреле лучне осе „ „

φ_0 = нагибни угао тангенте на потпорној линији наспрам хоризонта.

p = висину највећег прелазног терета у м, редуковану на γ (тежину свода у кгр/м.^{3})

z_1 = висину тежине насипа и надзидка у м. редуковане на γ.

За $\cos\varphi_0$ може се написати:

$$\cos\varphi o = \frac{c}{d}$$

при чему ова вредност мора бити $\geq 0{,}5$. — Ако се за e_2 добије негативна вредност онда тачка b потпорне линије лежи изнад осовине свода. За одредбу потпорне линије за једнострано оптерећење свода конструише се најпре верижни полигон I' до IX' за тежине ламела (у тонама) од 1 до 8 са произвољно изабратим полом O'. Из тачака *a, b, c* повуку се управне до пресека са верижним полигоном у тачкама *a', b', c'*, у полигону сила повуче се O' L паралелно са *a' c'* и O' R паралелно са *b' c'* и напослетку O L паралелно са *a c* и O R паралелно са *b c*. У пресеку OL OR — добиће се тачка O као пол плана сила помоћу којега се одређује тражена потпорна линија I до IX. Она ће готово увек тежити да се у темену приближи сводној полеђини а на ослонцу или у његовој близини унутарњој своднини.

Тачнији резултати се добијају када се напрезања у сводовима прорачунају по *еластичкој теорији*. Код узиданих лучних носача сем вертикалних и хоризонталних отпора, појављају се још и моменти од узиђавања. Лук је статички троструко неодређен и за његов прорачун потребне су три једначине еластичности. За плитке параболске лукове ове једначине гласе.

$$\int_0^l M.\,dx = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\int_0^l M.\,x\ dx = o \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$-H\frac{J}{F} \cdot l + \int_0^l M.y.dx = o \quad \ldots \quad (3)$$

Ове три једначине еластичности у опште важе само за плитке параболске лукове са сталним (подједнаким) попречним пресеком, али ипак ове једначине дају довољно тачне резултате и за армиране сводове, чија се дебљина од темена ка ослонцима појачава. Кад један изоловани терет P дејствује у одстојању *u* од левог ослонца онда је

десни моменат $M_l = A.\,x - H\,y - M_a$

леви „ M_r $A.\,x - H\,y - M_a\,P\,(x - u.)$

према томе да ли пресек лежи лево или десно од терета P.

Сменом односа.

$$y = \frac{4.f}{l}\,x\,(l - x)$$

$$\int y.\,dx = \text{параболна површина} = {}^2/_3\,f.\,l$$

$$x.\,y.\,dx = \text{статички моменат парабол. површине}$$

$$\int = {}^1/_3\,f.\,l^2$$

добиће се напослетку: (1)

$$A = P\,\frac{(l - u)^2\,(l + 2\,u)}{l^3}$$

$$H = \frac{15}{4}\,P\,\frac{(l - u)^2\,u^2}{l.^3.\,f.\,(1 + i)}$$

$$M_a = P\,\frac{u\,(l - u)^2}{l^3}\left(l - \frac{5.\,u}{2\,(1 + i)^2}\right)$$

Вредност i односи се на скраћење средње линије услед притиска од H.

d_m = средња лучна дебљина у см.

$$J = \frac{100\,.\,d^3_m}{12} \quad \ldots\ldots \quad \text{у см}^4$$

$$F = 100\,.\,d_m \quad \ldots\ldots \quad \text{у см}^2$$

онда ће бити:

$$i = \frac{45}{4} \cdot \frac{J}{F\,.\,f^2} = \frac{15}{16} \cdot \frac{d^2_m}{f^2}\,.$$

За еластичку теорију примењену на практички задатак види пример 3. —

Аналитичко испитивање једнога свода, као троструко неодређени систем, препоручује се само за веће објекте, али никад за испитивање претходног пројекта, за који су довољне приближне методе, којима се долази брже до цељи и са мањим трудом добијају се потпуно задовољавајући резултати.

Ландсбергова метода[2]) основана је на резултатима еластичке теорије и може се применити како за плитке параболске лукове, тако и за плитке кружне лукове. Нека је дат изоловани терет P и кад се он покреће преко лука, онда ће се у сваком случају појавити обадва ослоначка притиска Ra и и Rb Пресечна тачка обеју сила са линијом правца

1] Сравни: Кеск: Vorträge über Elasticitäslehre.

2) Landsberg, Beitrag zur Theorie der Gevölbe. Zeitschrift des Ver. deutschér Jng. 1901. Bd. 45 страна — 1765.

силе P често пада у једној и истој линији званој *линији лежишног притиска*, која је зависна од облика лучне осовине и код плитких парабола представља праву линију. — Ако је f висина лучне стреле, онда се линија ослоначког притиска налази на одстојању од $^6/_5$ f изнад спојне линије ослоначких средина и са овом је паралелна (сравни Кеск: Vorträge über Elasticitätslehre). Ако су сада дате реакције Ra и Rb по њихову положају кроз две тачке, то се може њихов правац и величина на познати начин одредити. У тој цељи повуче се још једна права линија паралелно са спојном линијом A — B у одстојању $^2/_3$ f; конструишу се и управне на ослонцима A — Ao и B — Bo. Ако сада P дејствује у одстојању x десно од сводовог темена, онда ће Ra сећи управну A Ao у одстојању r испод Ao, а Rb ће сећи управну B Bo у одстојању r' испод Bo. Ако је l = теоријском распону — одстојању између ослоначких средина, онда је:

$$r = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l+x}\right)$$

$$r' = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l-2x)}\right)^{1)}$$

По овим обрасцима за извесан већи број положаја терета одређују се одговарајући лежишни притисци. Цео распон свода раздели се у округли број једнаких делова тако, да на темену тачку не дејствује ни један терет, одреде се вредности за v и v' и за све положаје терета нацртају се ослоначки притисци. Величина ових притисака одређује се графијским путем помоћу троуглова сила, који се надовезују на линију ослоначких притисака.

Како се конструјише потпорна линија за сопствени и прелазни терет види пример 4.

За плитке лукове сличне параболским могу се лако одредити за изоловане терете три непознате реакције и из њих извести утицајне линије. — Помоћу ових утицајних линија могу се конструисати кривине (Kurven) из којих се може да одреди положај ослоначких реакција за разне положаје терета. За одредбу ослоначке линије притиска треба конструисати потпорну линију за сопствени терет конструкције, која се због њене симетричности црта само за једну половину свода. За одредбу највећих момената и реакција треба одредити утицајне линије за разне попречне пресеке лука и то за најнеповољнији положај и врсту оптерећења. Пошто се носећи свод на целој својој ширини конструише као плоча, то изгледа, да се добија већа сигурност када се терети расподеле по целој ширини.

Напослетку од особите је важности код плитких сводова познавање промене обика од утицаја температуре. Сводови од армираног бетона имају незнатне димензије и због тога код њих треба водити рачуна, да се они могу потпуно загрејати. Пробитачно је кад се свод довољно наспе, што ће изједначавати температуру. За тачно испитивање мостова, морају се определити и споредна напрезања, која се појављују услед промене температуре,—као што је то урађено при прорачуну Идрија— моста (сл. 98.) Код овога моста хоризонтални потисак од промене температуре изнео је 7150 Кгр. који је у разним лежишним фугама произвео моменте, који су се морали узети у рачун. — Ако се хоће да уштеди заметно рачунање утицаја температуре, онда је довољно, да се гранична напрезања на подесан начин умање и нарочиту арматуру увек тамо полагати где сунчани зраци дејствују непосредно на бетон.

1.) Пример:

Статички прорачун друмског моста са насипом (сл. 121 до 112.)

Дате су следеће вредности:
Распон l = 19 мет.
Стрела f = 2,50 мет.
Дебљина у темену c = 0,30 мет.
Дебљина у ослонцу d = 0,60 мет.
Полупречник унутарње кривине

$$r^2 = \frac{l^2}{8f} + \frac{f}{2} = \frac{19^2}{8.2{,}50} + \frac{2{,}50}{2} = 19{,}30 \text{ м.}$$

Тежина бетона (одређена испитивањем) γ = 2200 кгр./м³. Тежина насипа g = 1600 кгр./м³

Прелазни терет: парни ваљак од 16,5 t стварне тежине.

Висина насипања 0,65 мет.

1.) Графијско испитивање свода. Прелазни је терет узет као равномерно подељен.

Под претпоставком, да се притисак терета услед насипа раздељује под 35° према управној (tg35° = 0,70) добијају се следећа напрезања:

а) терет највећег точка на 1. мет. ширине свода

$$P = \frac{9900}{1{,}24 + 2.0{,}70.0{,}25} = \sim 6000 \text{ кгр.}$$

б.) терет остала два задња точка на 1. мет. ширине свода

$$P_1 = \frac{2.3300}{2.0{,}46 + 1{,}08 + 2.0{,}70.0{,}35} = \sim 2800 \text{ кгр.} —$$

Одавде укупни терет на 1. мет. широке сводне траке износи: 6000 + 2800 = 8800 кгр., а на 1. м² доћи ће

$$p = \frac{8800}{22{,}4} = \sim 400 \text{ кгр.}$$

Пошто је овде 1 м³ материјала за насипања узет да тежи 1600 кгр., добиће се висине за наношење прелазног терета $\frac{400}{1600} = 0{,}25$ мет.

1) Графијску конструкцију ових вредности као четврту пропорционалу ка датим трима количинама види у Handbuch der Jngenieurwissenschaften. Der Brückenbau I. Band 1904.

Свод је подељен у 19 једнаких ламела по 1,0 м. ширине и дубине.

Кад се насип и прелазни терет редукују на бетонску масу $\left(\frac{1600}{2200} = 0{,}727\right)$, онда се добијају следеће ординате :

0.) 3,10 . 0,727 = 2,25 m.
1.) 2,96 . 0,727 = 2,15 „
2.) 2,53 . 0,727 = 1,84 „
3.) 2,16 . 0,727 = 1,57 „
4.) 1,84 . 0,727 = 1,34 „
5,) 1,57 . 0,727 = 1,14 „
6.) 1,33 . 0,727 = 0,96 „
7.) 1,16 . 0,727 = 0,84 „
8.) 1,03 . 0,727 = 0,75 „
9.) 0,93 . 0,727 = 0,68 „
10.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
11.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
12.) 0,93 . 0,727 = 0,68 „
13.) 1,03 . 0,727 = 0,75 „
14.) 0,80 0,727 = 0,58 „
15.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
16.) 1,10 . 0,727 = 0,80 „
17.) 1,33 . 0,727 = 0,97 „
18.) 1,60 . 0,727 = 1,16 „
19) 1,90 . 0,727 = 1,38 „
20,) 2,30 . 0,727 = 1,67 „
21.) 2,73 . 0,727 = 1,97 „
22.) 2,86 . 0,727 = 2,08 „

Ординате ослонца (без прелазног терета)

2,81 . 0,727 = 2,03 m,
2,86 . 0,772 = 2,08 „
5,50 . 0,727 = 4,00 „

По Ландовој методи прелазни је терет постављен и ван темена свода. Ради упрошћења рада у плану сила нису нанесене тежине појединих ламела већ само њихове средње висине у четири пута смањеној размери. Кад се хоће да одреди стварна тежина појединих ламела, онда треба средње висине умножити са тежином $\gamma = 2200$ кгр.

Према току потпорне линије изналазе се на презања у своду и то:

a.) За ослоначку фугу c-d

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{N}_2}{F} = \frac{70400}{60.100} = 11{,}73 \text{ кгрсм.}^2 = \text{притисак}$$

$$\sigma_d = 11{,}73 \left(1 + \frac{6.4}{60}\right) = 16{,}42 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 11{,}73 \left(1 - \frac{6.4}{60}\right) = 7{,}04 \text{ „ „}$$

b.) за преломну фугу e-f

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{N}_3}{F} = \frac{52580}{38.100} = 13{,}83 \text{ кгрсм}^2 = \text{притисак}$$

$$\sigma_d = 13{,}83 \left(1 + \frac{6.100}{38}\right) = 35{,}68 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 13{,}83 \left(1 - \frac{6.100}{38}\right) = -\ 8{,}02 \text{ „} = \text{притисак}$$

c) За темену фугу:

$$\sigma_0 = \sigma_d = \sigma_z = \frac{H}{F} = \frac{63726}{30.100} =$$

21,24 кгрсм.^{2} = притисак

Овај је свод такође испитиван и по теорији узиданог лука и добивено је највеће напрезање на притисак 41 кгрсм^2 при положају парног ваљка на $l/_4$ одстојања од ослонца. Највеће истезање од 16,35 кгрсм^2 појавило се горе на ослонцу. У темену је нађено горе највеће истезање од 6.20 кгрсм^2 а највеће истезање доле 20,71 кгрсм^2. при положају терета на $l/_4$ одстојања од ослонца.
Распоред и јачина арматуре мостовског свода види се из сл. 89 и 90. —

2.) Графијско испитивање обалног стуба. Један обални стуб трпи најнезгодније напрезање кад се свод пуно оптерети, а сам стуб остави без оптерећења.

Тежине:

$$G_1 = \frac{0{,}93 + 3{,}78}{2} \cdot 3{,}40 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 17653 \text{ кгр.}$$

$$G_2 = \frac{3{,}78 + 4{,}60}{2} \cdot 1{,}50 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 13827 \text{ кгр.}$$

$$G_3 = \frac{4{,}60 + 1{,}25}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 8895 \text{ кгр.}$$

Тежине насипа редукованог на бетон.

$$G_I = \frac{4{,}0 + 2{,}03}{2} \cdot 4{,}90 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 32550 \text{ кгр.}$$

$$G_{II} \quad \frac{2{,}03 + 1{,}66}{2} \cdot 1{,}35 \cdot 1{,}00 \cdot 2200 = 5495 \text{ кгр.}$$

Ивична напрезања у замишљеној темељној фуги.

$$\sigma_o = \frac{\mathfrak{N}_1}{F} = \frac{124000}{500 \cdot 100} \quad 2{,}48 \text{ кгрсм}^2 \text{ притиска}$$

$$\sigma_d = 2{,}48 \left(1 + \frac{6 \cdot 22}{500}\right) \quad 3{,}13 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 2{,}48 \left(1 - \frac{6 \cdot 22}{500}\right) = 1{,}83 \text{ „ „}$$

2.) Пример

Статички прорачун друмског моста са ћелијама.

(Графијско испитивање)

Из сл. 122 до 127 види се графијско испитивање једног армираног засведеног бетонског моста са ћелијама. Мост има 23 метра распона између ослоначких фуга и 3,50 мет. високу стрелу. Свод је параболског облика чије су ординате одређене по познатом оарасцу :

$$h = \frac{4 \cdot f}{l^2} \cdot x \cdot x^1$$

Стави ли се

$$\frac{4 \cdot f}{l^2} = \frac{4 \cdot 3{,}50}{23^2} = 0{,}0264$$

онда се за 1 метар одстојања ординате добијају ове величине:

0,0264 . 1 . 22 = 0,58 m
0,0264 . 2 . 21 = 1,10 „
0,0264 . 3 . 20 = 1,58 „ и т. д.

Коловозна плоча има се сматрати као континуивни носач на више подупирача, изнад потпорних зидова појавиће се дакле негативни моменти за које треба предвидети одговарајућу подлогу арматуре.

Потпорни су зидови 18 см. дебели и могу дакле са сигурношћу да приме на себе на 1 мет. дужине аксијалну притискујућу силу од

$$P = F \cdot \sigma = 100 \cdot 18 \cdot 20 = 36000 \text{ кгр.}$$

Притискујућа сила од сопственог прелазног терета је знатно мања тако, да арматура потпорних зидова треба управо да спречи само извијање у страну.

Свод је најпре испитан за симетрично оптерећење. Добивене су следеће вредности терећења (сопствени терет и 500 кгрм² корисног терета):

$P_1 = 6300$ кгр	$P_4 = 4900$ кгр
$P_2 = 5600$ „	$P_5 = 4550$ „
$P_3 = 5250$ „	$P_6 = 3850$ „

Ослоначки и хоризонтални притисци изнели су:

$K = 58800$ кгр.
$H = 50000$ „

Потпорна линија одступа врло мало од параболног облика лучне осовине. Највећи ексцентрицитет добивен је на 6 m. одстојања од ослонца. Саме пак максималне моменте који се т. ј. појављују прима на себе арматура.

Ексцентрицитети, који се појављују од једностраног оптерећења, одређени су на след. начин

Теме

$$e = \frac{5}{16} \cdot \frac{0.20^2}{3{,}50} = 0{,}003 \text{ m} = 0{,}3 \text{ см.}$$

ослонац оптерећен:

$$e_1 = \frac{20}{30}\left[2 \cdot e + \frac{1}{8} \cdot \frac{0{,}42 \cdot 3{,}50}{0{,}50 + 0{,}14 \cdot 3{,}50}\right] = 1{,}13 \text{ см}$$

Ослонац неоптерећен

$$e_2 = \frac{20}{30}\left|2 \cdot e - \frac{1}{8} \cdot \frac{0{,}42 \cdot 3{,}50}{0{,}50 + 0{,}14 \cdot 3{,}50}\right| = 1{,}07 \text{ см.}$$

Вредности појединих терета су:

Лево оптерећени, десно неоптерећени део

1 — 6 = P_1 до P_6	
7 = 2050 кгр.	10 = 3450 кгр.
8 = 2750 „	11 = 3800 „
9 = 3100 „	12 = 4500 „

На преломној фуги (оптерећена страна) изнађен је ексцентрицитет од ≈ 20 см. Сила која ту дејствује по цртежу износи = 48000 кгр. —

$$M = 48000 \cdot 20 = 960\,000 \text{ смкгр.}$$

$$f_e = \frac{960\,000}{1000 \cdot 22} = 43{,}6 \text{ см}^2$$

= 8 округлих гвожђа по 27 м.м. пречника

Обални стубови су такође графијски испитани. Силе, које су се при томе добиле следеће су:

Ослоначки притисак K = 58800 кгр.
I = 8700 „
II = 10500 „
III = 3500 „
Притисак земље одозго IV = 28500 „
V = 10000 „

Кад се не узме у обзир притисак земље са стране добија се:

резултујућа R - = 104000 кгр
нормална сила $\mathfrak{N}$ = 90500 „ и
ексцентрицитет e = ≈ 30 см

Највећи притисак на земљиште:

$$\kappa = \frac{90500}{300 \cdot 100}\left(1 + \frac{6 \cdot 30}{300}\right) = 4{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Пошто је фундирање извршено на пешчарској стени, то је одређено максимално напрезање темеља дозвољено. —

3.) Пример

Статички прорачун друмског моста са ћелијама.

(Аналитичко испитивање) сл. 128 до 135.

1.) Сопствени терет

Тежина бетона = 2200 кгрм³
Тежина насипа = 1600 „
Тежине појединих ламела следеће су:

$P_1 = (0{,}70 \cdot 2{,}2 + 0{,}9 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot = 2{,}08$ t
$P_2 = (0{,}72 \cdot 2{,}20 + 0{,}93 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 \cdot \cdot = 4{,}14$ „
$P_3 = (0{,}81 \cdot 2{,}2 + 0.98 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 \cdot \cdot = 4{,}54$ „
$P_4 = (1{,}02 \cdot 2{,}2 + 1{,}02 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 \cdot \cdot = 5{,}22$ „
$P_5 = (1{,}32 \cdot 2{,}2 + 1{,}05 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 \cdot \cdot = 6{,}20$ „

$$P_6 = (0{,}5 \cdot 1{,}35 \frac{1{,}52 + 1{,}76}{2} \cdot 2{,}2 + + \frac{1{,}05 + 1{,}10}{2} \cdot \left(1{,}35 + \frac{1{,}35}{2}\right) \cdot 1{,}6 + \frac{1{,}02 + 0{,}42}{2} 1{,}35 \cdot 2{,}2 \cdot \cdot \cdot \cdot = 8{,}08 \text{ t.}$$

$$P_7 = \frac{0{,}73 + 0{,}86}{2} \cdot 2{,}70 \cdot 2{,}2 \cdot \cdot \cdot \cdot = 4{,}70 \text{ „}$$

$$P_8 = \frac{0{,}55 + 0{,}90}{2} \cdot 0{,}70 \cdot 2{,}2 + \frac{1{,}10 + 1{,}18}{2} \cdot 2{,}7 \cdot 1{,}6 +$$

$$\cdot + \frac{1,40+1,32}{2} \cdot 2.7 \cdot 2,2 -$$

$$- \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 2 \cdot 2,2 \quad \ldots\ldots = 10.63 \text{ t.}$$

$$P_9 = \frac{0,86+1,42}{2} \cdot 2,7 \cdot 2,2 \quad \ldots\ldots = 6,75 \text{ „}$$

$$P_{10} = \frac{1,9+2,25}{2} \; 0,70 \cdot 2,2 + \frac{1,18+1,25}{2} \cdot 2,7 \cdot 1,6 +$$

$$+ \frac{1,32+1,28}{2} \cdot 2,70 \cdot 2,2 -$$

$$- \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 2 \cdot 2,2 \quad \ldots\ldots = 12,69 \text{ t.}$$

$$P_{11} = \frac{1,42+1,80}{2} \cdot 0,8 \cdot 2,2 \quad \ldots\ldots = 2,83 \text{ t.}$$

Ослоначки прититисци од сопственог терета износе . . . . . A = B = 67,86 t.

a.) Одредба H — линије.

$$i = i_m = \frac{15}{16} \cdot \frac{\left(\frac{0,60+0,90}{2}\right)^2}{5,15^2} = 0,02$$

$$H = \frac{15}{4} \cdot 1 \frac{(l-u)^2 \cdot u^2}{26^3 \cdot 5,15\,(1+0,02)} = \frac{3}{74000}(l-u)^2 \cdot u^2,$$

11.) u = 0, H = o

10.) u = 0,80 $H = \frac{3}{74000}(26-0,80)^2 \cdot 0,80^2 = 0,017$

9.) u = 2,15 $H = \frac{3}{74000}(26-2,15)^2\, 2,15^2 = 0,106$

8.) u = 3,50 $H = \frac{3}{74000}(26-3,50)^2\, 3,50^2 = 0,250$

и т. д. ср. сл. 129.

Хоризонтални потисак од сопственог терета изналази се из

10.) 0,017 . 12,69 = 0.215 t.
9.) 0,106 . 6,75 = 0,715 „
8.) 0,250 . 10,63 = 2,660 „
7.) 0,427 . 4,70 = 2,020 „
6.) 0,610 . 8,08 = 4,930 „
5.) 0,785 . 6,20 = 4,860 „
4.) 0,938 . 5,22 = 4,900 „
3.) 1,06 . 4,54 = 4,800 „
2.) 1,13 . 4,14 = 4,670 „
1.) 1,16 . 2,08 = 2,420 „

укупно 32,190 тоне

H = 2 . 32,190 = **64,40** тона

b.) *Одредба A — линије*

Ординате A — линије добијају се из обрасца.

$$A = 1 \cdot \frac{(l-u)^2(l+2u)}{26^3} = \frac{(l-u)^2\,(l+2u)}{17550}$$

11.) u = o A = 1 .

10.) u = 0,80 $A = \frac{1}{17550}(26-0,80).^2\,(26+$ + 2.0,80) = 0,995

9.) u = 2,15 A $\frac{1}{17550}(26-2,15).^2\,(26+2.2,15) =$ = 0,982 и т. д. сравни слику 129.

c.) *Одредба Ma — линије*

Ординате Ma — линије добијају се из обрасца:

$$Ma = -1 \cdot \frac{u\,(l-u)^2}{26^3}\left(26 - \frac{5 \cdot u}{2\,(1+0,02)}\right)$$

$$- \frac{u\,(l-u)^2}{17550}\left(26 - \frac{u}{0,41}\right)$$

11.) u = o Ma = o

10) u = 0,80 $Ma = -\frac{0,8(26-0,80)^2}{17550}\left(26 - \frac{0,80}{0,41}\right) =$ = — 0,695

9.) u = 2,15 $Ma = -\frac{2,15\,(26-2,15)^2}{17550}\left(26 - \frac{2,15}{0,41}\right) =$ = — 1,44

8.) u = 3,50 $Ma = -\frac{3,50\,(26-3,50)^2}{17550}\left(26 - \frac{3.50}{0,41}\right) =$ = — 1,76 и т. д. сравни сл. 129.—

Ослоначки моменат за сопствени терет по томе се израчунава из

10.) — 0,695 . 12,69 = — 8,82 mt.
9.) — 1,44 . 6,75 = — 9,72 „
8.) — 1,76 . 10,63 = — 18,70 „
7.) — 1,76 . 4,70 = — 8,28 „
6.) — 1,50 . 8,08 = — 12,10 „
5.) — 1,14 . 6,20 = — 7,08 „
4.) — 0,62 . 5,22 = — 3,24 „
3.) — 0.116 . 4,54 = — 0,53 „

укупно — 68,47 mt.

2.) + 0,3 5 . 4,14 = + 1,31 mt
1.) + 0,73 . 4,16 = + 3,03 „
2.) + 1,02 . 4,14 = + 4,23 „
3.) + 1,19 . 4,54 = + 5,40 „
4.) + 1,24 . 5,22 = + 6,49 „
5.) + 1,15 . 6,20 = + 7,12 „
6.) + 0,97 . 8,08 = + 7,85 „
7.) + 0,725 . 4,70 = + 3,40 „
8.) + 0,455 . 10,63 = + 4,83 „
9.) + 0,205 . 6,75 = + 1,39 „
10.) + 0,031 . 12,69 = + 0,30 „

укупно + 45,44 mt.

Ma = — 68,47 + 45,44 = — **23,0**3 mt

За све остале пресеке ординате су израчунате по обрасцу.

$$Ml = A \cdot x - H \cdot y - Ma$$

$$Mr = A \cdot x - H \cdot y - P\,(x - u)$$

Као пример нека послужи прорачун извршен за темену фугу.—

d.) *Одредба Мо линије*

Ординате Мо — линије добијају се из обрасца

$$Mr = A \cdot 13{,}0 - H \cdot 5{,}15 - Ma - (13 - u)$$

11.) Мо = о

10.) Мо = 0,995.13—0,017 — 5,15— 0,695 (13 — 0,80) = = — 0,033

9.) Мо = 0,982.13—0,106 . 5,15—1,44 — (13 — 2,15) = = — 0,087

8.) Мо = 0,95 . 13 0,25 . 5,15—1,76 — (13 — 3,50) = = — 0,20

7.) Мо = 0.91 . 13—0,427 . 5,15—1,76 — (13 — 4,85) = = — 0,31

6.) Мо = 0,86 . 13—0,61 . 5,15—1,50 — (13 — 6,20) = = — 0,20

5.) Мо = 0,80 . 13—0,785 . 5,15—1,14 — (13 — 7,55) = = — 0,22

4.) Мо = 0,73 . 13—0,738 . 5,15—0,62 — (13 — 8,90) = = — 0,06

3.) Мо = 0,66 . 13—1,06 . 5,15 — 0,116—(13—10,60) = = + 0,234

2.) Мо = 0 58 . 13—1,13 . 5,15— 0,315—(13—11,60) = = + 0,615

1.) Мо = 0,50 . 13—1,16 . 5,15 —0,73—(13 — 13) = = + 1,26

Ако се ове ординате помноже са одговарајућим тежинама ламела, онда се добија моменат савијања у темену од сопственог терета, као што следује:

10.)	— 0,033	. 12,69	= — 0,42	mt.
9.)	— 0,087	. 6,75	= — 0,59	„
8.)	— 0,20	. 10,63	= — 2,12	„
7.)	— 0,31	. 4,70	= — 1,46	„
6.)	— 0,29	. 8,08	= — 2,34	„
5.)	— 0,22	. 6,20	= — 1,36	„
4.)	— 0.06	. 5,22	= — 0,31	„
			укупно — 8,60	mt.
3.)	+ 0.234	. 4,54	= + 1,06	mt.
2.)	+ 0,615	. 4,14	= + 2,54	„
1.)	+ 1,26	. 2,08	= + 2,63	„
			укупно + 6,23	mt.

$$M = 2\,(6{,}23 - 8{,}60) = -\,4{,}74 \text{ mt.}$$

2.) Прелазни терет. Прорачун напрезања у бетону и гвожђу. За оптерећење узета је једна локомобила од 7. t. тежине, као и људска навала од p = 500 кгрм² на оним местима свода, који нису оптерећени локомобилом.

$$P = \frac{3{,}5}{1{,}4} = 2{,}5 \text{ t.}$$

а) Испитивање ослоначке фуге.

1.) Моменат савијања од сопствене тежине - - - - - - - - - - - - = — 23,03mt.

2.) Моменат од локомобиле (један терет у 6. други између 8 и 9.)

— 2,5 . 1,50 - - - - - - - - - = — 3,75 „

$$-2{,}5 \cdot \frac{2{,}4}{2{,}7} \text{ - - - - - - - - - = — 3,92 „}$$

$$-2{,}5 \cdot \frac{0{,}3}{2{,}7} \cdot 0{,}695 \text{ - - - - = — 0,19 „}$$

3.) Моменат од људске навале

— (0,695 + 1,44 + 1,14 + 0.62 + 0,116) . 0,5 - - - - - - - - - - - - = — 2,00

укупно = — 32,89 ~ 32,9 mt.

Ширина ослоначке фуге d = 90 см²

Арматура је двојна

fe (горе) = 12 окр. гвожђа 20 mm = 37,68 см²

fe' (доле) = 5 „ „ 12 „ = 5,65 „

укупно = 43,33 см²

$$x^2 + \frac{2\,n \cdot x}{b}\,(fe + f'e) - \frac{2 \cdot n}{b}\,(fe \cdot h' + fe' \cdot a')\ ^{1})$$

$$x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}$$

$$p = \frac{2 \cdot 15}{100} \cdot 43{,}33 = 13.\ ^{1})$$

$$p = \frac{2\,n}{b}\,(fe + fe')$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma \cdot M \cdot x}{x^2.b(3\,h' - x) + 6 \cdot n \cdot f'_e(x - a')(h' - a')}$$

$$q = \frac{2 \cdot n}{b}\,(f_e \cdot h' + f'_e\,a') = \frac{2.\,15}{100}\,(37{,}68 \cdot 87 + 5{,}65 \cdot 3) = 990.$$

$$x = -\frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{13^2}{4} + 690} = 25{,}6 \text{ см.}$$

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot 3290000 \cdot 25{,}6}{22{,}6^2 \cdot 100(3.87 - 25.5) + 6.15 \cdot 5{,}65(25{,}6 - 3).(87 - 3)} = 31 \text{ кгрсм}^2$$

$$\sigma_e \text{ (истезање)} = \frac{31 \cdot 15\,(87 - 25{,}6)}{25{,}6} =$$

= 1120 кгрсм² . . . . . ²)

$$\sigma'_e \text{ (притисак} = \frac{31 \cdot 15\,(25{,}6 - 3)}{25{,}6} =$$

= 411 кгрсм² . . . . . ²)

1.) Види обр. 17. Основи за статичко рачунање конструкција од бетона и од ојачаног бетона. Срп. тех. лист 1907. Стручни додатак стр. 61.

За σ_b. види образац 18. на истој страни, где d и d' значе h' и a'

2) Образац 19 и 20 у поменутим основима и т. д.

Хоризонтални потисак износи:

1.) од сопствене тежине - - - - - = 64,40 t
2.) од локомобиле 2,5 . 0,61 - - - - = 1,53 „

$$2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7}\ .\ 0{,}25 \text{ - - - } = 0{,}56 \text{ „}$$

$$2{,}5\ \frac{0{,}3}{2{,}7}\ .\ 0{,}017 \text{ - - } = \sim 0 \text{ „}$$

3.) од људске навале
(0,017 + 0,106 + 0,785 + 0,938 + 1,06) . 0,5 = 1.45 „
Укупно = 67.94 t

Ослоначки притисци износе:

1.) од сопственог терета - - - - - = 67,86 t
2.) од локомобиле 2,5 . 0.86 - - - - = 2,15 „

$$2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7}\ .\ 0{,}95 \text{ - - } = 2{,}12 \text{ „}$$

$$2{,}5\ \frac{0{,}3}{2{,}7}\ .\ 0{,}995 \text{ - - } = 0{,}28 \text{ „}$$

3.) од људске навале
(0,995 + 0,982 + 0,80 + 0,73 + 0,66) . 0,5 - = 2,08 „
Укупно - = 74,49 t.

По томе нормална сила износи:

$$\mathfrak{N} = \sqrt{67{,}94^2 + 74{,}49^2} = 103 \text{ t.}$$

$$\sigma_b = \frac{103000}{90 \,.\, 100 + 15 \,.\, 43{,}33} = 10.7 \text{ кгрсм}^2$$

ка томе од савијања - - - - = 31
Укупно σ_b = **41,7** кгрсм²
σ_e (истезање) = 1120 кгрсм²
σ_e (притисак) = 15 . 10,7 = 160 „
остаје σ_e = **960** кгрсм²

b.) Испитивање фуге у пресеку 8.

Моменат савијања од сопственог терета добија се множењем ордината утицајних линија са тежинама ламела:

10.) + 0,038 . 12,69 = + 0,483 mt.
9.) + 0,345 . 6,75 = + 2,330 „
8.) + 0,865 . 10,63 = + 9,200 „
7.) + 0,33 . 4,70 = + 1,080 „
Свега 13,093 mt.
6.) — 0,185 . 8,08 = 1,495 mt
5.) — 0,52 . 6,20 = 3,220 „
4.) — 0,67 . 5,22 = 3,500 „
3.) — 0,746 . 4,54 = 3,380 „
2.) — 0,795 . 4,14 = 3,290 „
1.) — 0,74 . 4,16 = 3,080 „
2.) — 0,65 . 4,14 = 2,690 „
3.) — 0.54 . 4.54 = 2,460 „
4.) — 0,42 . 5,22 = 2,190 „
5.) — 0,312 . 6,20 = 1,930 „
6.) — 0,221 . 8,08 = 1,780 „
7.) — 0,147 . 4,70 = 0,692 „
8.) — 0.065 . 10,63 = 0,692 „
9.) — 0,022 . 6,76 = 0,149 „
10.) — 0,0065 . 12,69 = 0,083 „
Свега — 30,631 mt.

M_8 = 13,093 — 30,631 = ... — 17,54 mt.
Од локомобиле (1 терет у темену, 1 терет између 3 и 4) — 2,5 . 074 . 2 = — 3,70 „
Од људске навале (оптерећење од 6 преко темена до ослонца) =
— (0,185 + 0,52 + 0,67 + 0,65 + + 0,54 + 0,42 + 0,312 + 0,221 + + 0,147 + 0,065 + 0,022 + + 0,0065) . 0,5 . . . . . = — 1,88 „
Свега = — 23,12 mt.

Ширина фуге d = 77 см.

Арматура је иста као и у ослонцу, као и напред одреди се:

x = 23,2 см.
σ_e = 29,2 кгрсм²
σ_e (затезање) = 930 кгрсм²

Хоризонтални потисак износи:

1.) Од сопствене тежине - - - - - - - 64,40 t.
2.) Од локомобиле 2,5 . 1,16 - - - - - 2,90 „
2.5 . 1,04 - - - - - : 2,60 „
3.) Од људске навале (0,61 + 0,785 + + 0,938 + 1,13 + 1,16 + 1,13 + 1,06 + + 0,938 + 0,785 + 0,61 + 0,427 + + 0,25 + 0.106 + 0,017) . 0,5 - - = 3.83 „
Свега - = 73,73 mt

Ослоначки притисак износи:

1.) Од сопствене тежине (ламеле 1 до 8)
67,86 — (2,83 + 12,69 + 6,75) - - = 45,59 t
2.) Од локомобиле 2,5 (0,5 + 0,68) - - = 2.95 „
3.) Од људске навале (0,86 + 0,80 + + 0,73 + 0,42 + 0,345 + 0,272 + + 0,205 + 0,144 + 0,091 + 0,05 + + 0,0195 + 0,028) . 0,5 - - - - = 1,97 „
Свега - = 50,50 t.

Према томе нормална сила износи:

$$\mathfrak{N} = \sqrt{73{,}73^2 + 50{,}50^2} = 89{,}90 \text{ t}$$

$$\sigma_b = \frac{8990000}{77 \,.\, 100 + 15 \,.\, 43{,}33} = 10{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Уз то од савијања - - - 29,2 кгрсм²
Свега **40** кгрсм²
σ_e (истезање) - - - - - - = 930 кгрсм²
σ_e (притисак) 15 . 10,8 - - = 162 „
Остаје σ_e = **768** кгрсм²

c.) Испитивање фуге у пресеку 4.

Моменат сопствене тежине

10) — 0,026 . 12,69 = — 0,33 mt.
1) — 0,30 . 4,16 = — 1,250 „
2) — 0,60 . 4,14 = — 2,480 „

3) — 0,76 . 4,54 = — 3,450 „
4) — 0,77 . 5,22 = — 4,020 „
5) — 0,75 . 6,20 = — 4,660 „
6) — 0,63 . 8,08 = — 5,090 „
7) — 0,485 . 4,70 = — 2,280 „
8) — 0,285 . 10,63 = — 3,030 „
9) — 0,124 . 6,75 = — 0,838 „
10) — 0,025 . 12,69 — 0,318 „

Укупно — 27,746 mt.

9.) 0,038 . 6,75 = 0,257 mt.
8.) 0,095 . 10,63 = 1,010 „
7.) 0,26 . 4,70 = 1,220 „
6) 0,56 . 8,08 = 4,525 „
5.) 0.91 . 6,20 = 5,640 „
4.) 1,43 . 5,22 = 7,480 „
3.) 0,734 . 4,54 = 3,300 „
2.) 0,125 . 4,14 = 0,518 „

Укупно + 23,95 mt.

M_4 = 23,95 — 27,746 - - - - - - - = — 3,80 mt.

Моменат од локомобиле (1 терет у 3, а 1 терет између 5 и 6)
— 2,5 (0,76 + 0,72) - - - - - - - - = — 3,70 „

Моменат од људске навале (оптерећење од темена до ослонца) — (0,20 + + 0,60 + 0,63 + 0,485 + 0,285 + + 0,124 + 0,025) . 0,5 - - - = — 1,22 „

Укупно — 8,72 mt.

Ширина фуге d = 65 см.
Арматура је такође двојна

fe (горе) = 5 окр. гвожђа 20 mm. = 15,71 см² (1)
f'e (доле) = 5 „ „ 12 „ = 5,65 „

Укупно = 21,36 см²

На познати начин одреди се:
x = 14,3 см.
σ_b = 19,5 кгрсм²
σ_e (истезање) = 975 кгрсм²

По томе хоризонтални потисак износи:
1.) Од сопствене тежине - - - - - = 64,40 t.
2.) Од локомобиле 2,5 (1,06 + 0,74) - = 4,50 „
3.) Од људске навале - - - - - - = 1,85 „

Укупно = 70,75 t.

Ослоначки притисак износи:
1.) Од сопствене тежине (ламеле 1—4) = 15,98 t.
2.) Од локомобиле 2,5 (0,545 + 0,195) = 1,35 „
3.) Од људске навале - - - - - - = 0,30 „

Укупно = 17,63 t.

Нормална сила $\mathfrak{N} = \sqrt{70{,}75^2 + 17{,}63^2} = 73$ t.

$$\sigma_b = \frac{73000}{65 \cdot 100 + 15 \cdot 21{,}36} = 10{,}7 \text{ кгрсм}^2$$

Од савијања = 19,5 „

σ_b = **30,20** кгрсм²

(1) Види таблицу на стр. 39. Срп. Техн. Лист — стручни додатак Април—Јуни 1908.

σ_e (истезање = 975 кгрсм²
σ_e (притисак) = 15 . 10,7 = 160 „

Остаје σ_e = 815 „

d.) Испитивање темене фуге.

Највећи негативни моменат износи:
1.) Од сопственог терета - - - = = 4,74 mt
2) Од локомобиле (1 терет у 6, 1 терет између 8 и 10) — 2,5 . 0,29 = — 0,725 „

$$-2{,}5\,\frac{2{,}4}{2{,}7}$$ - - = — 0,445 „

$$-2{,}5\,\frac{2{,}4}{2{,}7} \cdot 0{,}33$$ - = ≈ 0 „

3.) Од људске навале (оптерећење од ослонца до пресека 4 са обе стране темена) (0,033 + 0,067 + 0.22 + + 0,02) . 0,5 - - - - - - - - - = — 0,20 „
0,06 + 0,22 + 0,22 + 0,31 + 0,20 + + 0,037 + 0,033) . 0,5 - - - - = — 0,60 „

Укупно = — 6,71 mt.

Дебљина темене фуге d = 60 см.
Арматура као и напред

fe (горе) = 5 окр. гвожђа 20 mm. - = 15,71 см²
f'e (доле) = 5 „ „ 12 „ - = 5,65 „

Свега - = 21,36 см²

x = 13,65 см
σ_b = 17,10 кгрсм²
σ_e = 815 кгрсм² (истезање

Хоризонтални потисак износи
1.) Од сопственог терета - - - - = 64,40 mt.
2.) Од локомобиле 2,5 . 0,61 - - - = 1,53 „

$$2{,}5\,\frac{2{,}4}{2{,}7} \cdot 0{,}22$$ - - = 0,02 „

$$2{,}5\,\frac{0{,}3}{2.7} \cdot 0{,}017$$ - - = ≈ 0 „

3.) Од људске навале - - - - - = 0,91 „
= 1,37 „

Укупно = 68,28 mt.

$$\sigma_b = \frac{68230}{60 \cdot 100 + 15 \cdot 21{,}36} = 10{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Од савијања = 17,1 „

Свега σ_b = 27,90 кгрсм²

σ_e (истезање) - - - - - - = 815 кгрсм²
σ_e (притисак) 15.10,8 - - - = 162 „

Остаје σ_e = **653** кгрсм²

Највећи позитивни моменат износи:
1.) Од сопственог терета - - - - = — 4,74 mt.
1.) Од локомобиле (1 терет у темену 1 терет између 3 и 4) =
2,5 (0,615 + 0,16) - - - - - = + 3,55 „
3. Од људске навале 0,5 (0,615 + 0,233) = + 0,42 „

Укупно + 3,97 — 4,74 = — 0,77 mt.

Дакле не појављује се позитивни моменат савијања.

3.) Испитивање обалног стуба

Силе које се овде појављује следеће су

Тежине ламела од свода на ћелији:

1.) = 1,22 . 0,20 . 1,6 + 0,30 . 0,2 . 2,2 = 0,522 t.
2.) = 1,23 . 0,2 . 1,6 + 0,34 . 0,2 . 2,2 = 0,543 „
3.) = 1,24 . 0,20 . 1,6 + 0,43 . 0,2 . 2,2 = 0,587 „
4.) = 1,25 . 0,20 . 1,6 + 0,57 . 0,2 . 2,2 = 0,650 „
5.) = 1,26 . 0,20 . 1,6 + 0,92 . 0,2 . 2,2 = 0,763 „

Ослоначки притисак свода на ћелији израчунен је и износи K' = 4,32 t.

Нормална сила у ослоначкој фуги свода износи 103 t. Највећи моменат савијања у ослонцу износи — 32,9 mt. Ексцентрицитет, доле мерен, добивен је

$$\frac{32,90}{103} = 0,23 \text{ m}$$

Према цртежу земљишни притисак износи:

$$E = \frac{0,85 + 3,08}{2} \cdot 4,9 \cdot 1,6 = 15,4 \text{ t.}$$

Остале су тежине:

$$G_I = \frac{1,88 \cdot 1,1}{2} \cdot 1,6 = 1,65 \text{ t.}$$

$$G_{II} = \frac{6,04 \cdot 2,05}{2} \cdot 2,2 = 14,29 \text{ t.}$$

$$G_{III} = \frac{3,25 \cdot 1,42}{2} \cdot 2,2 = 5,50$$

$$G_{IV} = \frac{4,1 + 2,9}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,3 = 2,31$$

$$G_V = \frac{5,95 \cdot 4,32}{2} \cdot 2,2 = 28\ 27$$

$$G_{VI} = \frac{5,5 \cdot 1,0}{2} \cdot 2,2 = 12,10$$

$$G_{VII} = \frac{3,16 \cdot 1,15}{2} \cdot 2,2 = 4,00$$

Графијски одређена резултанта свију ових сила даје за фугу e—f нормалну силу $\mathfrak{N}_3$ = 161,3 тоне.

Ексцентрицитет је нађен да је = 40 см. Према томе напрезања земљишта у темену за 5,50 м. широку фугу e—f износе:

$$\sigma max = \frac{161300}{55000}\left(1 + \frac{6 \cdot 40}{550}\right) = 4,32 \text{ кгрсм}^2$$

$$\sigma min = \frac{161300}{55000}\left(1 - \frac{6 \cdot 40}{550}\right) = 1,65 \text{ кгрсм}^2$$

Овде је изложен табеларни преглед резултата испитаног свода.

ФУГА		ослон.	пресек 8	пресек 4	темена
Моменат савијања у mt.	E	— 23,03	— 17,54	— 3,80	— 4,74
	L	— 7,86	— 3,70	— 3,70	— 1,17
	M	— 2,00	— 1,88	— 1,22	— 0,80
		— 32,89	— 23,12	— 8,72	— 6,71
Хоризонтални потисак у t	E	64,40	64,40	64,40	64,40
	Л	2,09	5,50	4,50	1,55
	M	1,45	3,83	1,85	2,28
		67,94	73,73	70,75	68,23
Ослоначки притисак у t.	E	67,86	45,59	15,98	
	L	4,55	2,95	1,35	
	M	2,08	1,96	0,30	
		74,49	50,50	17,63	
нормална сила у t.		103	89,90	73,00	68,23
арматура у см²	горе f'e	12. о. гвожђа 20 mm.		5. о. гвожђа 20 mm.	
	доле f'e	5. „ „ 12 „		5. „ „ 12 „	
дебљина фуге у см.		90	77	65	60
Мах напрезање у кгрсм²	бетон σ_b	— 41,7	40	30,20	27,9
	гвожђе σ_e	960	768	815,00	653

Овде значе E дејство од сопственог терета L = дејство локомобиле, M = дејство људске навале

Напослетку вредно је напоменути, да одређена напрезања неће никад наступити, пошто се терет локомобиле како у попречном тако и подужном правцу распростире под извесним углом, услед чега се ова тежина распростире на већу површину мостовског свода.

За овај је мост употребљен бетон јачине од 260 кгр/см²

V. Ребрасти сводови и поједини луци.

1.) Мостови са коловозом горе. Систем Енебик. Докле Monier — код својих конструкција употребљава јаче жице (тања округла гвожђа) од којих са попречним тањим жицама гради мрежу, дотле Енебик употребљава округле гвоздене шипке, које помоћу узенгија од пљоснатог гвожђа доводи у приснију везу са бетоном. —

За мање распоне довољна су ребра савијена у виду лука са равном полеђином. Ако је ширина коловоза сразмерно мала, онда се у том случају

граде само два ребра. Коловоз може онда горе лежати. Он се може поставити и између ребара (сл. 145) Ако имамо два или три ребра, онда се постизава већа ширина коловоза са додатком попречних носача.

Ако је и сама плоча изнад ребара израђена у лучном облику, онда се мора изнад ње извршити насипање да се добије подлога за коловоз. Спољашња (крајња) ребра се продужују навише да образују чеоне дуварове, који служе и за утврђење ограде (сл. 155). Ребра се упуштају и у ослонце, где се по правилу умеће армирана плоча извесне дебљине ради равномерне поделе терета.

За веће са распоне препоручују облици у сл. 21 — 24 (Мостови оваквих типова израђени су преко Bromida код Millesimo, Genua и преко Vienne код Chatellerault. — оба са 50 м распона и $^1/_{10}$ стреле). Корисније је да се свод раздели у два или више засебна лука (појаса). Основни облици оваквих типова виде се из сл. 19 — 20 и 25 — 38. — Коловозна се плоча наслања у темену моста на свод. У осталом терет са коловоза преноси се на лук армираним стубићима. Како ове тако и посебне лукове морамо снабдети са довољно јаком арматуром Њу не треба поставити само на обиму него и у дијагоналном правцу. Боље је да се бетон умота шпирално са жицом у ком ћемо случају смети своду дати још већа напрезања (70 — 80 кгрсм) Енебикова метода није до сада јако распрострањена за мостовске конструкције, јер изгледа, да је овај систем врло мало подесан за лучне носаче. Да би задржали принципијелни облик носача, **T**, они се морају градити са ребрима. Узенгије се постављају делом управно а делом радијално. Према потреби ребраста конструкција или се продужи у ослоначке стубове или се узида у сам стуб.

У сл. 136 – 139 представљена је конструкција са три отвора од по 13 мет. распона. Сваки отвор има по два ребраста лука са $^1/_{10}$ висине стреле. Коловозна је плоча дебела 18 см. а широка 3,80 м. Темељи обалних и средњих стубова израђени су од обичног зида, зидови стубова од армираног бетона отпочињу тек у висини најмањег водостања.

Сл. 140 – 142 представљају један пешачки мост од 20 м. распона и 1,40 мет стреле. Има два ребраста свода у одстојању 1,80 мет. са 3,40 мет. широким мостовским патосом. Висина ребара у темену износи 0,65 мет. а на ослонцу 1.60 мет. Плоча је на крајевима тања а у средини је 10 см. дебела. Патос је премазан са 3 см. дебелим слојем асфалта Плоча је армирана:

горе са 6. окр. гвожђа 5 mm пречника и 2,40 м. дужине

доле са 12. окр. гвожђа 6 mm пречника и 3,50 м. дужине.

Арматура ребара види се из сл. 142 као и арматура попречних носача који спречавају извијање ребара. Свуда су уметнуте и узенгије од 7 mm пречника.

Обални стубови израђени од набивеног бетона и на пилотнама фундирани и са паралелним крилима снабдевени. Ради бољег преношења смичућих сила ребара су на ослонцима проширена и са 20 см. дебелом армираном плочом спојена.

Размера бетона је ова:

1 : 2 : 2 за ребра

1 : 2 : 4 за патос

1 : 2 : 6 за обалне стубове.

На ивицама патоса, који је с поља у одстојању 1,98 м. подупрт са консолама, постављена је ограда од вештачког камена.

У сл. 143 и 144 на доњој површини ребара постављена је једна плоча, која унутарњој сводини даје облик обичног пуног свода. Ребра се помоћу једне раздеоне плоче ослањају на зидане или бетонске обалне стубове Као и код свију ребрастих конструкција тако и код ових употребљују се узенгије. Оне се полажу радијално на сводну кривину и задатак им је, да на себе приме смичуће силе. Распоред узенгија врши се исто онако као и код ребрастих плоча.

Сл. 145 представља једну американску мостовску конструкцију од 32 м. распона са коловозом доле. Лучни носачи служе уједно и као ограда. Овакови су мостовски типови за препоруку онда, када је потребно да се добије што већи чист профил испод моста. Ослоначки стуб је одређен у виду сандука тако, да земља у што већој мери статички дејствује.—

Напослетку ћемо овде напоменути, да су ребрасте конструкције подесне и за високе преносе жељезница, као што то сл. 146—148 показује. Зарад веће стабилности препоручује се, да се потпоре косо изврше.

За један армирани мост (сл. 149 — 150) употребљена су искључиво Kahn-ова фасонска гвожђа[1]) Мост има 36,0 м. распона, два ребраста лука са по 5,50 м. високом стрелом и 4,20 мет. широким патосом. Ребрасти луци су избушени на подужим странама и на извесним одстојањима су укрућени попречним дуваровима; унутарње ивице доње сводине нарочито су укрућене. Ослонци су шупљи и дебљина дувара је 30 см. Они су осмоугаони и 7,20 м. широки и 6 мет. дугачки у правцу мостовске осовине.

Размера мешавине је.

За патос 1 : 2 : 4 (ситан туцаник)

За ребра 1 : 2 : 3

За стубове 1 : $3^1/_2$: 7

---

1) Kahn-ова фасонска гвожђа су оваквог пресека ⊸◆⊸ Плоснати делови са стране попречног пресека служе као узенгије.

Време грађења је трајало 4. месеца, коштао је 30000 марака а употребљено је 8370 кгр. гвожђа и 440 m^3 бетона.[2])

Овај овде описани мост чини у исто доба и прелаз ка таквим мостовским облицима код којих се пуни носећи свод расчљањује у поједине луке (појасеве). На место избушених подужних дуварова, који почивају на луку, узимају се поједини стубићи (подупирачи) за пренос терета са мостовског патоса на носеће појасеве (лукове) (Сравни основне облике у сл. 25 до 28.)

Извршени лучни мост на главој пруги Donau-wörth Treuchlingen (сл. 151 — 154) постављен је преко жељезничког усека под углом 69°. Два лучна ребра по 24 мет. чистог отвора и 6,20 м. висине стреле, имају у темену пресек 55 × 35 см, а на ослонцима 70 × 50 см. Арматура преломне фуге види се из сл. 153.—На одстојању 40—50 см. као и дуж обима а и дијагонално постављене су узенгије (окр. гвожђе 7 mm. пречника.) Изнад ослонаца су постављене дилатацијоне фуге. Терет са колосека преноси се на лук са појединим 35 см. дебелим стубићима.

За сигурнији пријем сила од притиска ветра предвиђени су изнад лучних ослонаца јаки попречни рамови. Сем тога сразмерно узани мост добио је ка ослонцима један мали нагиб. Од ослонаца носећег лука постројени су са обе стране гредни носачи који имају нарочите темеље испод нагибног стуба, а сем тога су повезани и попречним гредама које леже у самом нагибном стубу.

За лучна ребра се израчунава потпорна линија за симетрично оптерећење. За одредбу лучног облика била је меродавна потпорна линија од симетричног оптерећења. Изабрати сложени лук незнатно одступа од поменуте потпорне линије. Пошто је арматура распоређена сваки ребрасти лук бетонован је за 1. дан, за стубове је требало два а за патос 5 дана. Мешавине бетона биле су у размери 1 : 4,5 до 1 : 5. Видне су површине штоковане.

4.) Пример:

Статички прорачун једног друмског моста (Ребрасти свод) Сл. 155 до 175.

Свод има 14 мет. чистог отвора. У недостатку података узето је, да је висина стреле 1,10 мет.

Конструкција се састоји из три ребраста лука са таваницом између њих. Тиме је постигнута корист да насипање буде минимално и да се хоризонтални потисак H умањи. Ширина свода терена између ограде износи 5,50 мет; ширина коловоза 4,90 мет.

Обални је стуб израђен у виду греда и тиме уштеђен материјал. Ребра обалног стуба образује продужење сводових ребара. Тежина стуба је допуњена земљаним насипом.

Чеони зидови представљају продужење спољашних ребара, због тога је и ограда бетонована на спољашњим ребрима. Ван свода су чеони зидови 30 см. дебели и положени на обални стуб. —

Оптерећења

а) *сталан терет*

армирани бетон	= 2400 кгрм^3
насип	= 1600 „
шљунак и снег	= 400 „

б) *прелазни терети*

1.) Парни ваљак од 17,5 тона стварне тежине (сл. 157) увек у неповољном положају

2.) равномерно раздељена људска навала од 360 кгрм^2.

Дозвољена напрезања

у бетону $= \frac{240}{6}$	= 40 кгрсм^2
у гвожђу	= 1000 „
у темељу	= 4 „

1.) Испитивања једног лучног ребра. Рачун ћемо извршити за једно средње ребро које је на ослонцу 1,00 м. а у темену 0,40 м. дебело. Ширина ребра је = 60 см.

Ширина оптерећења по сл. 158 за ово средње ребро износи 2,75 мет.

Свод је прорачуњен по основима еластичке теорије и то помоћу Ландсбергове приближне методе Унутарња сводница свода представља једна парабола са висином стреле 1 36 m. ($= \sim {}^1/_{10} l$). Онда је за прорачун лука меродавна висина стреле

$$f = 1{,}36 - 0{,}46 + \frac{0{,}40}{2} = 1{,}10 \text{ m.}$$

Испитивање се простире на 1. мет. мостовске ширине.

Чист отвор свода раздељен је у округли број ламела (10. комада) тако, да дакле у темену не дејствује ни један терет. Ламеле су 1,40 м. широке а на ослонцима због косо лежеће ослоначке фуге 1,60 Тежина појединих ламела сљедећа је:

$G_1 = G_I$

Шљунак = 1,4 . 400	= 560 кгр
Насип	= — „
Плоча (Decke)	= 435 „
Лучно ребро $= \frac{0{,}4 \,.\, 0{,}6}{2{,}75} \,.\, 2400 \,.\, 1{,}40$	= 294 „
$G_1 = G_I$	1239 кгр = 1,29 t.

$G_2 = G_{II}$

Шљунак = 1,4 . 400 . . .	= 560 кгр.
Насип $= \frac{0{,}05}{2} \,.\, 1{,}4 \,.\, 1600$.	= 56 „

2) То је у Америци, где је надница два пута скупља но у Немачкој, где би цена била мања.

Плоча = ... = 435 „

Ребрасти лук = $\frac{0{,}45 \cdot 0{,}6}{2{,}75}$ ×

× 2400 . 1,40 . . . . = 330 „

$G_2 = G_{II}$ = 1381 кгр. = **1,38** t.

$G_3 = G_{III}$

Шљунак = 1,40 . 400 - . . = 560 кгр.

Насип = $\frac{0{,}08 + 0{,}18}{2}$. 1,40 ×

× 1600 . . . . . = 290 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук = $\frac{0{,}6 \cdot 0{,}6}{2{,}75}$ ×

= 2400 . 1,4 . . . . = 440 „

$G_3 = G_{III}$ = 1725 кгр. = **1,73** t.

$G_4 = G_{IV}$

Шљунак = 1,4 . 400 . . . . = 560 кгр.

Насип = $\frac{0{,}20 + 0{,}40}{2}$. 1,4 . 1600 = 670 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук = $\frac{0,\ 8 \cdot 0{,}6}{2{,}75}$ .2400.1,40 = 585 „

$G_4 = G_{IV}$ = 2250 кгр **2,25 t.**

$G_5 = G_V$

Шљунак = 1,60 . 400 . . . . . = 640 кгр.

Насип = $\frac{0{,}40 + 0{,}75}{2}$ 1,4 . 1600 = 1280 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук = $\frac{0{,}95 \cdot 0{,}60}{2{,}75}$ .2400.1,40 = 700 „

$G_5 = G_V$ = 3055 кгр. **3,05 t.**

а) *Промашрање сойсшвене шежине*

Ослоначка линија притиска од средине ослоначке фуге одстоји вертикално за

$$\frac{6}{5} f = \frac{6 \cdot 1{,}10}{5} = 1{,}32 \text{ м.}$$

а лежи паралелно са линијом која спаја ослонце[1]) на овој правој пресецају се сви ослоначки притисци.

Друга једна права, A_o — B_o је за

$$\frac{2}{3} f = \frac{2 \cdot 1{,}10}{3} = 0{,}73 \text{ m.}$$

удаљена од ослоначких средина и паралелна је са ослоначком линијом притисака.

Сад се према слици 111 конструишу ослоначки притисци од изолованих терета. Нпр. графијски прорачун за ламелу IV извршен је на след. начин: сравни сл. 161.)

1) Ослоначка линија притисака је права линија, јер плитке лучне осе врло мало одступају од параболног облика.

Одстојање средине ламеле од темена x = 4,90 см.

Леви ослоначки притисак изолованог терета G_{IV} = 2,25 t. пресеца управну на ослонцу у висини r испод праве Ao Bo а десни ослоначки притисак пресеца одговарајућу управну на одсечку r' испод Bo и онда је:

$$r = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l + 2x}\right) = \frac{8}{15} . 1{,}10 \times$$

$$\times \left(\frac{14{,}40}{14{,}40 + 2 \cdot 4{,}90}\right) = 0{,}35 \text{ m.}$$

$$v' = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l - x}\right) = \frac{8}{15} . 1{,}10 \times$$

$$\times \left(\frac{14{,}40}{14{,}40 - 2 \cdot 4{,}90}\right) = 1{,}84 \text{ m.}$$

На овај начин се извршује и конструкција и осталих ослоначких притисака. Одстојања v и v' за све ламеле изложена су у следећој табели:

	Одстојање x од темена	v	v'
G_I	0,70 m.	0,54 m	0,65 m.
G_{II}	2,10 „	0,46 „	0,83 „
G_{III}	3,50 „	0,395 „	1,15 „
G_{IV}	4,90 „	0,35 „	1,84 „
G_V	6,50 „	0,31 „	6,05 „

За терете G_1 до G_5 лево од темена ослоначки су притисци за сопствени терет симетрични десној полутини свода.

Сад се лежишни притисци једне стране нпр. леве по реду (R_5 R_4 R_3 R_2 R_1 R_I R_{II} R_{III} R_{IV} R_V) сложе у један влак сила

За резултанту R добија се R = 26,9 t. Положај ове силе добија се из верижног влака са полом *O*.— R пресеца ослоначку фугу у *a*.

Пренесимо на многоугаоник ослоначког притиска тежине ламела леве сводне половине, па ће се добити нови верижни влак (пол *O'*) сводне потпорне линије за сопствени терет почев од тачке *a*. Хоризонтални потисак H мора бити хоризонталан што се добија и конструкцијом.

Десна половина потпорне линије је симетрична са левом, за то и није конструнсана.

b.) *Промашрање йрелазног шереша.*

Линије притисака за покретно оптерећење од парног ваљка сл. 17,5 t. стварне тежине одређене су за најнеповољнији положај терета, и тежина ваљка редукована је на 1 m² површине. На овај начин је рачун простији и без утицаја на тачност статичког испитивања.

На 1 м² долази:

$$1м^2 = \frac{17,5}{4,6 \,.\, 2,1} = 1,82 \text{ t.}$$

Према томе за ширину ламеле од 1,4 м. биће:

$$P = 1,4 \,.\, 1,82 = 2,55 \text{ t.}$$

а за ламелу од 1,6 м. ширине биће:

$$P_s = 1,6 \,.\, 1,82 = 2,90 \text{ t.}$$

Између многих нацртаних потпорних линија за прелазно оптерећење, узете су у графијско испитивање само оне потпорне линије, које су изазвале најнеповољније напрезање у неколико сводних попречних пресека.

Оптерећење I. Парни је ваљак постављен изнад прве три ламеле од ослонца. Силе су ове:

$$P_5 = 2,90 \text{ t.}$$
$$P_4 = 2,55 \text{ t.}$$
$$P_5 = 2,55 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R износи 10,25 t. Уцртана линија притиска даје за ослонац горе истезање.

Оптерећење II. Горњем оптерећењу у продужењу додата је људска навала. Силе су:

$$P_5 = 2,90 \text{ t.}$$
$$P_4 = P_3 = 2,55 \text{ t.}$$
$$p_2 = p_1 = p_I = 1,4 \,.\, 360 = 540 \text{ кгр.} = 0,5 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R изнео је 13,80 t.

Оптерећење III. Парни ваљак у средини лука преко темена

$$P_2 = P_{II} = 0,9 \,.\, 1,82 = 1,64 \text{ t.}$$
$$P_1 = P_I = 2,55 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R изнео је 23,6 t., а хоризонтални потисак H = 23,3 t.

c) *Испитивање ослоначке фуге* (сл. 165.)

Ослоначки притисак од сопственог терета $\mathfrak{N}_g = 26,9$

Ослоначки притисак за оптерећење II $\mathfrak{N}_{II} = 13,5$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 7 а $\mathfrak{N}_{II}$ за 50 см. удаљено од ослоначке средине. Одстојање резултанте од ослоначке средине добија се из:

$$\Sigma (M) = 26,9 \,.\, 7 + 13,5 \,.\, 50 = 40,4 \text{ r.}$$

$$r = \frac{863}{40.4} = 21.4 \text{ см.}$$

Количине које долазе у обзир за ребро на ослоначком пресеку ове су:

Моменат $M = 863 \,.\, 2.75 = 2373$ смt. $= 23,73$ mt²

Нормална сила $P = 40,4 \,.\, 2,75 = 111$ t.

Одстојање $e = 50 - 21,4 + 28,6$ см.

Арматура $f_e = 6$ окр. гвожђа 22 мм $= 22,81$ см. доле, а исто тако, $f'_e = f_e = 6$ окр. гвожђа 22 мм $= 22,81$ см² горе

Димензије b = 60 см,

h = 100 см.

$a = 3$ см.

Онда је:

$$\frac{b}{6 \,.\, n \,.\, f_e} \,.\, x^3 - \frac{b \,.\, e}{2\, n\, f_e} \,.\, x^2 - (2e - h) \quad x =$$

$$= 2a^2 + h^2 - (2a + e)\, h$$

$$\frac{60}{6 \,.\, 15 \,.\, 22,81} \,.\, x^3 - \frac{60 \,.\, 28,6}{2 \,.\, 15 \,.\, 22,81} x^2 - (2.28,6 - 100)x$$

$$= 2 \,.\, 3 + 100^2 - \quad (2 \,.\, 3 + 28,6) \,.\, 100$$

Одстојање нулте линије $x = 95,3$ см.

Напрезање бетона

$$\sigma_b = \frac{P}{\frac{b \,.\, x}{2} + \frac{n \,.\, f_e}{x}(2x - h)} =$$

$$= \frac{111\,000}{\frac{60 \,.\, 95,3}{2} + \frac{15.22,81}{95,3}(2.95,3 - 100)} = \mathbf{34,7} \text{ кгр см}^2$$

Напрезање гвожђа

$$\sigma_{ed} = n \,.\, \sigma_b \frac{x - a}{x} = 15 \,.\, 34,7 \frac{(95,3 - 3)}{95,3} = \mathbf{505} \text{ кгр см}^2$$

$$\sigma_{ez} \quad n \,.\, \sigma_b \frac{h - a - x}{x} = 15 \,.\, 34,7 \frac{100 - 3 - 95,3}{95,3} =$$

$$= \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \mathbf{9,25} \text{ кгр см}^2$$

d.) *Испитивање фуге на одстојању 4,2 м. од ослонца* сл. 176.

Нормална сила од сопственог терета $\mathfrak{N}_g = 25,2$ t.

Нормална сила од оптерећења I, $\mathfrak{N}_I = 7,1$ t.

H_g је за 0 см., $\mathfrak{N}_I$ за 22,5 см. удаљено од средине фуге добија се из:

$$7,1 \,.\, 22,5 = (7,1 + 25,2) \,.\, r$$

$$r = \frac{160}{32,3} = 5 \text{ см.}$$

Количине, које се узимају у обзир за пресек ребра на овој фуги, ове су:

Моменат $M = (25,2 + 7,1) \,.\, 0,05 \,.\, 2,75 = 4,4$mt

Нормална сила $P = (25,2 + 7,1) \,.\, 2,75 = 89$ t.

Одстојање $e = \frac{55}{2} - 5 = 22,5$ см.

Гвоздена арматура $f_e = f'_e = 6$ окр. гвожђа 22 мм. $= 22,81$ см² (као и горе)

Димензије b = 60 см; h = 55 см; $a = 3$ см.

Овај пресек прима на себе само притисак. Због тога ће се напрезања одредити на след. начин;

Напрезање бетона

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{M}{Js} \,.\, \frac{h}{2}$$

$F = 55 . 60 = 3300$ см²

$$Js = \frac{60 . 55^3}{12} + 2(15 . 22{,}81 . 24{,}5^2) = 1241\,875 \text{ см}^4$$

$$\sigma_b = \frac{89000}{3300} + \frac{440\,000}{1241\,000} \cdot \frac{55}{2} = \mathbf{36{,}8} \text{ кгрсм}^2$$

Напрезање гвожђа:

$\sigma_e = 15 . \sigma_b$

је дакле $<$ 1000 кгрсм²

e.) *Испитивање фуге на одстојању 5, 6 мет. од ослонца.* (сл. 167)

Нормална сила од сопственог терета $\mathfrak{N} = 25{,}2$ t.

Нормална сила за оптерећење I $\mathfrak{N}_I = 7{,}0$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 0 см, $\mathfrak{N}_I$ за 20 см. од средине фуге. Одстојање резултанте ($25{,}2 + 7 = 32{,}2$ t.) од средине фуге добија се из

$$7 . 20 = 32{,}2 . r$$

$$r = 4{,}3 \text{ см.}$$

Количине, које долазе у обзир за пресек ребра у овој фуги следеће су:

Моменат $M = 32{,}2 . 0{,}043 . 2{,}75 = 3{,}85$ tm.

Нормална сила $P = 32{,}2 . 2{,}75 = 88{,}5$ t.

Одстојање $e = \frac{45}{2} - 4{,}3 = 18{,}2$ см.

Арматура $fe = f'e = 6$ окр. гвожђа 22 mm = = 22,81 см. као и напред

Димензије $b = 60$ см; $h = 55$ см; $a = 3$ см.

и на овај пресек дејствује само притисак

$F = 45 . 60 = 2700$ см²

$$Js = \frac{60 . 45^3}{12} + 2(15 . 22{,}81 + 19{,}5^2) = 720\,625 \text{ см.}^4$$

$$\sigma_b = \frac{88500}{2700} + \frac{385000}{720625} \cdot \frac{45}{2} = \mathbf{44{,}8} \text{ кгрсм.}$$

Напрезање гвожђа $\sigma_e = 15 . 44{,}8$ је дакле $<$ 1000 кгрсм²

f.) *Испитивање темене фуге* (сл. 168)

Нормална сила за сопствени терет (хоризонтал. притисак H) $\mathfrak{N}_g = 25{,}2$ t.

Нормална сила за оптерећење III (хоризонтални притисак) $\mathfrak{N}_{III} = 23{,}3$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 0 см, $\mathfrak{N}_{III}$ за 10 см. удаљено од средине темена. Одстојање резултујуће (48,5 t. од средине темена добија се из:

$$23{,}3 . 10 = 48{,}5 . r$$

$$r = \frac{233}{48{,}5} = 4{,}8 \text{ см.}$$

Ноормална сила $P = 48{,}5 . 2{,}75 = 133$ t.

Пресек има такође да прими на себе само притисак. Ако се уведе у рачун и плоча изнад горње површине ребра, да и она носи, онда се испитивање врши овако:

Статички моменат у односу на a—a

$$S = (60 . 40) . 20 + (215 . 17) \frac{17}{2} + 15 . 22{,}81 (3 + 37) = 92748 \text{ см}^3$$

Површина пресека

$F = 60 . 40 + 17 . 2.15 + 2{,}15 . 22{,}81 = 6739$ см²

Одстојање тежишне тачке.

$$s = \frac{S}{F} = \frac{92748}{6739} = 13{,}8 \text{ см.}$$

Моменат лењивости за тежишну осу:

$$Js = \frac{60 . 40^3}{12} + 60 . 40 . 6{,}2^2 \ . \ . \ . = 412080 \text{ см}^4$$

$$+ \frac{215 . 17^3}{12} + 215 . 17 (13{,}8 - 8{,}5)^2 = 190060 \text{ „}$$

$$+ 15 . 22{,}81 (10{,}8 + 23{,}2)^2 \ . \ . \ . \ . = 395525 \text{ „}$$

$$997665 \text{ „}$$

Ексцентрицитет $z = 20 - 4{,}8 - 13{,}8 = 1{,}4$ см.

Моменат $M = 133 . 1{,}4 = 186{,}2$ см. $= 186200$ смкгр.

$$\sigma_b = \frac{133000}{6739} + \frac{186200 . 14}{997665} = 22{,}3 \text{ кгрсм}^2$$

Напрезање гвожђа $\sigma_e = 15 . \sigma_b$ је дакле $<$ 1000 кгрсм²

2.) *Испитивање коловозне плоче* (сл. 169, 170 и 171)

Плоча је најнеповољније оптерећена кад у њеној средини дође тежак точак ваљка ($P = 9000$ кгр. Подела терета услед шљунка даје следеће оптерећење на 1 m².

a) За средину свода

Друмски ваљак $= \frac{9000}{1{,}0 . 2{,}2} \ . \ . = 4100$ кгр

Шљунак . . . . . $= 400$ „

Сопствена тежина плоче . . . . $= 390$ „

4860 кгр

Моменат $M = \frac{1}{24} . 4860 . 2{,}6 . 100 = 136000$ смкгр. за

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ је}$$

$M = 0{,}0406 \sqrt{136000} + 1{,}5 = 17$ см.[1])

$fe = 0{,}0280 \sqrt{136000} = 10{,}33$ см²

Изабрато *8. окр. гвожђа 13 мм.*

b.) у $^1/_4$ распона

Тежина ваљка $\frac{9000}{1{,}2 . 2{,}4} = \ . \ . \ . \ . \ 3150$ кгр.

1.) Види стр. 32. Срп. Тех. Лист, стручни додатак Април—Јуни 1908.

Шљунак	400	„
Насип	160	„
Сопствена тежина	340	„
	4050	„

Моменат $M = \frac{1}{24} . 4050 . 2{,}6^2 . 100 = 114000$ смгр. за

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ је}$$

$M = 0{,}0406 \sqrt{114000} + 1{,}5 = 15{,}5$ см

$fe = 0{,}0280 \sqrt{114000} = 9{,}46$ см.

Узето је *8. окр. гвожђа 13 мм.*

с.) На ослонцу

Ваљак $= \frac{9000}{2{,}26 . 3{,}46}$	= 1150	кгр.
шљунак	= 400	„
насип	= 1040	„
сопствена тежина	= 312	„
	2900	кгр.

Моменат $M = \frac{1}{24}$ 2900 . 2,6². 100 = 82 000 смкгр.

$$\text{За } \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ је}$$

$h = 0{,}0406 \sqrt{82\,000} + 1{,}5 = 13{,}5$ см.

$fe = 0{,}028 \sqrt{82\,000} = 8{,}04$ см²

Узето је *8. окр. гвожђа 12 мм,*

3. Испитивање обалног стуба (сл. 172 до 174)

Обални стуб је израђен од бетона; у продужењу сводних ребара извршен је масивно. Између ребара изостављена је бетонска маса (сл 155) . Испитивање је извршено такође на 1. м. ширине.

Укупна садржина обалног стуба износи 98м³ а укупна тежина G = 98 . 2,0 = 196,0 t.

За текући метар ширине и дужине самог обалпог стуба добија се

$$g = \frac{196}{5{,}5 . 7{,}2} = 4{,}95 \text{ t},$$

Обални стуб је раздељен у три ламеле

Испитивање је извршено са обзиром на насип изнад стуба и притисак воде. Притисак земље са стране није узет у обзир. Према овоме добијају се следеће тежине ламела:

Ламела I и II

Сопствена тежина = 4.95 . 2,5 . . .	= 12,4	
Насип = 2,7 . 1,6 . . .	= 4,3	„
	16,7 t.	
Притисак воде	= — 10,0	„
	GI = GII = 6,7 t.	

Ламела III.

Сопствена тежина = 4,95 . 2,2	= 10,8	t
Насип = 2,46 . 1,6	= 3,95	t
	14,75 t	
водени притисак	= — 7,50	t
	GIII = 7,25	t

Нормални притисак који управно дејствује на површину темеља, (земљиште) износи P = 54 t. Притисак дејствује ван језгра x = 150 см.

Пошто се истезања морају искључити, пошто је F = 100 . 3 . 150 = 45 000 см² биће:

$$\sigma_e = \frac{2 . P}{300 x} = \frac{108\,000}{45\,000} = 2{,}4 \text{ кгрсм.}^2$$

према овоме дозвољено напрезање темеља од 4 кгрсм² није прекорачено.—

2.) Мостови са висећим коловозом. Основни облици лучних мостова са висећим коловозом виде се из сл. 37 до 40. У сваком је случају коловоз утврђен за висеће стубове са обе стране лучног носача. Избор овакових мостовских типова само је онда користан, кад имамо ниске обале и високо водостање и кад је темељ за обалне стубове несигуран или кад су ниско лежећи ослонци јако положени нападу од велике воде. Према потреби, коловозна плоча, односно нарочито јака арматура ребрастих носача, може на себе потпуно или делимично да прими хоризонтални потисак. Чешће се појављују већи распони, код којих не би била корисна примена гредних носача са коловозом доле[1]) Такви носачи са пуним дуваровима изгледали би врло грубо, због чега се и са естетичког гледишта морало дати првенство лучним мостовима са висећим коловозом, разуме се, кад су обале ниске а водостање високо. У свима другим случајевима били би потребни дугачки навози (приступне рампе) који су у сваком погледу велика сметња за јаки саобраћај, а сем тога и саме зграде у близини моста много би изгубиле од своје вредности. Ако би се ипак одлучили за какав простији гредни систем, онда ћемо већ и при средњој речној ширини морати да градимо и речне стубове, који не само да поскупљују мост, већ шта више сметају и речном саобраћају, а при великом водостању могу бити и опасни, јер опстанак целога моста много зависи од стабилности самих речних стубова, јер падање мостова не зависи толико од дебљине свода, колико од јачине самих стубова. Арматура лучног носача врши се на познати начин и она у принципу од-

1) Сравни: Мостови од ојачаног бетона— Срп. Техн. Лист струч. додатак Св. II. — 1908 стр. 20.—

говора арматури ексцентрично оптерећених потпора. Потребно је употребити и довољан број попречних узенгија. Овде се може корисно да употреби и спирално умотани бетон, који може да издржи притисак од 60 — 80 кгрсм², дакле већи притисак но што је иначе дозвољен.

Ради примера напоменућемо жељезнички мост преко Роне код Chippis-a у кантону Wallis. Код овог моста коловозна конструкција не прима на себе хоризонталан потисак већ су лучни носачи чврсто узидани у обалне стубове. Распон је лука 59 мет., највећи до сада жељезнички мост, израђен од армираног бетона. Одстојање лукова од осе је 4,80 мет. Њихове димензије пресека константно расту од темена ка ослонцу тако, да им ширина износи 80 до 120 см. а висина пресека је 1,5 до 2.6 мет. Укупна ширина моста са пешачким стазама износи 8,6 мет. Луци су укрућени као у сл. 36 са попречним носачима, а сем тога у средњем делу моста и са једном засведеном плочом, која пролази преко поменутих попречних носача. Цела је арматура чврсто укотвљена у обални стуб. Ребра су такође прорачуњена као еластички узидани лук.—

VI. Сводови са крутом арматуром.

1.) Проф. Мелана—систем. Овај систем увео је проф. Мелан 1892 г. У почетку је био примењен само у Аустрији, а доцније у Америци доспео је до свога врхунца. Тамо се нису могле да одомаће конструкције од Монијe-а, Енебика и т. д. јер су ове конструкције морали да граде нарочити специјални раденици. Меланова се конструкција састоји из редова паралелних гвоздених крутих лукова састављени од ваљаног гвожђа или решеткастог лука или жељезничких шина, обложених бетоном Од овог су система користи различне. По највише. се уштеђује на дрвету, јер се оплата може да обеси о носеће лукове, због чега им се дају такве димензије, да буду у стању да носе терет свода. Рад на монтажи је простији него ли код Монијевих грађевина, код којих се предвиђени положај округлих шипака може одржати само пажљивим надзором радника. Код овог система при набијању бетона нема бојазни да ће се арматура пореметити Избор распона не подлежи никаквом ограничењу за ма који могући случај оптерећења. Просечно су распони већи него ли код Монијевих мостова а исто је тако и количина гвожђа већа у односу на бетонски пресек. Зглобови у темену и ослонцима готово су правило и могу се квнструктивно лако извршити за гвоздене лукове узимају се челични а за свод бетонски, квадер — зглобови, који се у цилиндричним површинама са разним полупречницима кривина додирују. Пошто се један део тежине свода преноси и на гвоздене лукове, то ће услед делимичног мањег оптерећења бетон бити изложен мањем напрезању и усљед тога моћи ће се повољно да искористи јачина гвожђа до дозвољене границе што значи, да се једновремено могу узети напрезања $\sigma_e = 1000$ и $\sigma_b \leq 40$ кгрсм.²

У обичним случајевима проценат арматуре наспрам бетона у теменом пресеку износи:

$$n = \frac{fe}{fb} = 1 \text{ до } 2\%$$

Ако гвоздени лук треба да носи већи део сводове тежине, онда треба арматуру саградити јачу. Јачину свода у темену треба одредити пробним рачуном а по Мелановом обрасцу:

$$c = \frac{\left[q_o + 0{,}5 \left(\frac{f}{e} - 1 \right). p \right] \varrho_o}{(1 + 0{,}15\, n)\, \sigma}$$

Овде значи:

q_o оптерећење у темену (то је прелазни и сопствени терет по одбитку оног дела сводове тежине, који се непосредно преноси на гвоздени лук услед вешања скеле.

p = прелазни терет у t/m².

f стрелу свода у мет

ϱ_o полупречник кривине потпорне линије у темену при тоталном оптерећењу у мет.

n проценат арматуре (1 до 2%)

σ напрезање бетона = 300 до 500 t/m² [1])

У опште су димензије Меланових сводова чешће много веће него ли код Монијевих сводова. Меланови се сводови могу израђивати као узидани а и са зглобовима.

Висине стрела су чешће врло мале. Израђен је један Меланов мост са $^1/_{16}$ стреле. У обичним слу ајевима граде се сводови са чеоним зидовима а има их извршених готово у већем броју и са ћелијама (камерама) (срав. сл. 191. и 194.)

За мање распоне и дебљине сводова довољно је, кад се употребе ваљани носачи са пуним дуваром облика I L C гвожђа и жељезничке шине. Међусобна веза у попречном правцу по правилу није потребна Лко профилисана гвожђа леже сразмерно далеко једно од другог‘ онда се могу по Монијеву систему да употребе подеона гвожђа.

За веће распоне узимају се нитовани решеткасти носачи. Једна оваква арматура по своме основном облику, може се сравнити са двојном Монијевом арматуром. Појасеви гвозденог лука леже у близини своднина. Они су по правилу склопљени из равнокраких угаоних гвожђа, која су са пљосна-

---

1) У колико гвоздени луци један другом ближе леже у толико се може узети веће дозвољено напрезање σ.

тим гвожђем међу собом спојена нитнама у виду једне решетке. И за појасеве могу се узети разнокраки угаоници чији дужи краци долазе у поље. Растојање ових решеткастих гвоздених лучних носача износи 0,80 до 1,50 метра. Ради поделе терета, и да се спречи повијање у страну за време монтаже служе попречни рамови од ваљаног гвожђа (сл. 186.) или решетка. Напослетку и овде се могу употребити подеона округла гвожђа (шипке.) Спајање решеткастих гвоздених делова врши се најчешће нитовањем, али се ипак ови делови могу на лицу места и зашрафити ради уштеде на времену и транспортним трошковима. Често се ради већег укрућења у близини ослонца и темена занитују и ламеле а шта више решеткастим луцима даје се да овим местима пресека и пун дувар. Размера мешавине бетона је 1:2:4 а квадера за зглобове 1 : 2 : 2 —

Једна проста арматура из ваљаних профила види се из сл. 176. Овде су употребљени I профили у одстојању око 1,0 мет. Попречна је веза извршена са шипкама од округлог гвожђа. На ослонцима се сви I носачи ослањају на угаона гвожђа. На темену свода они су одвојенн једном фугом и са хоризонталним иве ртикалним подвезицама међу собом повезане.

У сл. 254 ослањају се лучни носачи на један носач I профила. Спој гвожђа извршен је са угаоним подвезицама и да би се на лицу места избегло нитовање, оне су утврђене са чеповима.

Мостовска конструкција у сл. 178 и 179 има чист отвор од 10 мет. Арматура свода из сложеног лука састављена је из I профила № 18 у међусобном одстојању од 1,0 м. На ослонцима се ова профилисана гвожђа ослањају о један ⊏ N. P. 24[1]) положен управно на прве и који је са истоветним профилом на другом лежишту спојен са I N. P. 14 који је положен испод постеље речнога дна. У темену су лучни носачи спојени међусобно са једним косо положеним ⊏ N. P. 10. И овде се поједина профилисана гвожђа спајају међу собом шрафовима, да би се уштедили трошкови око нитовања.

Размера мешавине бетона: За средњи део и постељу дна 1 : 7; за теме 1 : 8 и за ослоначке стубове 1 : 9. —

Сл. 180. до 183. представљају један жељезнички мост од 10,14 м. чистога отпора са укупном ширином од 9,0 мет. У обалном стубу укотвљени појасни угаоници не служе само да примају истежуће и смичуће силе у бетону, него су у стању да приме на себе и један део оптерећења. Јачина у темену 39 см. а на ослонцима 84 см. Лучни носачи леже у одстојању од 76 см. и у попречном правцу нису међу собом спојени. Чеони су зидови такође од армираног бетона. Из обзира на утицај температуре предвиђене су, како изнад ослонаца тако и изнад преломних пресека, отворене фуге за истезање. Мешавина бетона је за свод: 2 : 4 а за ослоначке стубове $1 : 3^1/_2 : 7$. —

На исти је начин сграђен и један друмски мост са 3 отвора по 33,53 м. распона и 4,83 м. стреле. Укупна ширина је 22 мет. Решткасти носачи леже у одстојању од 89. см.

Најсмелији до сада извршени бетонски армирани мост сграђен је 1892 год. са 42 мет. распона и 2,65 м. високом стрелом, дакле однос између стреле и распона је $^1/_{16}$ — Ширина моста је 9,00 м. Свод је израђен као лук са три зглоба. Дебљине су: на темену 60 см; наослонцима 70 см. а у средини половине распона 80 см. Решеткасти носачи састављени из угаоних и пљоснатих гвожђа, од топљеног гвожђа, леже у одстојању 1,00 мет. и у свакој половини свода спојени су са решеткастим попречним носачима. Мешавина бетона употребљена је: за свод у размери 1 : 2 : 4. Разуме се, да су усљед великог хоризонталног потиска димензије обалног стуба од набијеног бетона врло велике. Само дужина једног стуба износи 14,00 мет.

У сл. 184 до 185 представљена је једна конструкција Мелановог моста без зглобова од 30. м. распона, 5,50 м. ширине и 7,5 м. висине стреле. Преко моста прелази електрична друмска железница у кривини од 75. мет. пречника. Пет гвоздених решеткастих носача у облику кружног лука постављени су у одстојању 1,25 м. а спојени су са 9. гвоздених попречних носача међу собом. Јачина свода у темену је 70 см. а на ослонцима 1,00 мет. Услед малих сводова за смањивање терета (Entlastungsgewölbe) јачина у темену износи до 0,50 м. тако да унутарња површина свода чини утисак као ребраста сандучаста таваница. Горњи и доњи појасеви превучени су са слојем бетона од 2,50 см. На ослонцима се појасеви нарочито продужују а горњем појасу додат је као појачање још један нови појас (види сл. 85.) и све је чврсто узидано.

При стастичком прорачуну узето је, да гвоздени луци арматуре требају при грађењу да послуже као скеле за свод и због тога су њихове димензије тако одређене, као да они морају сами да носе цео свод. Грађење моста је по томе продужено тек онда, када се бетон за свод био довољно стврднуо, да би цело оптерећење (сопствени и прелазни терет) могао на себе примити. За овај је случај извршен поновни статистички прорачун са обзиром на најнеповољније оптерећење.

Сл. 186 представља један решеткасти носач спојен са једним попречним утврђењем које је састављено из ⊏ нормалног профила. За веће висине

---

1) ⊏ N. P. 24 означава ⊏ или I нормални профил а број дотичну висину овде 24 см. — Ово ћемо означење и даље задржавати.

носача, препоручују се решеткасти попречни носачи као у сл. 185.

Нарочито јако утврђивање једног плитког узиданог решеткастог лука са зглобом у темену представља сл. 177. Носач је упуштен у бетонску масу ослоначког стуба у виду кљуна и утврђен је са по две округле шипке од 3,5 см. пречника за хоризонталне I носаче, који су попречно у ослоначки стуб положени. Овако необично утврђивање свода код Меланових мостова одговара основном принципу система Wünsch (срав. сл. 196.)

Сл. 188 и 189 представља мост у Сан-Себастијану, који има 3 лука по 24 м. распона и 1,9 м. висину стреле. Облик мостовског свода одговара облику у сл. 17. Решеткасти су носачи упуштени у стуб и чврсто међу собом спојени. Обални и речни стубови као и чеоне стране свода обложени су вештачким каменом. Пројекат је израдио шпански инжењер Рибера.

Други пример спајања решеткастих лукова на речноме стубу види се из сл. 190 Овде су само горњи појасеви међусобом чврсто спојени а крајеви доњих појасева утврђени су за попречна угаона гвожђа.

Сл. 191 показује практично утврђивање арматуре у потпорама на лучним носачима. Ћелије се састоје из редова потпора са попречним гредним носачима и између њих пресведених сводова. Овде је дакле помешан Меланов и Монијев систем. Разуме се, да се на место потпора редовима могу да употребе и пуни дуварови са двојном Монијевом арматуром (ср. сл. 101.)

Меланов мост преко реке Polcevera код Ђенове (сл. 192 и 193 и 193 а) има 5. отвора по 21. мет. чисте ширине и 2,05 м. висину стреле и са стране један пролаз за жељезницу од 8. мет. отвора, Ширина моста између ограде је 20 м. од којих су 15 м. коловоз а по 2,5 м. пешачке стазе. Свод је израђен без зглобова и облик му је сложени сегментски лук. Дебљина свода у темену = 30. см. За арматуру свода употребљени су гвоздени решеткасти луци, којих има по 20 комада у сваком отвору. Изнад стубова су гвоздени луци међусобом спојени (сл. 193 а).

Средњи су стубови фундирани пнеуматично на гвозденим кесонима на дубини од 10 м. испод морског огледала. На таваници кесона положен је прво један слој бетона а преко овога два слоја од ломљеног камена. Остатак темељних зидова израђен је од ломљеног камена а спољашње су стране на 50 см. дебљине обложене цигљаним зидом. Сами обални и средњи стубови израђени су од набијеног бетона. Оплата за стубове због њихових конкавних површина на странама и округлих глава није била сасвим проста. Имитација квадера са фугама израђена је помоћу летава, које су биле приковане на унутарњој страни оплате. При прорачунавању узета је у обзир и та околност, да се скела делимично обеси о гвоздене лукове и да они непосредно носе $^1/_3$ тежине свода.

Армирани вијадукт Chauderon - Montbenon у Лозани сграђен је 1905 г. и има укупну дужину од 227 мет. са 6. једнаких отвора по 28,75 м. и 18 м. ширине. Због оваквих ванредно великих размера и велике висине стубова (око 40 м.) било је практичније, да се вијадукт изради из два паралелна, одвојена и засведена моста у растојању од 5,0 м. са сводовима од по 5,80 м. ширине ширине (ср. сл. 19 и 20). Конструкција патоса између оба одељена моста сграђена је од армиране плоче подупрте армираним бетонским гредама. И стубови су одвојени као и сводови и само су горе међу собом спојени конструкцијом патоса.

Још један пример Мелановог моста преко Tagliamento види се из сл. 194 и 195. Његова је цела дужина 194 м. а ширина 5,0 м, Три главна свода имају распон по 52 м. и са 24 м. високом стрелом, а армирани су са по 4 решеткаста лука. Главни луци носе на себе један вијадукт са чистим отворима по 10,5 м. и овај вијадукт преноси уличну тежину. Мост се на обе стране ослања на стеновите обале. Средњи су стубови израђени од обичне зидне масе.

Као последњи пример споменућемо армирани мост преко Hudzon-a код Њу-Јорка, који је укупно дугачак 313 м. а 11 мет. широк, са 15м. отвора по 19,50 м. распона и 2,5 м. високом стрелом Сваки отвор има по 7 посебних лучних ребара као у сл. 25 и 56; дебљина у темену 31 (одн. 53) см. на ослонцу 69 (односно 91 см.) Мостовска се тежина преноси на ова ребра подужним дуваровима као у сл. 18 и 20, који су 31 (одн. 38) см. дебели.[1]) На унутарњој сводници ребара израђена је обложна плоча као у сл. 31. и 32. Арматура за лучна ребра израђена је по Меланову систему, а арматура носећих дуварова и коловозне плоче по Монијеву систему (са Thacher-гвожђем).

Систем Wünsch.

Овај је систем до сада примењиван само у Мађарској при грађењу мостова И код овог система арматура се склапа из ваљаних профила. Главна је особина овог система што се силе преносе на обалне стубове вертикално као и код гредних мостова. Ово се дејство постизава кад се у стуб убетонира гвоздена конструкција, која потпуно отклања појаву хоризонталног потиска. Наспрам до сада примењених сводних конструкција овај је сис-

1) Вредности у загради односе се на она два лучна ребра, на која непосредно дејствује терет жељезничког колосека.

тем много кориснији и кад је хрђаво земљиште или кад је незнатна конструктивна висина може да игра врло важну улогу. Полеђина свода, код пуних сводних надзидака скроз је равна. Висина стреле као и код Меланових мостова, може према прилика бити незнатна (до $^1/_{15}$).

Прорачун се врши са претпоставком, да је оптерећење од сопственог и прелазног терета симетрично. Доњи појас у облику параболе понаша се као ланац подупрт на оба своја краја, чији се пресек одређује из хоризонталног напрезања. Горњи хоризонтални појас налази се у овом случају у не напрегнутом стању. За несиметрично оптерећење конструкције узима се једнострано оптерећење као најопасније и тада ће наступити покретање лука, које се може спречити само укрућивањем целе конструкције. У тој је цељи горњи појас израђен хоризонталио. Вертикалне котве (Anker), које иду наниже, изложене су истезању и њихов је задатак да спрече издизање ослонца изнад пресечне ивице своднине и унутарње стране обалног стуба.

Сл. 196. представља конструкцију обалног стуба по систему Wünsch једног засведеног моста од 25 м. распона. Појасеви се састоје из по два уједно занитована угаона гвожђа и постављени су паралелно са дотичним сводним површинама. У близини позадне површине обалног стуба утврђени су угаоници са вертикално постављеним ⊏ гвожђима, која су при дну темеља спојена са двојним ⊏ гвожђима која су хоризонтално положена. На овај се начин постизава чврста и заједничка веза између свода и обалног стуба. За разлику од Мелановог система извршена је веза појасева само код ослонаца и у темену. Сам гвоздени склоп, не рачунећи ту утврђење у темену, није нигде међусобно спојен. Арматура (гвоздени склоп) је постављена у одстојању око 50 см. дакле ближе но код Мелана и ипак је укупни пресек гвожђа у односу на сводни пресек у темену приближно једнак са Мелановим, дакле око 1 до 2%. — И мешавина бетона је такође једнака са Мелановом и то само до извесне висине на доњој сводини, која је висина равна дебљини на темену. За остали се део употребљава мршавији бетон (1 : 8).

Као пример нека послужи конструкција моста у Висбадену сл. 197 до 201. Распон је 30,05 м. а висина стреле 2,0 м. дакле $^1/_{15}$ део. Ширина моста између ограде је 15,0 м. јачина у темену 40 см. Арматура је у одстојању од 47. см. и састављена је у горњем као и доњем појасу из 2 < 60 . 60 . 6; вертикална и хоризонтална арматура у обалним стубовима састављена је из 2 ⊏ N. P. 18. Појасни угаоници спојени су месобом у темену и са ⊏ профилима са занитованим подвезама.

Мостови по систему Wünsch извршени ови су:

Друмски мост преко Neutrafluss код Érsekujvar-a има 6 отвора по 17. м. распона; $^1/_{15}$ део стрелу 6. метра ширине и 25 см. дебљине у темену. Коштао је 100 000 дин.

Друмски мост преко Vèrke поред Beregszasz-a један отвор од 7. м. распона,, дебљина у темену 10 см. коштао је 9000 динара.

Мост у Сарајеву, један отвор од 25,36 м. распона, $^1/_{10}$ део стрела, ширина 11,25, дебљина у темену 30 см. и коштао је 55000 дин.

Друмски прелаз код Пожуна, један отвор од 25,60 м. распона, коштао је 50 000 дин.

Нарочиту врсту арматуре показује сграђени друмски мост у New-Jersey (код Paterson-a (у Америци (сл. 202 и 203). Горњи и доњи појасеви састављени су из профилисаних шина, које су повијене према луку. — Спој (веза) оба појаса извршен је са вертикалним гвозденим плочама у одстојању по 1,50 метар. За попречно укрућења појединих носача међ собом служи округло гвожђе. Спајање носача са ослоначким стубовима извршено је на сличан начин као и код система Wünsch.

VII. Лучни мостови са зглобовима

Данас су лучни мостови са зглобовима нешто најмодернији у већ модерном грађењу армираних сводова. У данашње доба су без сумње подељена мишљења о практичкој примени зглобова. Тако н. пр. французи су у опште противни зглобовима, док међутим немци протежирају системе са зглобовима код засведених мостова нарочито за веће распоне.

Врло мало је извршено сводова са једним или два зглоба, јер они са практичког и теоријског гледишта не пружају никакве нарочите користи наспрам узиданих сводова.[1]) Најпробитачнији је *лук са три зглоба*. Овакав је лук постао готово неопходан код већих мостовских распона у погледу добре скеле и за успешно спречавање штетног утицаја температуре. У толико се то боље увиђа, у колико је сопствени терет већи наспрам прелазног. Студије о извршењу и целисходном распореду зглобова не могу се сматрати као завршене. Мертенс заступа мишљење да су за трајност моста зглобови бољи и да фуге код мостова са зглобовима треба испунити пре употребе моста, што се може врло лако извршити код набивених и армираних мостова. Ипак до сада извршени мостови са зглобовима имају отворене и слободне лежеће зглобове.

Преимућство мостова са зглобовима наспрам узиданих сводова (као и код гвоздених и камених мостова) у главноме је следеће:

1) Код лучних мостова са само једним зглобом нема никакве везе у целокупној конструкцији, због чега динамична дејства могу бити од штетног утицаја. Услед смањења потиска појачаће се у опште стабилност обалних стубова, услед чега ће и фундирање бити јефтиније. Ипак је ова корист незнатна.

1. Лучни носач са три зглоба статички је одређен, дакле примена еластичке теорије постаје излишна и може се простим рачуном прорачунати.

2., Напрезања у своду су независна од утицаја температуре, од попуштања обалних и средњих стубова, од гњечења сводног материјала и напослетку од пријема и испуштања влаге. Готово су сасвим искључене пукотине усљед сасушивања дрвета на скелама и усљед тонења сводног темена при скидању скела. Сви ови прописи важе на име само за плитке сводове од ојачаног бетона.

3., Јачина бетона на притисак може се, код мањих армираних сводова, искористити до крајњих дозвољених граница, са свим противно пропису за узидане сводове. Избором већег дозвољеног напрезања у бетону постизава се такође и уштеда у количини материјала.

Нерацијоналност мостова са зглобовима, наспрам напред именованих користи, већином је од незнатне важности и само се у специјалном случајевима узима у обзир при избору система (пљоснати сводови са великим распонима, попуштање ослоначких стубова и штетни утицај температуре), а састоји се у овоме:

1.) Повећање трошкова око грађења и одржавања, који су врло осетни нарочито код мањих распона, и које проузрокује нарочиту пажњу при избору материјала и при монтирању зглобова;

2., Ружни облик у естетичком погледу услед повећане дебљине на срединама лучних кракова (сл. 204) Код мањих напрезања у темену и ослонцима и када је прелазно оптерећење мање онда ова појачања могу отпасти.[1])

3., Тонење сводног темена знатније је кад се скеле уклоне.

Кад се не искористи највећа дозвољена граница напрезања онда количина употребљеног материјала за сводове са три зглоба може бити већа но код узиданих сводова са претпоставком да су условљена подједнака напрезања. Ипак треба имати на уму, да је степен сигурности конструкције у првом случају знатно већи. Пошто потисак свода код лукова са три зглоба може испасти већи него ли код узиданих конструкција, потребни су јаки и масивни ослоначки стубови.

Једном је већ напоменуто, да се зглобови скоро увек остављају отворени. Они су одоздо по правилу увек видни, а на чеоним странама моста су маскирани са бетоном покривеном фугом довољне ширине а са горње су стране покривени са армираним бетонским плочама заливеним са гудроном (наравно кад је насипање пуно). Сем тога су изнад свода потребне и дилатацијоне фуге, које се покривају као у сл. 78 и 79. Услед врло великог напрезања (до 80 кгрсм.^{2}) потребне су нарочито боље мешавине бетона за лежишта зглобова (1 : 3 или 1 : 1 : $2^1/_2$). Код армираних бетонских мостова до сада су зглобови ретко примењени, ипак за то нема никаквих тешкоћа, да се употреба оваквих зглобова распростарани и код армираних бетонских сводова.

Код мањих распона (Mörsch даје границу до 38 м.) препоручују се покретне фуге са *оловним плочама* које дејствују слично као и зглобови. Оловне зглобове увео v. Leibbrand, разуме се, као провизорне зглобове. Дозвољена гњечења износе 70 до 100 кгрсм.^{2} кад фуге нису изливене са цементом Дебљина ових плоча је око 20 мм. ширина 15 до 20 см. и дужина 60 до 80 см. која се управља према дужини суседних квадера. Ове се плоче полажу између гранитских или бетонских квадера или се полажу непосредно у свежи бетон (1 : 6), да би се омогућило равномерно преношење терета.

Сл. 205 до 207 показују распоред зглобова у темену и на стубу једног пројектованог железничког моста са 5 отвора по 30 м. распона; дебљина у темену је 55 см. на ослонцима 70 см и у средини кракова по 1,0 мет. Уметнуте оловне плоче имају 10 мм. дебљину, 10 односно 24 см. ширину и 90 см. дужину. У одстојању на 20 см. положене су у бетону унакрсно округле шипке свака по 16 мм. пречника, да би спречиле клизање кракова са ослоначких стубова. Суседни бетонски квадери израђени су у размери 1 : 3 — Да фуга на зглобовима остане отворена полаже се у бетон једна пантљика од лима.

На место укрштених округлих шипака положено је, на мосту у Диселдорфу, у бетону а нормално на додирну површину стојеће плоснато гвожђе пресека 100. 15 мм. у одстојању 1,0 м. Оловне су плоче биле 25 см. широке и 8 мм. дебеле, да фуге остану отворене, при изради ослонаца за кракове, употребљене су армиране бетонске плоче које су раније израђене и у стврднутом стању узидане и служиле су уједно и као оплата. Сталну везу између ових плоча и масе кракова одржавају округле шипке снабдевене са кукама.

Камене зглобове применио је прво Körcke јер су ови јефтинији од гвоздених зглобова, али ипак нису практични јер се њима теже рукује због њихове велике тежине. Одговарајући камени делови зглобова имају разне конвексне и конкавне кривине и ове последње са већим полупречником. Специфично гњечење испада у толико мање у колико зглобови имају више додирних површина, дакле, у колико има мање разних полупречника кривина, али је ипак у толико и теже фиксирати резултанту при тисака. Најбољи је материјал за зглобове *чврст*

1.) Кад се правилно поставе зглобови у ослонцима, може се шта више са најмањим додатком материјала створити облик свода, кодкога се, као и код узиданих лукова, јачина свода почев од ослонца ка темену равномерно смањује. —

граниш. Квадери треба по могућству да имају једнаку ширину и висину. За максимално гњечење на додирним местима узима се 150—200 кгрсм.

Да се евентуалне мале грешке на кривим површинама зглобова изједначе, умећу се, између зглобних квадера плочице од меканог олова. Плоче од асфалта или азбеста мање су употребљиве, пошто се могу сувише стињити. На једноме мосту узете су 2 мм дебеле и 25 см широке оловне пантљике, које су метнуте између два месингана блеха 0,08 мм дебелих за то, да се умањи трење зглобова. У место месинганих блехова, могу се узети око 0.1 мм дебеле бакарне плочице.

На једном је мосту ослоначки квадер израђен равно, а почетак свода израђен је са кривином од 5,0 м полупречника. Додирна су места узета по 8 см. ширине и полирана су тако, да се је могло рачунати на специфични притисак од 280 кгрсм^2

Камени се зглобови рачунају по обрасцима од Hertz-a или Korcke-a,[1]) али резултати добивени из тих образаца не одговарају стварним захтевима јер су основани|на сумњивим претпоставкама. У сваком случају најбоље је претходно испитати јачину дотичног каменог материјала. Ово важи и за зглобне квадере од бетона и армираног бетона. Они имају већег првенства јер су јефтинији и трајашнији, граде се у чврстим калупима тако, да они још при узиђивању имају довољан степен тврдоће и довољну јачину на притисак. Коефицијенте трења је врло тешко одредити а специфичко напрезање на притисак износи највише 90 кгрсм. Бетонски се зглобови дакле могу употребити само за средње распоне. Код бетонских зглобова на Leune-мосту у Halden-у (50·50 см.) конвексне су кривине израђене са 2,0 м полупречника а конкавне са 3,13 мет. Ови су бетонски зглобови израђени у мешавини 1. део цемента и 2. д. опраног и просејаног песка и 2. д. опраног шљунка. Мешање је извршено машинама. а количина воде тако је одмерена, да је бетонска маса по свршеном набијању постала нешто пластична. На место скупих ливених гвоздених калупа за заокругљене површине квадера употребљени су калупи од тврдог гипса,

За бетонске зглобове на мосту преко Мозела у Sauvage код Меца употребљена је ова мешавина 1. део цемента + 2. д. песка од 0 до 7мм величине зрна + 2. д. доломитског шљунка од кога је по једна трећина имала величину зрна од 4 до 15, и од 25 до 35 мм.

Гвоздени зглобови дејствују најпробитачније и стварни практични ефекат може се само код њих да увиди, јер много боље дејствују него сви досада наведени зглобови. Као рђава страна може се означити, да нису заклоњени од климатског утицаја и да су сразмерно скупљи јер мање трају. Да би се постигло равномерно преношење притисака, препоручује се, да се једна оловна плочица око 4 мм дебљине уметне између зглоба и ослоначког квадера.

Сл. 208— представља један армирани лучни бетонски мост са зглобовима, у Wilmersdorf - Berlin од округло 30 м чистог отвора а сам распон износи 24,40 м. Испуштени краци на ослонцима имају на првом месту задатак да на преломној фуги спрече и иначе знатно дејство линије притисака и да створе могућност, да свод, као и кад је узидан, буде приметно тањи ка темену, од 75 на 40 см. Смањивање дебљине од 75 на 65 ка ослонцима је незнатно. Неоправдана је претпоставка, да је најбоље, да се зглобови на ослонцима поставе на истом месту, где падају ослоначке фуге (код узиђивања). Испуштене краке на ослонцима са којима се обални стубови одупиру на лукове, као у сл. 208 не треба сматрати као повољно изабрате делове. При насипању од 25 см до доње ивице шина, узима се за стрелицу $^1/_{11}$ део распона.

Зглобови су израђени — слично као и покретна лежишта са чеповима (Bolzenkipplager) код гвоздених лукова—са лежишним столицама од ливеног гвожђа између којих је уметнут цилиндрички челичан чеп. Овакве зглобове представљају сл. 209 и 210.

Зглобови са ваљцима од ливеног челика имају мање полупречнике но камени зглобови. Више су за препоруку са теоријског гледишта, јер се њима може тачније да фиксира положај резултантне линије притиска. Сл. 217 представља конструкцију једнога зглоба на једноме мосту у Цириху, који је по Меланову систему израђен од ојачаног бетона. Ради поделе притиска на већу површину бетона овде је на место квадера израђено гвоздено сандуче, које је склопљено од лима и ваљаног гвожђа.

На мосту преко Изара код Гринвалда делови лежишних ваљака израђени су из једног комада од ливеног челика са углађеном површином и између њих и армираних бетонских квадера уметнута је оловна плоча од 4мм дебљине. При изради ових бетонских квадера, који су изливени у калупе од ливеног гвожђа са такође углачаном површинама, арматура је подједнако распоређена на целој висини, пошто се при извршеној проби показале пукотине на пробним телима у доњем мање армираном делу. Да би се челични зглобови сачували од рђе, фуге зглобова заливене су са цемент—малтером. У средини фуге убетониран је један слој асфалтног филца, да би се очувала покретљивост зглоба. —

Мостовски сводови, израђени по Меланову систему, врло су подесни за уметање зглобова, јер се могу врло лако и чврсто да монтирају са ребрима саме арматуре. Код Мелановог моста у Rauerbach-у (в. сл. 187.) начињен је само један зглоб у

1) Види Српски Технички Лист од 1891 год. стр. 7.

у темену. Циљ је овоме зглобу, да отклања сва напрезања на савијање у темену које има малу дебљину (45 см.) и да фиксира и саму потпорну линију. Овај мост има 26 м. распона и 1,8 м. високу стрелу.

Напослетку се препоручује, да се приликом израде пројекта за мостове са три зглоба, претходно одреде графијски потпорне линије за разне случајеве оптерећења Тачан аналитички прорачун ових ивичних напрезања извршује се доцније за више пресека и то одредбом момената језгра из утицајних линија. Графијско испитивање помоћу потпорне линије није тачно а дангубно је.

Најбоље је испитивање извршити по методи von Leibbranda помоћу зоне оптерећења[1])

VIII., **Скеле и грађење самог објекта.**

На грађење скела за засведене мостове мора се обратити нарочита пажња. За одредбу димензија за скеле у рачун се уноси $1^1/_2$ тежине самога свода, због неизбежних потреса приликом бетоновања

Код мостова са три зглоба, скела се у темену узвишава за 3 до 7 см. према величини распона и висини стреле.

За добру скелу мора се на првом месту да изврши тачна веза (спој) чворних тачака тако, да се терет свуда равномерно преноси и да се дрво не згњечи. Оплата се гради од дасака, које су на горњој површини глатко орендисане.

За скеле треба употребити само добро, суво, здраво и израсло дрвеће најбољег квалитета. Код већих мостовских објеката количина употребљеног дрвета износи $^1/_4$ до $^1/_5$ m^3 на 1 m^3 бетона (свод и патос). Природно је, да су ово подаци приближне и просечне вредности. Највише се употребљује стругано четвртасто дрвеће, само за доњи део скеле може се узети округло дрво. Уобичајене димензије дрвета виде се из сл. 212, 213 и 214. Оплата се гради од дасака 2—3 см. дебелих, које су горе орендисане а доле учепљене.

Нарочиту пажњу треба обратити на малу моћ напрезања код дрвета, нарочито на напрезања управно на правац влакана. Да би се избегло велико напрезање, дакле, да би се постигла боља подела терета, између дрвећа умећу се лимане плочице од 2 м. м дебљине, парчета од тврдог дрвета или гвоздене папуче.

На основу опита, које је вршио Föppl, баварска управа држав. жељезница прописала је ове граничне вредности за напрезање дрвета: за тврдо дрво косо на влакна 22 кгрсм² а управно на влакна 28 кгрсм². Leibbrand-Sigmaringen предлаже оносне вредности 28 и 80 кгрсм², кад се употребе гвоздени уметци. За обичне случајеве треба узети као граничне вредности 12 до 15 кгрсм² управно на правац влакана а 40 до 50 кгрсм² паралелно са правцем влакана са претпоставком да се употребе храстови или гвоздени уметци за поделу притисака.

Као помоћна средства за расклапање скела највише се препоручују гвоздени лонци напуњени са песком и кад су конструкција и песак добри, они су бољи и стабилнији од вретена са завртњима (Schraubenspindeln) и код већих скела нормални притисак може често изнети 15 до 20 t. на један лонац. Лонци са песком треба да су добро заптивени а песак треба да је ситно зрнаст и добро зажарен. Да песак остане потпуно сув, прелива се гудрон између храстове плочице и лонца, за тим се лонац и плочица покривају са капом од сегелтука, који не пропушта воду. Песак се испушта окретањем прстенова или отварањем чепова са завртњима.

Клинови за расклапање скела употребљују су само код засведених мостова мањих распона.

Бетоновање. Бетонски се сводови граде, као и камени, једновремено и симетрично у редовима са обе стране темена и то грађењем (набивањем) појединих ламела од бетона, 2 до 3 метра ширине а преко целе ширине моста и до укупне дебљине свода на довољном месту. Посао се тако раздели да се за један дан могу да израде најмање две бетонске ламеле. Пошто вештачко оптерећавање скеле, често смета при бетоновању, то се препоручује, да се бетонске ламеле тако распореде, да вештачко оптерећење не буде потребно. Разуме се, да распоред ламела зависи и од конструкције саме скеле. Не смеју се при томе појављивати јаке деформације и за то се ламеле прво бетонују изнад попречних тачака, па се напослетку простор између ламела довршава. Да би се за време бетоновања поједини бетонски слојеви држали на облој облози скела, ограничавају се дотичне ламеле са обе стране, са јаким талпама, које се радијално утврђују за скелу, да се дакле, бетонска маса ослања на тзв. вештачке ослонце. За ограничење ламеле на чеоним странама свода гради се такође јака дашчана облога или се на тим странама поставља раније израђена полога од бетонских квадера, који уједно служе и као мера за дебљину свода. Разуме се по себи, да се арматура пре почетка бетоновања распореди и утврди на скели. Код мостова са три зглоба, свод се завршује најпре на темену, по томе на ослонцима и напослетку на преломним фугама· Код сводова мањих распона могу се бетонске ламеле израђивати и у подужном правцу моста, чија величина треба да је толика, да се може за један дан да избетонира. Ако се хоће један свод

---

1) Упућујемо на књиге од: Tolkmitt-a; von Leibbranda; Färber-a Teichmann-a; Devitz-a; и Christopha. —

без прекида да довршн за један дан, онда се морају за то учинити нарочите припреме. Нпр. на лучном мосту преко „Jdriaschlucht“ од 44 мет. распона израђен је свод за само један дан помоћу 4 машине за мешање бетона, које је електрична снага покретала.

Сипање веће количине бетонске масе са високих скела на облогу сводне скеле треба у сваком случају избегавати. Набијање бетона врши се управно на полеђину свода, тангенционално само онда, кад је нагиб благ и то између двојне облоге. У том се случају облога сводове полеђине постепено намешта; у околини темена , где је нагиб блажији набија се опет управно на полеђину. Да се сагради чврст бетон треба набијати снажно и јако. Размере бетонских мешавина су различне, као што је то већ напред поменуто код разних конструкција. У опште је бетон земљане влаге, т.ј. влаге као земља, јачи од пластичног бетона, а овај последњи је напротив поузданији.

Из бојазни да се видне површине бетона не расцветају (искрљуштају), чешће со она на неки начин облажу. Влажан је бетон у опште више подложан крљуштању него ли суви. Кишница, која продире у бетон прима из цемента све растворљиве соли, које проузрокују крљуштање, и износи их на површину грађевине, где вода испари а растворене се соли ту сталоже, за то се препоручује за спољашње стране да се употреби цемент, који садржи најмање таквих соли. За видне површине боље је употребити потпуно пластички спремљени бетон 1 : 3 и добро га набити са лимовима.

Да би бетон имао довољно времена да се добро стврдне, треба дуго да остане на оплати, за то скидање скела не треба отпочети пре пет недеља рачунећи од дана, кад је бетоновање завршено. Грађење пешачких стаза, ограде коловоза, шосирање и т.д. не треба предузимати пре но што се скела попусти,

Скидање скела. Овај посао треба брижљиво и пажљиво вршити, Расклапање скела почиње од средине ка ослонцима. Код мостова са три зглоба дошло се до искуства, да расклапање скела треба отпочети и у срединама кракова па се кретати ка зглобовима. При расклапању скела треба теодолитом посматрати и свод и стубове.

Расклапање скела са моста преко Изара у Гринвалду предузето је тек после три месеца за које се време бетон довољно стврднуо. При расклапању употребљено је 28 поузданих људи, од којих је сваки имао при себи по једну металну чашу од 0,25 литара, кључ за завртње и једну малу кашику. На дати сигнал једновремено су попуштени шрафови на пешчаним лонцима код оба лука, а испод средњих јармова, и сваки је радник избацио из лонца по једну чашу песка. Овако је рађено и са осталим јармовима ка ослонцима, тако да је наступило постепено слегање лука почев од темена и свод је после 3 сата рада био ослобођен. (Било је укупно 154 лонца са песком)

Пошто се довршн расклапање скела онда се предузима:

Пробно оптерећење. За друмске и железничке мостове за ово оптерећење узимају се иста средства, као и при прорачунавању као ваљци и локомотива. За пешачке мостове узима се подједнако раздељено оптерећење од 400—800кгр/см.² Стално као и пролазно повијање фиксира се са апаратима (Griotscher ов, Bauschinger-ов или Fränkel-ов апарат.) При томе треба теодолитом посматрати и евентуелно тонење стубова и тачно осмотрити све пукотине на грађевини и савесно их избележити. —

За један бетонски лучни мост за пробно оптерећење употребљен је друмски ваљак од 18 t. а сам мост је рачунат за теретна кола од 12 тона или за ваљак од 6 тона са додатком 400 кгр/м² људске навале. Употребљени су прости апарати за мерење прегибања (4. комада). На мостовским срединама тачно су утврђене висине оба лука, и исто тако нивелманом су утврђени: горња површина коловоза у средини моста и на оба ослонца. Пробно оптерећење вршено је овако:

1.) Парни је ваљак брзо прешао преко моста испод кога ради сигурности није било људи.

2.) Парни је ваљак лагано дошао до средине моста и ту је дуже времена стајао. Прочитано прегибање (1 односно 1,5 м/м.) изчезло је кад је ваљак уклоњен.

3.) Парни је ваљак више пута долазио до средине моста са разним брзинама и на разним местима; и при томе није се приметило заостало прегибање.

4.) Парни је ваљак пуштен до средине моста уза саму ивицу коловоза, где је дуже времена стајао. Очитано прегибање од 2 мм. ишчезло је кад је терет уклоњен. —

22. октобра 1909 г.
Врање.

Свет. Јовановић
виши инжењер

Прорачунавање статички неодређених крутих рамова

Инж. **КАРЕЛ СКОРКОВСКИ.**

(СА СЛИКАМА НА ЛИСТУ 11.)

Изложимо у кратко начин, којим се може употребити став о виртуелном раду, као основ за рачунање статички неодређених конструкција у случајевима које хоћемо да испитамо.

Кад на неку конструкцију дејствују терети као спољне силе, онда се изазивају у конструкцији унутарње силе. Кад пак систему тачака у којима дејствују све силе саопштимо бескрајно мали покрет, али свакојако покрет који је по конструкцији могућан, онда вреди став:

Збир виртуелних радова свих спољних сила мора бити једнак раду свију унутарњих сила.

Под вертуелним радом разумемо производ из силе и пројекције оног бескрајно малог пута на правац силе. У пракси, примењујемо принцип виртуелног рада и за мале коначне покрете.

На пример, код решеткастих конструкција услед дејства сила P на чворовима и отуд резултујуће реакције изазивају се у штаповима унутарње силе S. Ако конструјишемо деформацију такве конструкције, онда ћемо добити померање свију чворова које померање дана конструкција доиста допушта и ако је оно доста мало, онда можемо применити и на тај случај једначину о једнакости виртуелних радова:

$$\Sigma P \triangle p + \Sigma R \triangle r - \Sigma S \triangle s = o$$

где значи:

$\triangle$ p пројекцију пута нападне тачке силе P на правац силе P.

$\triangle$ r пројекцију пута нападне тачке реакције на правац реакције.

$\triangle$ s измену дужине штапа s услед силе. S. (Види Шолин: Грађевинска Механика).

Посматрајмо један крив носач сл. 1. Лист 11. чија је дужина наспрам осталих димензија тако велика, да се при срачунавању деформације може узети у рачун само она у подужном смислу а остале промене да се могу занемарити. Средина носача је крива површина и нека спољне силе дејствују у тој површини. Замислимо два бескрајно блиска пресека I. II. и међу њима елементаран делић дужине ds пресека dF. Дејством спољних сила јављају се у елементарном делићу нормална напрезања (остала занемарујемо) на пр. за део о коме говоримо, напрезање σ а на целу површину dF. сила $\sigma \cdot dF = S$. Промену дужине елементарног делића означимо са $\triangle$ ds па је виртуелни рад силе s дат изразом $S. \triangle ds$, а виртуелан рад свих унутарњих силаи $\int \triangle ds = \int \sigma \, dF. \triangle ds$.

Узмемо ли у обзир нарочито оптерећење силама $P_1, P_2, P_3, \ldots$, које изазивају реакције $C_1, C_2 \ldots$, и унутарње силе S, онда можемо написати једначину виртуелног рада у аналогом облику као и за решеткасте конструкције у сличном случају:

$$\Sigma P . \triangle p + \Sigma C \triangle c = \int \sigma \, dF \triangle ds$$

при том $\triangle$ p значи померања нападне тачке сила P у смислу дотичне силе и $\triangle$c померање нападних тачака реакција C у правцу самих реакција, све услед деформације $\triangle$ ds.

Означимо још ds dF. = dV = запремини елементарног делића, па горња еквација добија овај облик.

$$\Sigma P . \triangle p + \Sigma C \triangle c = \int \sigma \frac{\triangle ds}{ds} dV \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

$$\text{јер је } dF = \frac{dV}{dF}$$

При статички неодређеним конструкцијама ове врсте бива могуће увођењем извесних претпостава-ка које упрошћавају рачун, извести зависност између оптерећења, реакција и унутарњих сила у облику линеарних једначина. Из дане конструкцције излучимо онолико чланова — означимо их са x', x'', x''' . . . колико је потребно да би конструкција прешла у статички одређену. У тако створеној статички одређеној конструкцији израчунајмо по ма којој познатој методи за дата оптерећења одговарајуће непознате количине као и реакције и унутарња напрезања. Означимо их са C_0 и σ_0.

Уплив излучених елемената одредићемо тиме што ћемо их поступно увести као спољне силе које дејствују на конструкцију (статички одређену) као неоптерећену. Пошто не знамо њихову величину, увешћемо место правих сила x', x'' x''' . . . привремено $x' = 1$, $x'' = 1$ . . . и одредимо опет реакције и напрезања услед таквог оптерећења, дакле количине: C', σ'; C'', σ'' . . . Према томе ће истинске силе произвести реакције $C' x'$, $C'' x''$. $C''' x'''$ . . . и напрезања $\sigma' x'$, $\sigma'' x''$, $\sigma''' x'''$ . . . .

У истини све те величине оптерећења x', x'', . . дејствују једновремено и њихово се заједничко дејство сабира и резултујуће реакције и унутарња напрезања првобитне конструкпије дати су изразима:

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots \\ C &= C_0 + C' x' + C'' x'' + \ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Величине $x', x'', x''' \ldots$ одредићемо помоћу једначине о виртуелном раду (D'Allambert - ов принцип).

За случај, да дејствује само $x' = 1$, сматраћемо да су остале количине x'', x''', . . . равне нули па ћемо по једначини (1) добити вредности: $P = o$, $C = C'$, $\sigma = \sigma'$ и једначину виртуелног рада:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\, C' \triangle c &= \int \sigma \frac{\triangle ds}{ds} \cdot dV \\ \text{слично за } x'' &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ 3)$$

$$\Sigma\, C'' \triangle c = \int \sigma'' \frac{\triangle ds}{ds} \cdot dV$$

Оваквих једначина има онолико колико непознатих x, и вреде за ма каква померања $\triangle c$ и $\triangle$ ds само ако су померања довољно малена и ако су према систему конструкције могућна. У пракси употребљујемо корисно померања која наступају услед деформације од дејства спољних сила и промене температуре. Померања тачака потпорних конструкција (лежишта) цене се, а деформацију елемента добијамо по познатом обрасцу:

$$\triangle ds = \frac{\sigma ds}{E} + \varepsilon t \,.\, ds$$

У том изразу значи:

E модул еластичности материјала

ε сачинилац истезања материјала за промену температуре за 1 ^{0}C.

t разлику температуре степенима C

У једначину 3) уведимо ово, па је:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\, C' \triangle c &= \int \frac{\sigma' \sigma}{E} d\,V + \int E + \sigma' \, dV \\ \Sigma\, C'' \triangle c &= \int \frac{\sigma'' \sigma}{E} \, dV + \int \varepsilon\, t\, \sigma'' \, dV \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ 4)$$

Из једначине 2) добијамо парцијалне диференцијале:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x'} = \sigma', \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x''} = \sigma'', \quad \ldots\ldots \text{ и т. д.}$$

И сад можемо једначине под (4) писати у општем облику:

$$(5).\ \Sigma\, C \triangle c = \mathbf{L} = \int \frac{\sigma}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \, dV + \varepsilon\, t \frac{\partial \sigma}{\partial x} \, dV.$$

Где L значи виртуелан рад реакције

У таквом облику можемо написати онолико једначина (5) колико имамо непознатих x; из тих једначина израчунати све количине x и заменом у једначину (2) одредити одговарајућу вредност реакције C и напрезање σ.

Испитајмо подробније неколике случајеве статички неодређених правих носилаца изложених савијању. (Уплив топлоте привремено занемаримо.)

Напрезање дато је изразом:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M \,.\, v}{J}$$

где значи: N резултанту сила подужно оптерећеног пресека F, M је моменат савијања, v ордината тачке у којој посматрамо напрезање, мерена од тежишта пресека; J моменат лењивости носача. Претпоставља се, да раван спољних сила пролази кров једну главну осу пресека. (Види Müller-Breslau: „Die neueren Methoden der Festigkeitslehre“).

Уопште вред једначине (2):

$$C = C_0 + C' x' + C'' x'' + \ldots$$
$$\sigma = \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots$$

Где значе: x', x'', x''', ... оне величине које је нужно издвојити, да би смо посматрани статички неодређен систем претворили у статички одређен.

C_0 и σ_0 су реакција и унутрашње напрезање оног статички одређеног система, који постаје из првобитног занемарењем свију x (т. зв. главног система) а под дејством даних оптререћења;

C', σ' су реакција и напрезање истог статички одређеног система кад на њ дејствују само $x' = 1$.

C'', σ'' исто тако за $x'' = 1$

У нашем случају је:

$$\sigma' = \frac{N'}{F} + \frac{M'v}{J}\,; \quad \sigma'' = \frac{N''}{F} + \frac{M''\,v}{J} \ldots\ldots$$

. . . и т, д. и $dV = dx\, dF$

Уведено у једначину (4.) добијамо:

$$L' = \frac{\sigma\sigma'}{E} dV = \iint \left(\sigma \frac{N'}{7} + \sigma \frac{M'v}{J}\right) \frac{dx\, dF}{E} =$$

$$= \int \frac{N' dx \int \sigma \, dF}{E\, F} + \int \frac{M dx \, v \;\; \sigma d\mathbf{F}}{E\, J}$$

али је:

$$\int \sigma \, d\mathbf{F} = N \quad v'. \int \sigma \,.\, d\mathbf{F} = M \text{ па је:}$$

$$\left.\begin{aligned} L' &= \int \frac{N N' dx}{E\, \mathbf{F}} + \int \frac{M M' \, dx}{EJ} \\ \text{а слично томе:} & \\ L'' &= \int \frac{N N'' dx}{E\, F} + \int \frac{M M'' \, dx}{E\, J} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ 6.)$$

Једначину 2 можемо за наш случај преобразити овако:

из: $\sigma = \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots$ добија се:

$$M = M_0 + M' x' + M'' x'' + \ldots$$
$$N = N_0 + N' x' + N'' x'' + \ldots$$

Нађимо извод по x па добијамо:

$$\frac{\partial M}{\partial x'} = M', \quad \frac{\partial N}{d x'} = N'$$

$$\frac{\partial M}{d X''} = M'' \quad \frac{\partial N}{\partial X''} = N' \text{ и т. д.}$$

Ово уведено у једначину (6) даје:

$$L' = \int \frac{N}{EF} \frac{\partial N}{\partial X'} dx + \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X'} dx$$

$$L'' = \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial X''} dx + \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X''} dx \text{ и т. д. . . .}$$

У опште:

$$L = \int \frac{N}{EF} \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} dx \quad , \quad . \quad . \quad 7)$$

што представља основну једначину за решавање статички неодређених система код правих носача ако се занемари уплив температуре.

A

Изаберимо одређен пример, који се у пракси често јавља у конструкцијама од армираног бетона, и то:

Чврст рам састављен из хоризонталног носача и вертикалних стубова усађених у темеље. (Сл. 2.)

Оптерећење је скроз силама P чија је резултанта R. Уплив подужних сила занемаримо што је допуштено код виших стубова.

На темељима јавиће се косе реакције које дејствују мимо тачака *a* и *b*. Њих можемо разложити на шест непознатих:

$$H_a \text{ , } A, M_a \text{ , и } H_b \text{ , } B \text{ и } M_b.$$

За ових шест непознатих имамо само три статичка услова равнотеже; према томе је овај систем троструко статички неодређен.

По обичном поступку морамо издвајањем трију непознатих преобратити дату конструкцију у статички одређену, што ће најподесније бити ако претпоставимо да је лежиште *a* стално, а лежиште *b* да је покретно тако, да се може кретати по хоризонталној равни (сл. 3). Тиме смо избацили оба момента и хоризонталну силу H_b.

Главни систем је сад лако решити:

$$A_0 = \frac{R.r_b}{l}; \quad B_0 = \frac{R.r_a}{l} \quad ; H^0_a = R \cos \alpha.$$

Означимо нападне моменте главног система: $\mathfrak{M}_0$ за део *a c*, $\mathfrak{M}_1$. за део *cd* и $\mathfrak{M}_2$ за део $\overline{db}$; па је:

$$\mathfrak{M}_0 = H^0_a\, y - \sum_0^y (P)\, y$$

$$\mathfrak{M}_1 = H^0_a\, v + A_0\, x - \sum_0^x (P) x$$

$$\mathfrak{M}_2 = - \sum_0^y (P)\, y$$

$\sum_0^y (P) y$, $\sum_0^x (P)\, x$ и т. д. значе моменте спољних сила за дотични пресек.

На овај главни систем пустимо да дејствују поступно све изостављене величине и за сваки случај одредимо реакције и моменте савијања.

Ако дејствује само H_b у тачци b (сл. 4) онда ће у тачци *a* изазвати реакцију $H'_a = - H_b$ и моменте:

$$M'_0 = - H_b\, y \,;\, M_1' = - H_b\, x \,;\, M'_2 = - H_b\, y$$

Ако ли дејствује само моменат M_a (сл. 5) онда:

$$A'' = \frac{M_a}{l} = - B'' \,;\, M_0'' = M_a$$

$$M_1'' = M_a - A''\, x = M_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) = \frac{M_a\, x'}{l}$$

$$M_2'' = 0$$

Слично ако дејствује само M_b:

$$A''' = \frac{M_b}{l} = - B''' \,;\, M_0''' = 0 \,;\, M_1''' = \frac{M_b\, x}{l}$$

$$M_2''' = M_b$$

Пређимо на основни систем:

$$\left.\begin{aligned} H_a &= - H^0_a + H'_a \\ A &= A_0 + A''' - A'' \\ B &= B_0 + B'' - B''' \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} M_0 &= \mathfrak{M}_0 + M'_0 + M''_0 + M'''_0 \\ &= H^0_a\, y - \sum_0^y (P)\, y - H_b \,.\, y + M_a \\ M_1 &= \mathfrak{M}_1 + M_1' + M_1'' + M_1''' \\ &= H^0_a\, v + A_0\, x - \sum_0^x (P)\, x - H_b\, v + \\ &\quad \frac{M_a\, x' + M_b\, x}{l} \end{aligned}\right\} 8$$

$$\left.\begin{aligned} M_2 &= \mathfrak{M}_2 + M_2' + M_2'' + M_2''' = \\ &= - \sum_0^y (P)\, y - H_b\, y + M_b \end{aligned}\right\}$$

Непознате H_b , M_a , M_0 , добићемо по једначини:

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} d\, x = 0 \text{ - - - - - - - - - - - - - - - - - - } (7')$$

која излази из једначине (7) ако у њој занемаримо уплив подужних сила и ако ставимо да је померање лежишта = 0; Биће дакле i L = 0.

Означимо са: J моменат лењивости стубова *a c* и *d b*; са J_1 мом. лењив. носиоца *c d*. и означимо још размеру $\frac{J_0}{J_1} = k$.

У даљем извођењу предпоставићемо сем тога да су пресеци носиоца и стубова стални, и онда се

таква конструкција може чисто рачунски одредити. (Међутим ако та сталност не би постојала, но би били пресеци промењиви, онда би рачунско решење било отежано и била би за препоруку употреба графичких метода).

Кад још претпоставимо да је и модул еластичности E за све делове сталан, онда за наш случај добијамо ове једначине:

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H_b}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b}\, dx +$$

$$\int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial H_b}\, dy = 0 \ldots (a)$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial M_a}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_a}\, dx +$$

$$\int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial M_a}\, dy = 0 \ldots (b)$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial M_b}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_b}\, dx +$$

$$\int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial M_b}\, dy = 0 \ldots (c)$$

Из једначина бр. (8) излази:

$$\frac{\partial M_0}{\partial H_b} = -y \quad \frac{\partial M_1}{\partial H_b} = -v. \quad \frac{\partial M_2}{\partial H_b} = -y$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H_b} dy = -\int_o^v H^0_a\, y \,.\, y \,.\, dy + \int_o^v \Sigma_a^y (P)_y\, y.\partial y +$$

$$+ \int_o^v H_b \,.\, y.y\, dy - \int_o^v M_a\, y \,.\, dy =$$

$$= -H_a{}^0 \frac{v^3}{3} + (\pi_0)_a + H_b \frac{v^3}{3} - M_a \frac{v^2}{2} \ldots (a')$$

$\int_o^v \Sigma_o^y (P)_y \,.\, dy$ је моментна површина дела ac сматраног као у а слободан а у с узидан — Означимо је са π_0. $\int_o^v \Sigma_o^y (P)_y \,.\, y \,.\, dy$ је статички моменат те површине у односу на тачку a; означимо га са $(\pi_0)_a$

$$k \int_0^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b}\, dx = k \left[-\int_0^l H_a{}^0\, v.\, v.\, dx - \int_0^l A_0 x.v.\, dx \right.$$

$$+ \int_0^l H_b\, v.\, v,\, dx + \int_0^l \Sigma_0^x (P)_x \,.\, v.\, dx -$$

$$\left. - \int_0^l \frac{M_a\, x'\, M_b\, x}{l}\, v \,.\, \partial x \right]$$

$$= k \left[-H_a{}^0 v^2 l - A_0 v \frac{l^3}{2} + H_b\, v^2 l + v\, \pi_1 - \right.$$

$$\left. - M_a\, v .- \frac{l}{2} M_b \,.\, v \,.\, \frac{l}{2} \right] \ldots (a'')$$

где опет π_1 значи моментну површину дела $c\,d$ за случај да је носилац $a\,c\,d$ у a слободан а у d узидан.

$$\int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial H_b}\, dy = \int_o^v \Sigma_o^y (P)_y\, y\, dy + \int_o^v H_b\, y \,.\, y\, dy -$$

$$- \int_o^v M_b \,.\, y\, dy = (\pi_2)_b + H_b \frac{v^3}{3} - M_b \frac{v^2}{2} \ldots a'''$$

Уведемо ли вредности из једначина (a'), (a''), (a''') у једначину (a) и средимо добијамо:

$$(\pi_0)\, a + kv \,.\, \pi_1 + (\pi_2)_b - R_o \left[v \,.\, \cos\alpha \left(\frac{v}{3} + kl \right) + \right.$$

$$\left. \frac{kl r_b}{2} \right] + H_b\, v^2 \left(\frac{2v}{3} + kl \right) - (M_a + M_b) \frac{v}{2}$$

$$(v + kl) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (A)$$

Вредности из једначине (b):

$\frac{\partial M_o}{\partial M_a} = 1$; $\frac{\partial M_1}{\partial M_a} = \frac{x'}{l}$; $\frac{\partial M_2}{\partial M_a} = 0$ дају:

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_o}{\partial M_a}\, dy = \int_v^o H^0_a\, y \,.\, dy - \int_v^o \Sigma_o^y (P)_y\, \partial y -$$

$$- \int_o^v H_b\, y\, dy + \int_o^v M_a\, dy = H^0_a \,.\, \frac{v^2}{2} - \pi_0 -$$

$$- H_b \frac{v^2}{2} + M_a \,.\, V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b.')$$

$$K \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_a} \,.\, dx = K \left[\int_o^l H^0_a \quad v \,.\, \frac{x'}{l}\, dx + \right.$$

$$+ \int_o^l A_o x \frac{x'}{l} dx - \int_o^l \Sigma_o^x (P)_x \quad \frac{x'}{l}\, dx - \int_o^l H_b\, v \quad \frac{x'}{l} dx +$$

$$\left. + \int_o^l \frac{M_a\, x' + M_b\, x}{l} \frac{x'}{l}\, dx \right] = K \left[H^0_a \frac{v\, l}{2} + \right.$$

$$+ A_o \frac{l^2}{6} - \frac{1}{l} (\pi_1)\, d - H_b \frac{v\, l}{2} +$$

$$\left. + M_a \frac{l}{3} + M_b \frac{l}{6} \right] \ldots\ldots\ldots (b'')$$

Кад то уведемо у једначину (b) добијамо:

$$- \pi_0 - \frac{\kappa}{l} (\pi)\, d + \frac{R}{2} \left[v \,.\, \cos\alpha \;(v + \kappa l + \right.$$

$$\left. + \frac{k.l.r_b}{3} \right] - H_b \quad \frac{v}{2} \;(v + \kappa l) + M_a \left(v + \frac{\kappa l}{3} \right) +$$

$$M_b \quad \frac{\kappa l}{6} = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots B$$

Вредности једначине с:

$$\frac{\partial M_0}{\partial M_0} = o; \int \frac{\partial M_1}{\partial M_b} = \frac{x}{l}; \int \frac{\partial M_2}{\partial M_b} = 1; \quad \kappa \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_b}\, dx =$$

$$= \kappa\left[\int_o^l H^0 a \quad v\,\frac{x}{l}\,dx + \int_o^l A_o\, x\,\frac{x}{l}\,dx - \int_o^l \Sigma_o^x (P) x\,\frac{x}{l}\,dx - \int_o^l H_b\, v\,\frac{x}{l}\,dx + \int_o^l \frac{M_2\, x' + M_b\, x}{l}\,\frac{x}{l}\,dx\right] = \kappa\int_o^l H^0 a\,\frac{v\,l}{2} + A_0\,\frac{l^2}{3} - \frac{1}{l}\,(\pi_1)c - H_b\, v\; l/_2 + M_a\; l/_6 + M_b\,\frac{l}{3}\Big] \quad . \quad . \quad . \quad , \quad . \quad (c''$$

$$\int_o^v M_2\,\frac{\partial M_2}{\partial M_b}\,dy = -\int_o^v \Sigma_o^y (P) y\,dy - \int_o^v H_b\, y\,dy + \int_o^v M_b\,dy = -\pi_2 - H_b\,\frac{v^2}{2} + M_b\, v.$$

Уведимо ово у једначину за (c):

$$-\pi_2 - \frac{\kappa}{1}(\pi_1)c + Rl\left[\frac{v.\,\kappa\cos\alpha}{2} + \frac{\kappa r_b}{3}\right] - Hb\,\frac{v}{2}(v + \kappa l) + \frac{M_a\,\kappa l}{6} + M_b\left(v + \frac{\kappa l}{6}\right) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (C)$$

Тиме смо добили систем трију једначина: (A), (B) и (C). За опште оптерећење; из њих можемо израчунати непознате H_b , M_a M_b а из ових M_0 M_1 и M_2

Пређимо на одређене случајеве оптерећења код којих се наведене једначине знатно упросте:

1). **Равномерно оптерећење q само на хоризонталом носиоцу** (сл. 6.)

За овај случај вреди:

$$\pi_0 = \pi_2 = 0; \pi_1 = \int_0^l \frac{q\,x^2}{2}\,dx = \frac{q\,l^3}{6}$$

$$(\pi_1)c = \int_0^l \frac{q\,x^2}{2}\,x\,dx = \frac{q\,l^4}{8}; \quad (\pi^1)d = \int_0^l \frac{q\,x^2}{2}\,(l - x)\,dx = \frac{q\,l^4}{24}; R = ql; \operatorname{Cos}\alpha = o; \; r_b = \frac{l}{2}$$

$$M_o = M_b$$

Једначине A, B и C добијају овај облик;

$$(A) \quad \kappa v\,\frac{q\,l^3}{6} - \frac{ql v\,\kappa l^2}{4} + H_b\, v^2\left(\frac{2}{3}v + \kappa l\right) - M_a\, v\,(v + \kappa l) = 0$$

$$(B) \quad -\frac{\kappa}{l}\,\frac{ql^4}{24} + \frac{ql}{2}\,\frac{\kappa l^2}{6} - H_b\,\frac{v}{2}\,(v + \kappa l) + M_a\left(v + \frac{\kappa l}{2}\right) = o$$

Средимо обе једначине и саберимо их па ћемо добити:

$$M_a = \frac{H_b\,.\,v}{3}$$

Заменом у (A) излази:

$$H_b = \frac{q\kappa l^3}{4v\,(v + 2\kappa l)} = H_a$$

Даље је за овај случај:

$$M_o = -H_b\, y + M_a = H_b\left(\frac{v}{3} - y\right)$$

Моменат у тачци c:

$$M_c = -H_b\, v + M_a = H_b\left(\frac{v}{3} - v\right) = -\frac{q\kappa l^3}{6\,(v + 2\kappa l)}$$

Моменат у средини носиоца cd:

$$M_s = M_c + \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{24}\cdot\frac{(3v + 2\kappa l)}{(v + 2\kappa l)}$$

Из овог обрасца могу се извести још многи закључци корисни за праксу. Уплив везе између стубова и носиоца јавља се у том, што се у рогљевима (c, d) јављају негативни моменти који смањују позитивни моменат у средини носача, и појачава слабије димензионовани носилац.

Мера смањивања позитивног момента зависи од размере између висине стуба и дужине носиоца и на размери момената лењивости оба та дела κ.

Ставимо $v = 0$ па добијамо:

$$M_s = \frac{q\,l^2}{24}$$

т. ј. вредност при потпуном узиђивању. Исто то излази и за $\kappa = \infty$.

Ставимо ли на пр. $\kappa = 2$, $v = \frac{l}{2}$ онда је:

$$M_s = \frac{ql^2\,(3\; l/_2 + 2\,.\,2l)}{24\;\;(l/_2 + 2\,.\,2\,l)} = \frac{q\,l^2}{19{,}6}$$

вредност још врло подесна за димензионовање нослаца.

2. **Концентрисан терет P на хоризонталном носачу** (сл. 7.)

$$\pi_0 = \pi_2 = 0; \pi_1 = \int_p^l P\,(x - p)\,dx = \frac{P\,p'^2}{2}$$

$$(\pi_1)\,d = \frac{P\,p'^2}{2}\left(l - \frac{p'}{3}\right)$$

Једначине (A), (B), (C):

$$\kappa\,.\,v\,.\,\frac{P\,p'^2}{2} - \frac{P\,.\,v\,.\,\kappa\,l\,p'}{2} +$$

$$+ H_b\, v^2\,(^2/_3\, v + \kappa l) - (M_a + M_b)\,\frac{v}{2}\,(v + \kappa l) = 0 \ldots (A')$$

$$-\frac{\kappa}{l}\,\frac{P\,.\,p'^3}{6} + \frac{P}{2}\,\frac{\kappa l p'}{3} - H_b\,\frac{y}{2}\,(v+\kappa l) +$$

$$+ M_a\left(v + \frac{\kappa l}{3}\right) + M_b\,\frac{\kappa l}{6} = 0 \ldots\ldots (B')$$

$$-\frac{\kappa}{l}\,\frac{P\,p'^2}{2}\left(l - \frac{p'}{3}\right) + \frac{P\,l\,\kappa p'}{3} - H_b\,\frac{v}{2}$$

$$(v + \kappa l) + M_a\,\frac{\kappa l}{6} + M_b\left(\frac{\kappa l}{3} + v\right) = 0 \ldots (C')$$

Кад решимо ове једначине и унесемо скраћење

$$\frac{h}{\kappa l} = \varphi$$

добићемо вредности:

$$H_a = H_b = \frac{3\,P\,pp'}{2vl(2+\varphi)}$$

$$M_a = \frac{P\,pp'}{2l}\left[\frac{1}{2\,\varphi} - \frac{\varphi - 2\,p}{l}\cdot\frac{1}{1+6\varphi}\right]$$

$$M_b = \frac{P\,pp'}{2l}\left[\frac{1}{2+\varphi} + \frac{l-2p}{l}\cdot\frac{1}{1+6\varphi}\right]$$

3.) **Притисак земље на оба стуба.**

(Сл. 8.)

Означимо целокупни притисак земљишта са Z и претпоставимо да резултанта притиска дејствује хоризонтално у висини $^1/_3$ стуба. Површина која преставља притисак дата је троуглом чија је основица

$$a\,a' = \frac{2\,Z}{v}$$

Одредимо сад поједине потребне изразе:

$$\pi_0 = \pi_2,\ (\pi_0)a = (\pi_2)b, \pi_1, (\pi_1)c, (\pi_1)d$$

$$\sum_o^y (P)_y = Pl\,(aa'a''a''' \cdot \frac{y}{3}\ \frac{2\,\overline{aa'} + \overline{a''a'''}}{\overline{aa'} + \overline{a''a'''}} =$$

$$= \frac{Z}{v}\left[1 + \frac{y'}{v}\right] y\,.\,\frac{y}{3}\cdot\frac{2v+y'}{v+y'} =$$

$$= \frac{Z}{2\,v^2}\,y^2\,(3\,v - y)$$

$$\pi_0 = \pi_2 = \int_0^v \sum_o^y (P)_y\,.\,dy = \frac{Z\,v^2}{4}$$

$$(\pi_0)a = (\pi_2)b = \int_0^v \Sigma\,(P)_y\ .\,y\,dy = \frac{11}{60}\ Z\,.\,v^3$$

$$\sum_o^x (P)_x = Z\,.\,^2/_3\,.\,v$$

$$\pi_1 = \int_0^l \sum_o^x (P)_x\,dx = {}^2/_3\,Z\,.\,v\,.\,l$$

$$(\pi_1)c = (\pi_1)d = \frac{Z\,.\,V\,.\,l^2}{3}$$

Даље је: $R = o$; $M_a = M_b$

Кад то све заменимо у једначине (A) и (B) и уредимо их, добијамо:

$$\frac{11}{30}\,Z\,v^2 + {}^2/_3\,Z\,.\,v\,\kappa l + \kappa l\,[v\,H - M\,a] +$$

$$+ H\,{}^2/_3\,v^2 - M_a\,.\,v = o$$

$$-\frac{Z\,.\,v^2}{2} - {}^2/_3\,Z\,.\,v\,.\,\kappa l - \kappa l\,[v\,H - M\,a] -$$

$$- H\,.\,v^2 + 2\,M_a\,.\,v = o$$

Из ових двеју добијамо:

$$-{}^2/_{15}\,Z\,.\,y - \frac{H\,v}{3} + M_a = o$$

из које излази:

$$M_a = \frac{2}{15}\,Z\,.\,v + \frac{H\,.\,y}{3}$$

Заменом у једну од горњих једначина добијамо:

$$H = -\frac{Z\,[^7/_2\,v + 8\,\kappa l]}{5\,(v + 2\kappa l)}$$

Знак — значи, да сила H дејствује у противном смислу но што смо при општем извођењу једначина претпостављали.

Одредимо још моменат у тачки c:

$$M_c = H.\,v + M_a - Z.\,2/3\,v = -\frac{Z\ v^2}{15\,(v + 2\,\kappa)}$$

Као што се види услед земљиног притиска повећава се негативан моменат у кутовима c и d; Тиме се још већма смањује позитивни моменат на носиоцу c d који произлази од вертикалног оптерећења.

4.) **Равномерно хоризонтално оптерећење** q **на стубу a c** (н. пр. притисак ветра) (сл. 9.)

У овом случају је:

$$R = qv,\ \cos\alpha = r_b = -\frac{v}{2}$$

$$\pi_o = \int_o^v \frac{q\,y^2}{2}\,dy = \frac{q\,v^3}{6}\ ;\ \ \pi_2 = o$$

$$(\pi_o)a = \int_o^v \frac{q\,y^2}{2}\,y\,d\,y = \frac{q\,v^4}{8},\ \ (\pi_2)b = o$$

$$\pi_1 = \int_o^l \frac{q\,v^2}{2}\,dx = \frac{qv^2\,l}{2}\ \ (\pi_1)\,d = (\pi_1)c = \frac{q\,v^2\,l^3}{4}$$

Ако ове вредности уведемо у једначине A) B) C) и решимо их добијамо:

$$Hb = \frac{q \cdot v}{8} \frac{2v + 3\kappa l}{v + 2\kappa l}, \quad Ha = qv - Hb$$

$$Ma = -\frac{q\,v^2}{2}\left[\frac{\frac{5}{6}v + \kappa l}{2\,(v + \kappa l)} + \frac{v + \frac{\kappa l}{4}}{3\left(v + \frac{\kappa l}{6}\right)}\right] + \frac{v(2/3v + \kappa l}{v + \kappa l}.$$

5. **Уплив промене температуре** био је изражен у опште у једначини (4) чланом $\varepsilon + \sigma\, d\, V$

Претпоставимо да је промена температуре истоветна у свима тачкама пресека. И пишимо опет према првобитном извођењу место dV: d x d F па је

$$\int \varepsilon\, t\, \sigma'\, d\, V = \iint \varepsilon\, t\, \sigma\, dx\, dF = \int \varepsilon\, t\, d\, x \int \sigma\, dF =$$

$$= \int \varepsilon\, t\, H'\, d\, x$$

Једначину виртуелног рада можемо написати у општем облику:

$$L = \int \frac{M}{E\,J} \frac{\partial\, M}{\partial\, x}\, dx + \int \varepsilon\, t\, \frac{\partial\, N}{\partial\, x}\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

(при чему је занемарен члан:

$$\int \frac{N}{E\,F} \frac{\partial\, N}{\partial\, x}\, dx) \ .$$

Крути рам са стубовима усађеним у темељима преобразићемо на горе показани начин у статички одређен систем, који, пошто није оптерећен теретима, нема реакције нити унутарњих напрезања, те према томе:

$$H^0a = H^0b = o \quad \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = o$$

$$\mathfrak{N}_0 = \mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2 = o$$

За случај, да дејствује само Hb (сл. 4.) имамо:

$$Ha' = -Hb \quad N_0' = N_2 = o, \quad N_1 = -Hb$$

$$M_0' = M_2' = -Hb\ y, \quad M_1' = -Hb\ .\ v\ .$$

Пошто је конструкција симетрична, то су моменти узмањивања једнаки и можемо даља два случаја оптерећења спојити, т. ј. да узмемо да дејствују оба момента $Ma = -Mb$ истовремено. Па имамо:

$$A'' = B'' = o_1 \quad Ha'' = Hb'' = o \quad N_0 = N''_1 = N_2'' = o$$

$$M_0'' = M_1'' \quad M_2'' = Ma$$

Пређимо на првобитни систем:

$$Ha = -Hb, \quad N_0 = N_2 = 0\ ; \quad N_1 = -Hb,$$

$$M_0 = M_2 = -Hb\ y + Ma, \quad M_1 = -Hb\ .\ v + Ma$$

Ставимо опет $\frac{J_0}{J_1} = \kappa$, L = o место H:

$$Ha = Hb \text{ и место E: } E_0 = E_1$$

па ће једначина (9) добити овај облик:

$$2\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H}\, dy + \kappa \int_0^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H}\, dx +$$

$$+ 2\int_0^l \varepsilon\, t\, E\, J\varepsilon \frac{\partial N_0}{\partial H}\, \partial y + \int_0^l \varepsilon\, tE\ J_0 \cdot \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = 0(m)$$

$$2\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial Ma}\, dy + \kappa \int_1^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial Ma}\, dx +$$

$$+ 2\int_o^v \varepsilon\, t\ E\ J_0 \frac{\partial N_0}{\partial Ma}\, dy + \int_0^l \frac{\partial N_1}{\partial Ma}\, dx = o \quad . \quad . \quad . \quad (n)$$

У нашем је случају:

$$\frac{\partial M_0}{\partial H} = -y; \quad \frac{\partial M_1}{\partial H} = -v, \quad \frac{\partial N_0}{\partial H} \quad o \quad \frac{\partial N_1}{\partial H} = -1$$

$$\frac{\partial M_0}{\partial Ma} = 1 \quad \frac{\partial M_1}{\partial Ma} = 1 \quad \frac{\partial N_0}{\partial Ma} = o \quad \frac{\partial N_1}{\partial Ma} = o$$

Уведимо ово у (m) и (n) па имамо;

$$2\int_o^v (-Hy + Ma)(-y)\, dy + \kappa \int_o^l (-H.\, v +$$

$$+ Ma)\ (v)\ dx + \int_o^l \varepsilon\ t\ E\ J_o\ (-1)\, dx = o$$

$$2\int_o^v (-Hy + Ma)\, dy + \kappa \int_o^l (-Ho +$$

$$+ Ma)\ dx = o$$

Свршимо интегралење и сведимо па излази:

$$v^2\ (2/3\ v + \kappa l)\ H - v\ (v + \kappa l)\ Ma - \varepsilon\, t\, l\, E\, J_o = o$$

$$-v\ (v + \kappa l)\ H + (2\ v + \kappa l)\ Ma = o$$

и отуд:

$$Ma = \frac{v\ (v + \kappa l)}{2\ v + \kappa l} H \qquad H = \frac{3\ \varepsilon\ t\ l\ E\ J_o\ (2\,v + \kappa l)}{v^3\ (v + 2\ \kappa l)}$$

B.

У пракси јављају се често случајеви у којима није могуће лежиште стуба потпуно учврстити. На пример код мостова, чији темељи почивају на стишљивом земљишту, биће доиста ближе истини ако се претпостави:

Лежиште стуба на зглоб и да су стубови засути земљиштем до исте висине. И овај распоред којим конструкција постаје једноструко статички неодређена, доводи такође до простих образаца.

Општи поступак је истоветан с оним у рачунању претходне конструкције. Вреди наведена еквација о виртуелном раду. (7')

$$\int \frac{M}{E\,J} \frac{\partial\, M}{\partial\, Hb}\, dx = 0$$

У статички одређеном систему који постаје изостављањем количине Hb имамо: (сл. 3.).

$$H^0a = R\ \cos\alpha$$

$$A_o \quad \frac{R r_b}{l}, \quad B_o = \frac{R r_a}{l}$$

$$\mathfrak{M}_o = H^o_a \,.\, y - \sum_{y}^{o} (P)y$$

$$\mathfrak{M}_1 = H^o_a \,.\, y - v + A_o\, x - \sum_{o}^{x} (P)x$$

$$\mathfrak{M}_2 = - \sum_{o}^{y} (P)y$$

А ако дејствује само сила H_b (сл. 4) онда је $H_a = - H^o_a + H'_a$; $M = \mathfrak{M} + M'$; а из тога:

$$M_o = H_a{}^{o}.\, v + A_o\, x - \sum_{o}^{y} (P)y - H_b \,.\, v$$

$$M_1 = H^o_a \,.\, v + A_o\, x - \sum_{o}^{x} (P)x - H_b\, v.$$

$$M_2 = - \sum_{o}^{y} (P)y - H_b \,.\, y$$

$$\frac{\partial M_o}{\partial H_b} = - y_1 \quad \frac{\partial M_1}{\partial H_b} = - V_1 \quad \frac{\partial M_2}{\partial H_b} = - y$$

Ставимо опет

$$\frac{J_o}{J_1} = k$$

и нека је E за све делове рама стално, па онда гласи еквација виртуелног рада:

$$\int_o^v M_o \frac{\partial M_o}{\partial H_b} \,.\, \partial y + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b} \,.\, dx +$$

$$\int M_1 \frac{\partial M_2}{\partial H_b}\, \partial y = o$$

$$\int_v^o M_o \frac{\partial M_o}{\partial H_b}\, dy = - H^o_a \frac{v^3}{3} + (\pi_o)_a + H_b \frac{v^2}{3},$$

$$k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b}\, dx = k \left[- H^o_a\, v^2\, l - \frac{A_o\, v\, l^3}{2} + \right.$$

$$\left. + \,.\, v \,.\, \pi_1 + H_b\, v^2 l \right],$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M^2}{\partial H_b}\, dy = (\pi_2)_b + H_b \frac{v^2}{3}$$

Спојимо ове три еквације па добијамо:

$$(\pi_0)_a + v\, k\pi_1 + (\pi_1)_b - R\, v \left[\frac{\cos\alpha \,.\, v}{3} + \right.$$

$$\left. + v\, \kappa l \cos\alpha + \frac{k l \,.\, v_b}{2} \right] + H_b \,.\, v^2 \left[{}^2/_3 + v\, \kappa l \right] = o$$

А отуда:

$$H_b = \frac{R_v \left[v \,.\, \cos\alpha \left(\frac{v}{3} + k\, l \right) + \frac{\kappa\, v r_b}{2} \right] -}{v^2 \left[{}^2/_3\, v + \kappa\, l \right]}$$

$$\frac{- \left[(\pi_0)_a + v\, \kappa\pi_1 + (\pi_2)_b \right]}{v^2 \left[{}^2/_3\, v + k l \right]}$$

Практички примери:

1.) **Равномерно оптерећење вертикалне греде** cd (као у слици 6.)

$$R = q l \,.\, \cos\alpha = o, \quad r_b = \frac{l}{2}, \quad H_a = H_b = H$$

$$\pi_o = \pi_2 = o \quad \pi_1 = \frac{q\, l^2}{6}$$

$$H = \frac{q \,.\, l \,.\, v \,.\, \frac{\kappa\, l^2}{4} - \frac{v\, \kappa\, q\, l^2}{6}}{v^2 \left[{}^2/_3\, v + \kappa l \right]} =$$

$$= \frac{q\, l^2}{12 \,.\, v \left[\frac{2\, v}{3 l \kappa} + 1 \right]}$$

Највећи негативни моменат у тачци c биће:

$$M_c = H \,.\, v = \frac{q\, l^2}{12 \left[\frac{2\, v}{3\, l.\kappa} + 1 \right]}$$

Највећи позитивни моменат у средини греде:

$$M_s = M_c + \frac{q\, l^2}{8} = q\, l^2 \cdot \frac{2\, v + l\kappa}{8(2\, v + 3 l \kappa)}$$

2.) **Концентрисан вертикалан терет на хоризонталној греди** (као у сл. 7.)

$$R = P_1, \quad \cos\alpha = o, \quad r_b = p', \quad (\pi_0)_a = (\pi_0)_b = o$$

$$\pi_1 = \frac{P\, p'^2}{2}$$

$$H = \frac{P\, p\, p'}{2\, v \left[{}^2/_3 \frac{v}{k} + l \right]}$$

За комбинацију равномерног оптерећења са системом концентрисаних терета вреди:

$$H = \frac{q l^3 + 6 \sum_{o}^{l} P \,.\, p \,.\, p'}{12\, v \,.\, l \left[1 + \frac{2}{3} \frac{v}{k.l} \right]}$$

3.) **Земљин потисак дејствује на оба стуба** (као у сл. 8).

При сличним претпоставкама као код чврсто усађеног рама опет је:

$$R = o, \quad \pi_o = \pi_2 = \frac{Z \,.\, v^2}{4}, \quad (\pi_0)_a = (\pi_2)_b = \frac{11}{60} Z \,.\, v^2$$

$$\pi_1 = {}^2/_3 Z \,.\, v \,.\, l \text{ и } H = \frac{Z\left[\frac{11}{10} v + 2 kl\right]}{3\left[\frac{2}{3} \cdot V + kl\right]}$$

Знак — значи опет, да H дејствује у противном смислу но што смо претпоставили при склапању општих формула.

Моменат у тачци c:

$$Mv = H \,.\, v - Z \,.\, {}^2/_3 \,.\, v = - \frac{7}{60} \frac{Z \,.\, v}{(v + {}^2/_3 \text{ кl})}$$

4. **Равномерно хоризонтално оптерећење q на стубу** *a c* (као у сл. 9)

У том ће случају бити опет:

$$R = q \,.\, v, \quad \text{Cos}\alpha = 1, \; r_b = - \frac{v}{2}, \pi_0 = q\frac{v^3}{6} \pi_2 = o,$$

$$(\pi_0)a = \frac{q.v^3}{6}, \; \pi_2 = o, \; (\pi_0)a = \frac{qv^4}{8}, \; (\pi_2)b = 0 \; _1 =$$

$$\pi_1 = \frac{qv^2 l}{2}, \; (\pi_1)\, c = (\pi_1)\, d = \frac{qv^2 l^2}{4}$$

Кад ове вредности унесемо у општу еквацију за H_b добићемо:

$$H_b = \frac{q \cdot ({}^5/_6 \, v + \kappa l)}{4 \; ({}^2/_3 \, v + \kappa l)}$$

Даље је:

$$H_a = q \, v - H_b \text{ и зато:}$$

$$M_c = - \frac{q \, v^2}{2} + H_a \,.\, v = \frac{q \, v^2 \cdot \left(\frac{v}{2} + \kappa l\right)}{4 \; ({}^2/_3 \, v + \kappa l)}$$

Зарад израчунавања уплива од промене температуре узмимо опет општу еквацију виртуелног рада (9.)

$$L = \int \frac{M}{E \, J} \frac{\partial \, M}{\partial \, X} \, dx + \int \varepsilon \, t \frac{\partial \, N}{\partial \, X} \, dx$$

За главни систем вреди:

$$H_a^o = H_b^o = 0, \; \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = 0 \; \mathfrak{N}_0 = \mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$$

Ако дејствује само H_b онда је:

$$H'_a = - H_b \;\; N_0' = 0 = N'_2, \;\; N_1 = - Hb,$$

$$M'_o = - H'_b \, y = M'_2 \text{ и } M'_1 = - Hb. \, v$$

Ставимо опет:

$$\frac{J^o}{J_1} = \kappa, \; L = 0, \; H_a = H_b = H, \; E_0 = E_1 = E$$

Па је:

$$2 \int_o^v M^o \frac{\partial \, M_o}{\partial \, H} \, dy + \kappa \int_o^l M_1 \frac{\partial \, M_1}{\partial \, H} \, dx +$$

$$+ 2 \int_o^v \varepsilon \, t \; E \; J_o \frac{\partial \, N_1}{\partial \, H} \, dy + \int_o^l \varepsilon \, t \; E \; J_o \frac{\partial \, N_1}{\partial \, H} \, dx = 0$$

У нашем је случају:

$$M^o = - H \,.\, y = M_2, \; M_1 = - H \,.\, v, \; \frac{\partial \, M_o}{\partial \, H} = - y$$

$$\frac{\partial \, M_1}{\partial \, H} = - v \quad \frac{\partial \, N_0}{\partial \, H} = 0 \quad \frac{\partial \, N_1}{\partial \, H} = - 1$$

Пошто уведемо ове вредности добијамо:

$$2 \int_o^v - H \,.\, y \,.\, dy + \kappa \int_o^l - H \,.\, v - v \,.\, dx +$$

$$+ \int_o^l \varepsilon \, t \,.\, E. \, J_0 \; (-1) \,.\, dx = 0$$

$$2 \; H. \frac{v^3}{3} + \kappa. \; H. \; v^2. \; l - \varepsilon. \, t. \; l. \; E. \; J_0 = 0,$$

$$H = \frac{\varepsilon. \, t. \; l. \; E. \; J_0}{v^2 \left(\frac{2}{3} v + \kappa. \, l.\right)}$$

Срачунајмо још независан *утицај уздужних сила на силу H при вертикалном оптерећењу горњег носиоца.*

Еквација виртуелног рада, кад узмемо у обзир подужне силе и промену температуре гласи:

$$\int \frac{M}{E \, J} \frac{\partial \, M}{\partial \, X} \, dx + \int \frac{N}{E \, F} \frac{\partial \, N}{\partial \, X} \,.\, dx +$$

$$\int \varepsilon \, t. \frac{\partial \, N}{\partial \, X} dx = 0.$$

Сад можемо задатак решити непосредно без прелаза на статички одређен систем.

Нека је резултанта свију терета R (слика 11.) па је:

$$A = \frac{R. \, r'}{l}, \; B = \frac{R \, r}{l} \text{ и } H_a = H_b = H$$

За део $\overline{ac}$ вреди:

$$M_o = - H \,.\, y, \; N_o = \frac{R \, r'}{l} \quad \frac{\partial \, M_o}{\partial \, H} = - y, \; \frac{\partial \, H_o}{\partial \, H} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\int_o^v M_o \frac{\partial \, M_o}{\partial \, H} \, d \, y = \frac{H \,.\, v^3}{3} \\ \displaystyle\int_o^v N_o \frac{\partial \, N_o}{\partial \, H} \, dy = 0 \quad \int_o^v \frac{\partial \, N_o}{\partial \, H} \, dy = 0 \end{array}\right\} \ldots \text{ a)}$$

То исто вреди и за део $\overline{bd}$.

Део $\overline{cd}$:

$$M_1 = - Ax - \sum_o^x (P)_x - H \,.\, v = \mathfrak{M}_{\overline{cd}} - H \,.\, v,$$

$$N_1 = - H$$

$\mathfrak{M}_{\overline{cd}}$ значи моменат савијања у одређеном пресеку носиоца $\overline{cd}$ за случај да је носилац слободно ослоњен.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial M_1}{\partial H} = -v, \frac{\partial N_1}{\partial H} = -1 \\ &\int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H}\, dx = H \cdot l \cdot v^2 - v \cdot \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx \\ &\int_o^l N_1 \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = H \cdot l \\ &\int_o^l \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = -l \end{aligned}\right\} \ldots (b)$$

Унесемо ли у еквацију виртуелног рада за интеграле вредности нађене у еквацијама под (a) и под (b) и то за делове $\overline{ac}$ $\overline{cd}$ и $\overline{db}$, добићемо еквацију:

$$2 \cdot \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \frac{H \cdot v^3}{3} + \frac{1}{E J_1}\left[H \cdot l \cdot v^2 - v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx\right] + \frac{1}{E F_1} H \cdot l - \varepsilon \cdot t \cdot l = 0.$$

Помножимо једначину ову са $E J_0$ и ставимо за $\frac{J_0}{J}$ вредност к па је:

$$^2/_3\, H \cdot v^3 + H \cdot к \cdot l \cdot v^2 - к \cdot v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx + \frac{J_o\, H \cdot l}{F_1} - \varepsilon \cdot t \cdot J_0\, l = 0$$

Из тога:

$$H = \frac{\kappa \cdot v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx + \varepsilon \cdot t \cdot E \cdot J_0 \cdot l}{v \cdot l \left[\frac{2}{3}\frac{v^2}{l} + \kappa \cdot v + \frac{J_0}{F_1 \cdot v}\right]}$$

$\int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx$ значи површину моментног полигона слободног носиоца $\overline{cd}$.

За наш случај равномерног оптерећења и оптерећења системом терета вреди:

$$\int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx = \frac{q\, l^2}{12} + \sum_o^l \frac{P \cdot p\, p'}{2},$$

и зато:

$$H = \frac{\kappa \cdot v\left[\frac{q\, l^3}{12} + {}^1/_2 \sum_o^l P_1 \cdot p\, p'\right] + \varepsilon t\, E J_0\, l}{v \cdot l \left[\frac{2}{3}\frac{v^2}{l} + \kappa \cdot v \cdot + \frac{J_0}{F_1\, v}\right]} =$$

$$= \frac{q l^3 + 6 \sum_o^l P \cdot p \cdot p'}{12 \cdot v \cdot l \left[1 + {}^2/_3 \frac{v}{\kappa l} + \frac{J_1}{F_1 \cdot v^2}\right]} + \frac{\varepsilon \cdot t \cdot E \cdot J_0\, l}{v^2\left[\frac{2}{3} v + \kappa l + \frac{J_0 \cdot l}{F_1 v^2}\right]}$$

Први члан значи уплив оптерећења; други, уплив промене температ ре. Ако упоредимо овај израз с изразом изведеним без обзира на подужне силе, увидећемо, да се њихови чланови разликују у именитељу вредностима

$$\frac{J_1}{F_1 \cdot v^2} \text{ и } \frac{J_0\, l}{F_1\, v^2}$$

с којим су вредностима именитељи повећани и тиме вредност H смањују (ово вреди само за + t т. j. ако температура расте).

Код високих стубова може се занемарити уплив тога члана, о чему се лако даје уверити бројним примером.

Бројни пример:

Прорачунати средњи носилац друмског моста од армираног бетона, за оптерећење по шеми II. (аустријске норме) т. j. навала људска 400 килограма на квадратни метар, кола теже 8 тони; чист отвор између стубова износи 21 м. размак носилаца од осе 1,50 м. висина стубова до површине горњег строја друма 6,00. Конструкцију ћемо сматрати као рам са стубовима на зглобове, а с обзиром на то, да је случајно оптерећење упоређено са сталним сразмерно мало, ми ћемо зарад простијег рачунања увести место појединачних притисака одговарајуће равномерно оптерећење. Модуо еластичности узећемо сталан за све делове т. j. $E_0 = E_1$. Моменти лењивости стубова и главног носача мењају се с променом арматуре (ојачања), међутим ову околност није могућно увести у детаљан рачун по нашим обрасцима, према томе ћемо морати решити на сталне попречне пресеке чији се моменти лењивости могу сматрати као константни.

По правилу (кад су стубови ниски) из побуда штедње напреже се главни носилац у свом средњем пресеку до крајње мере, док међутим напрезање око крајева, где су моменти негативни, не достиже до крајњих мера. Због тога се препоручује да се за моменте лењивости изаберу оне вредности које одговарају сигурности за димензионирање главног носача, т. j. како би размера κ била минимална. То ћемо постићи ако изаберемо за J_0 моменат пресека при дну стуба где је арматура најслабија а за J_1 моменат средњег пресека хоризонталног носача који важи готово за $^2/_3$ целе дужине.

Стално оптерећење:

1 m² шљунка просечне висине 22,5 см. .	427·5 кгр.
1 m² бетонске облоге дебљине 20 см. .	480·0 „
Свега на m² .	907·5 кгр

Од тога долази на дужни метар носача:

907.5.1,5	1361 кгр.
Сопствена тежина носача	816 „
Целокупно оптерећење на дужни метар q_1 = ...	2177 кгр.

Случајно оптерећење:

Навала поред воза . . . . . 147 кгр.

Равномерно оптерећење које одговара терету колском од 8 тони за мост од 22 m. распона срачунато је да износи округло: . . . . . 550 „

Целокупно равномерно оптерећење на дужни метар носача q_2 = ... 667 кгр.

Укупно оптерећење сталним и случајним теретом износи на дужни мет. $q = q_1 + q_2 = 2874$ кгр.

Израчунавање силе H извешћемо нарочито 1) за оптерећење хоризонталног носача, 2) за потисак земље и 3) за температурну промену. Уплив: подужних сила занемаримо.

Претходно је потребно изабрати размеру и арматуру хоризонталног носача и стубова. За попречни пресек постављен сл. 12 је:

Квадратура пресека: $P . l$ = ... 7221 см²

Даљина неутралне осе од притиснуте ивице x = ... 52,5 см.

Моменат лењивости за неутралну осу

J_1 = ... 13,556,016 см⁴

За пресек стуба по сл. 13. је:

$P . l = 19971$ см² $x = 66,3$ см. $J_0 = 28826,1$ см⁴

$$\kappa = \frac{J_0}{J_1} = 2,12$$

Према овим подацима постављен је облик рама у слици 14.

1.) **Хоризонтална сила, која произлази услед пуног равномерног оптерећења горњег носача**, износи:

$$H = \frac{q l^2}{12 . v \left[1 + \frac{2}{3} \frac{v}{l\kappa}\right]} =$$

$$= \frac{2874 \times 22{,}326^2}{12 . 5{,}25 \left[1 + \frac{2}{3} \frac{5{,}25}{22{,}326 . 2{,}13}\right]} = \mathbf{21170} \text{ кгр.}$$

Максималан моменат у средини носача:

$$M_1 = -H . v + \frac{q l^2}{8} = -21170 . 5.25 +$$

$$\frac{2874 . 22{,}326^2}{8} = \mathbf{67566} \text{ м. кгр.}$$

Израчунајмо положај пресека на превоју еластичке линије пресека. Моменат у произвољном пресеку горњег носача дат је изразом:

$$M = \frac{qx}{2} (l - x) - H . v = 0$$

(за пресек, на превојној тачки еласт. лин.)

Решимо ово по x па добијамо:

$x = 18{,}013$ см. и $x = 4{,}313$ см.

Одредимо даље момменте савијања; за горњу страну стуба (M_2), у рогљу (M_3), у дубини испод ивице носача (M_4) и на дубини 2,5 м. (M_5) и 4,0 м. (M_6) испод осе хоризонталног носача.

$$M_2 = -Hv + \frac{qx_2}{2} (l - x_2) = 90860 \text{ м. кгр.}$$

$M_3 = -H . v$ . . . . . = — 111502 „ „

$M_5 = -H . y_4$ . . . . . = — 96853 „ „

$M_5 = -H . y_5$ . . . . . = — 58580 „ „

$M_6 = -H . y_6$ . . . . . = — 26820 „ „

2.] **Уплив земљиног потиска.**

Ако претпоставимо, да потисак дејствује управно на стуб и да је горња површина земљишта хоризонтална, може се величина земљишног притиска израчунати по познатом обрасцу;

$$Z = \tfrac{1}{2} b \gamma v^2 \operatorname{tg}^2 (45 - \varphi/2)$$

У нашем је случају:

$b = 1{,}5$ m, $\gamma = 1600$ кгр/m³, $v = 5{,}25$ m. $\varphi = 30^0$ и кад то све уведемо добијамо: $Z = 11020$ кгр.

Хоризонтална сила коју изазива овај потисак износи;

$$H = \frac{-Z \left(\frac{11}{10} v + 2\kappa l\right)}{3 \left(\frac{2}{3} v + \kappa l\right)} = -7270 \text{ кгр.}$$

Моменти су редом: мет. килом

$$M_1 = M_2 = M_3 = H . v - \tfrac{2}{3} Z . v = -403$$

$$M_4 = H . y_4 - \frac{S}{3 . v^2} . (3v - y_4) = -380 \text{ „}$$

$M_5 = +6896$ мет. килогр.

$M_6 = +6118$ мет. килогр.

3. **Уплив промене температуре.**

По изведеном обрасцу је величина хоризонталне силе изазване променом температуре:

$$H = \frac{\varepsilon . t\, l\, E\, J_0}{v^2 \left(\frac{2}{3} v + \kappa l\right)}$$

У нашем је случају:

$\varepsilon = 0{,}0000135$ $t = \pm 25^0$ $E_0 = E_1 = 140\,000$ кгр. см²

Кад ово уведемо добијамо:

$$H = \pm 2042 \text{ кгр.}$$

Моменти су:

$M_1 = M_2 = M_3 = \pm H . v = \pm$ 10755 м. кгр

$M_4 = H . y_4 = \pm$ 9342 „ „

$M_5 = H . y_5 =$ — 5650 „ „

$M_6 = H . y_6 =$ — 2587 „ „

По овим резултатима, који су прегледано уписани у таблици на листу, конструјисан је промењив пресек посматраног рама, као што је означено у сл. 14*).

*) У сликама је означена само подужна арматура, а попречна је занемарена.

Хоризонталан носач ојачан је са осам гвоздених полуга пречника 36 мм. Од ових су четири на превоју еластичке линије преведени ка горњој ивици пресека и у стубове до дубине 1,5 м. под доњом ивицом носача. Арматура рогља појачана је са 20 гвожђа пречника 20 мм. од којих су по 10 подједнако утакнути на сталним размацима у стубовима и у горњем носачу.

Ребра хоризонталног носача проведена су до стубова да би се повећала притиснута површина пресека на местима где су моменти испитивани.

ПРЕВЕО
Ј. Стефановић
РЕД. ПРОФ. УНИВЕРЗИТЕТА

Прорачунавање Аеропланова.

од **A. Baumann-a**

из Z. d. V. d. J. превео **Ј. Ж. Николић.**

(Са сликама на Листу 12.)

Због тога, што се данас питање о крмањењу ваздушним лађама у основи у толико може сматрати решеним, у колико ће се даљи развој састојати више у конструктивном но у проналазачком правцу, у ужем смислу узев, па се услед тога може у напред у извесним границама извести закључак, шта ће будућност донети, због тога се често тврди, како будућност не припада ваздушној лађи већ машини за летење — аеропланy.

У неколико се ово тврђење може тиме објаснити, што теорије о машинама за летење управо још нема, те се из данашњих почетака у развитку истих још не може да закључи, шта се на томе пољу може постићи, док ствар са ваздушном лађом, као што видесмо, обрнуто стоји. Због тога се још многи надају изненађењима, са којима се није могло рачунати, а која би нам под извесним околностима на један мах донела и неслућено решење и неочекиване успехе на томе пољу.

Обично се при томе указује на птичији лет, коме је свакако сразмерно мали потрошак у раду потребан, и који би нам требао служити као пример за решење овога задатка. На супрот томе, пре свега, мораћемо утврдити, да сравњење са ваздушном лађом не иде у прилог машини за летење. Ваздушна се лађа састоји из једног тела, које плови у ваздуху и терета које оно носи и преноси с места на место, тако да је једино за кретање у напред потребан известан рад, коме је задатак, да савлада ваздушни отпор. На против, машини за летење, којој недостаје тело, које би је пловећи носило, потребан је не само рад за кретање у напред, већ и за то, да терете издигне у вис и да их одржи, да у ваздуху лебде.

До душе, тачно узев, за држање једног тела у једној одређеној непроменљивој висини јасно је, да никакав рад није потребан, него дејство сила; јер, докле год тело остане у истој висини, њему нити се какав рад додаје нити се од њега какав рад добија: његов потенцијал у односу на земљу остаје исти. Мора само на ма који начин на њега да дејствује нека сила, која одговара величини његове тежине а супротног је правца правцу теже. Ну, без помоћи каквог чврстог ослонца такво дејство сила је практички непзводљиво без употребе одговарајућег рада. Аналогије за ово налазимо на свима пољима: загрејаност (температура) некога тела може се само тако одржати на истој висини, ако се телу непрестано доводи иста толика количина топлоте, колико тело зрачењем губи, а да се при томе не повећава његова топлотна количина. Ако то тело обвијемо каквим рђавим топлотним спроводником, онда тај случај одговара употреби чврстог ослонца за лебдење каквог тела у ваздуху.

Замислимо, да се, помоћу каквих било направа, од неког тела, које лебди у ваздуху, произвољне масе бацају на ниже у правцу теже, онда се свакако може постићи, да притисак, који даје убрзање тим масама, које бацамо на ниже, буде раван тежини тела, за које хоћемо да лебди у ваздуху. Тело би тада све дотле остало на истом месту у ваздуху, докле год би тај притисак за убрзање дејствовао на супрот тежини тела. Чим би тај притисак за убрзање престао, тело, које треба да лебди, почело би да пада. Цео тај чин би дакле морао без прекида да се одиграва. На место појединих маса долази млаз маса, који постојано од тела које лебди отиче на ниже ка земљи и коме згодне направе дају убрзање. За ово стално убрзавање потребан је извесан рад.

У начелу, за овај се чин могу употребити произвољне масе, али је најпростије, ако се употреби сам ваздух, у коме тело лебди.

Ако је површина пресека тога ваздушног млаза, који се на тај начин произведе и управи ка земљи„ F у m^2, његова специфична маса

$$\frac{\gamma}{g} \text{ у } \frac{\text{кгр. сек}^2}{m^4}$$

и његова брзина c у m/сек. онда морамо његову масу, која кроз тај пресек пролази у секунди, да доведемо од брзине o на брзину c. Томе одговара рад у секунди:

$$E = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{c^3}{2}$$

Реакција притиска, које производи убрзање тога млаза, је:

$$\int d\,P = \int m \frac{d\,c}{d\,t} \cdot dt = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot c^2$$

Према раније реченом, ова реакција мора да буде једнака тежини тела које треба да лебди дакле:

$$G = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot c^2 \text{ или}$$

$$c = \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

и:

$$E = \frac{G \cdot c}{2} = \frac{G}{2} \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma}} = \frac{1}{2} G^{3/2} \times$$

$$\times \left(\frac{g}{F \cdot \gamma}\right)^{1/2} \text{ mкгр/сек.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)^1)$$

Толики је рад потребан, да би се неко тело тежине G одржало да лебди у ваздуху помоћу ваздушног млаза, чији је пресек F а сецифична маса $\frac{\gamma}{g}$. На место ваздуха могла би се узети ма која друга материја а да се ови односи ни у колико не измене.

Ако ваздушни млаз не би био управљен вертикално на ниже, него би се вертикалним правцем склапао угао β, онда би било, што се лако може извести:

$$E = \frac{G}{2 \cos \beta} \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma \cdot \cos \beta}} = \frac{1}{2} \times$$

$$\times \left(\frac{G}{\cos \beta}\right)^{3/2} \times \left(\frac{g}{F\,\gamma}\right)^{1/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

из тога излази: Рад, који је потребан, да се одржи неко тело да лебди у ваздуху, расте, при иначе једнаким околностима, са $\frac{3}{2}$ степена његове тежине а опада са квадратним кореном пресека ваздушног млаза или млаза какве друге материје и са квадратним кореном специфичне масе тога млаза.

За произвођење ваздушног млаза би се нпр. могли употребити помоћу експлозије компримовани гасови, што је већ и било предложено. Али је лако одмах увидети, да то не би било цеилсходно. Тада би свакако F испало мало (а c велико). Услед тога би и E морало постати велико. Ако пак променимо ваздух, који нас окружује, па га помоћу црпке или вентилатора усисавамо и на ниже истискујемо, на којој страни истиче са извесним пресеком, онда имамо пред собом основу тако-званог аероплана са вртешком (Schaubenflieger). Изведене једначине нам показују, да, не узимајући у обзир све споредне појаве, као нпр. отпоре које имају да савлађују вртешкина пера (Schaubenflügel), тежина направе и т. д., да потребна енергија бива у толико мања, у колико је вртешкин пречник већи, или, при употреби више вртешки, у колико је већи збир кружних површина, које оне описују. Но то се несме пренети, као што ћемо доцније видети, и на вртешке, које се и у правцу своје осовине крећу.

Ако ову вртешку начинимо само са једним пером, које се окреће на бескрајно дугачком дршку, онда имамо пред собом аероплан.

Сви ти облици извођења представљају дакле направе, помоћу којих се околни миран ваздух ставља на тај начин у покрет, да реакција притиска, који производи убрзање ваздушне масе, саму ту направу одржава у лебдењу При томе ће направа у толико савршенија бити, у колико се више убрзање ваздуха врши у вертркалном правцу на ниже, у колико је излазни пресек ваздуха из направе већи и у колико је излазна брзина на ниже управљеног ваздушног млаза мања. Величине површине која носи, игра при томе секундарну улогу, и то у толико, у колико наравно од ње зависи пресек произведене ваздушне струје. Али она не игра тако видну улогу, каква јој се обично приписује.

Ако на основу горе реченог посматрамо аероплане, онда их по спољашности можемо поделити на аероплане са равним и аероплане са кривим крилима одн. површинама које носе. Али још на овом месту морамо да нагласимо, да ћемо равних површина, које носе, строго узев са практичког гледишта, у врло мало случајева наћи, јер су оне површине, које се праве разапињањем платна на оквире, до душе у миру равне, као у сл. 1., али оне под утицајем ваздушног притиска, при кретању, мање више прелазе у површине као у сл. 2., дакле у криве површине, сем ако платно није сувише јако било затегнуто.

1) Сличном току мисли следује Budan, Z. d, österr. Jng. u. Arch. Vereins, 1903. № 42 и 43.

Ако једну површину крећемо у ваздуху напред, онда ће ваздух поред површине клизити и измицати. Према свему ономе, што је из општих резултата и теоријских испитивања познато, може се узети, да ће при томе слика струјних линија изгледати као у сл. 3. до 9. На површини, која се креће кроз миран ваздух, или која стоји у ваздуху који струји, образује се један мртви угао, под којим ваздух склиза на обе стране. У ствари услед тога не влада у мртвом углу потпун мир, већ је у њему на против ипак неко слабо кретање ваздуха Ваздушни млаз, који поред њега клизи одвлачи собом на месту, где додирује површину, ваздух из мртвог угла, а на темену мртвог угла притиче нова одговарајућа количина ваздуха, због чега теме мртвог угла одређено опитима не изгледа тако оштро, као што је у овим сликама представљено Клизање ваздуха поред мртвог угла врши се онда тако, да струјне нивоске линије затварају површине, као у сл. 3. до 9., Ако се површина која се креће, поклопи са таквом једном нивоском површином, као у сл. 8., онда ваздух тече само ка оној страни на којој је слабија кривина. Да би тај случај наступио, претпоставка је само да ваздушни млаз погађа тангенцијално површину, т. ј. да је улаз ваздуха у криву без удара. Код положаја површине као сл. 9. отиче ваздух опет као и код положаја у сл. 7. делимично на више а делимично на ниже.

Према раније реченом до тога је стало, да се што већа количина ваздуха убрза у правцу на ниже. Она количина ваздуха дакле, која скрене на више, значи губитак; јер, на њу је до душе потребно да се утроши известан рад за убрзање, али реакција притиска који убрзава, односно његова једна компонента не дејствује у правцу противном тежи, већ у правцу теже. С те тачке гледишта, криве површине, које су сада скоро у општој употреби, треба равним површинама претпоставити. Али кривина као у сл. 6. 7. и 9. није тако подесна као у сл. 8. При томе може закон, по коме је поршина искривљена, потпуно произвољан да буде.

Сви случајеви сем онога у сл. 8. не допуштају рачунско претресање и даље истраживање све дотле, докле год закон о кретању ваздуха дуж равних или кривих површина не буде у појединостима познат, докле год не буде постигнута довољна сагласност између рачуна и опита. На против, случај у сл. 8. може се рачунски испитивати. Па како он сем тога још и најповољнији случај представља, чијем извођењу, као што јасно излази из напред реченог, треба да тежимо код машине за летење, то ће нам он бити довољан за даље рачунање.

Односи између терета који треба да се дигне, потребног рада за то и брзине летења.

Ако се површина T. сл. 10., која носи, креће у напред са брзином v, онда помоћу ње скрећемо једну ваздушну струју висине и ширине b. Апсолутна излазна брзина ваздушне струје је:

$$c = 2\,v \sin\frac{\alpha}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

ако α представља угао, који тангенте на улазу и излазу из кривине међу собом склапају. Излазни пресек је:

$$F = \frac{h.b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

Излазна брзина није вертикално на ниже упућена, већ је угао између ње и вертикале $\frac{\alpha}{2}$, као што се из слике види.

Према томе је на основу једначине (3)

$$E = \frac{G}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{G.g}{\frac{hb}{2\sin\frac{\alpha}{2}}.\gamma.\cos\frac{\alpha}{2}}} =$$

$$= G\sqrt{\frac{G.g}{hb\gamma}} \sqrt[4]{\frac{(1-\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

а према једначини (1) с обзиром на једначине (4) и (4a).

$$v = \sqrt{\frac{G.g}{h.b.\gamma}} \sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Кад би $\alpha = 0$ било онда би било и $E = 0$, ако би h и b били непромењиви. Према слици 10. морала би у томе случају и површина, која носи T. бити бескрајно велика. Да видимо сад како се мењају односи, кад је величина површине, која носи, Г непромењива, а α се мења и са њиме висина h? Ако хоћемо, да нам то испитивање буде могућно, онда нам мора бити познат закон по коме је површина искривљена. Треба оба крајња случаја да посматрамо, да је 1) површина у кружном луку искривљена, сл. 10, и 2) да је површина сложена из две равне површине t_1 и t_2 сл. 11. које су међу собом једним кратким луком спојене.

У првом случају, према слици 10, је:

$$h = R(1-\cos\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7,)$$

ако је R полупречник кривине, при чему је:

$$R = \frac{T}{b.\alpha}$$

ако је T површина која носи

Из тога дакле излази:

$$h = \frac{T}{b}\,\frac{1-\cos\alpha}{\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

а према томе с обзиром на једначину (4)

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{(1-\cos\alpha)\alpha^2}{(1-\cos\alpha)^3\,(1-\cos)^2}} =$$

$$= G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{\alpha}{\sin\alpha\,(1+\cos\alpha)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ако је $\alpha = 0$, онда је:

$$E\ min = \frac{G}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}$$

У случају. сл. 11., је приближно и ако задржимо исте ознаке као и горе;

$$h = \sim \frac{T\,.\,\sin\alpha}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

а с тим имамо:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3\,\sin\alpha^2}}$$

$$= G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\,.\,\frac{1}{1+\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

ако је $\alpha = 0$, онда имамо:

$$E\ min = \frac{G}{2}\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}$$

Вредности E min се практички не могу постићи, пошто би за њих била потребна бескрајно велика брзина летења. Мале вредности од α пак дају скоро исте величине за E као вредност $\alpha = 0$, а вредности брзине лета, које се добијају при томе употребљиве су. Случај 2.) показује повољније односе него случај 1.) јер је код њега пројекција површине, која носи, на површину управну на правац лета већа и ако је површина која носи једнака оној у сл. 10. С друге стране опет прелаз од t_1 ка t_2 не сме да буде сувише оштар, да би ваздушна струја била правилно, подесно вођена. Добре површине које носе биће дакле средина између ова два крајна случаја.

Пошто је

$$c = 2\,v\sin\frac{\alpha}{2},$$

то ће с обзиром на једначину (8) према једначини (2) бити брзина лета:

$$v = \sqrt{\frac{G.g}{T\,.\,\gamma}}\,\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\alpha}{2\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

а за мале углове α:

$$v = \sim\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\,\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12a)$$

Исто тако добијамо за други случај с обзиром на једначину (10):

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}\,\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\,\frac{1}{\sin\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Под именом аероплана са двоспратним крилима подразумевају се често аероплани, код којих су две површине које носе једна над другом постављене. Ако горњи ток прорачуна применимо на такав један аероплан као овај у сл. 12, онда добијамо за изразе код једначина (4) и (4a):

$$c = 2\,v\sin\frac{\alpha}{2};\ F = \frac{hb}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

и за профил површине као у сл. 11:

$$h = h_2 + \frac{T\sin\alpha}{2\,b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15),$$

из једначине (5):

$$E = \frac{G}{2\cos\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{G\,g}{h\,b\,\gamma}\,.\,w\,\frac{\sin\frac{b}{2}}{\cos\frac{b}{2}}}$$

добијамо после извесних свођења:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{(h_2\,b+\frac{T}{2}\sin\alpha)\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1-\cos\alpha^3)}} \quad . \quad . \quad (16)$$

ако у овој једначини ставимо $h_2\,b = f$, онда добијамо:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{(f+\frac{T}{2}\sin\alpha)\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3}} \quad . \quad . \quad (16a)$$

и исто тако као пре:

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{(f+\frac{T}{2}\sin\alpha)\gamma}}\sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Кад би овде било $\alpha = 0$, онда би било и $E = 0$, а $v = \sim$, са претпоставком, да се може при сваком углу γ и датим количинама f и T постићи потпуно правилно скретање ваздушног млаза. Пресек, кроз који ваздушни млаз, апсолутно узев, излази, према раније изведеном, је:

$$F = \frac{h\,b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{h_2\,b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} + \frac{T}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

мерен управно на правац ваздушног млаза при

изласку. Без обзира на потребно правилно скретање ваздушног млаза, овог пресека мора бити, ако хоћемо да наступи израчунато дејство. Њега нпр. нема, ако имамо две подударне криве површине једну изнад друге.

Однос између чеоног отпора, површине која носи и потребног рада.

До сада смо код изведених једначина занемаривали сваки губитак и посматрали једино дејство ваздушног млаза скретаног од површина које носе. У ствари пак, сваки ће аероплан, што је у осталом јасно, имати површина. које не дејствују као површине које носе, него које при њиховом кретању кроз ваздух проузрокују отпор. који се мора савлађивати. Ове површине дају скелет направе за летење, мотор, путници као и вођ машине. У будуће ћемо те површине у кратко као чеону површину обележити.

Ако се једна површина (чеона површина) S креће кроз ваздух са брзином v, онда она трпи отпор.

$$w = S \frac{v^2 \gamma}{g} x .$$

нека се под изразом

$$s = S . x$$

разуме редуцирана чеона површина (при чему је x број који се има опитом одредити), која у првом реду зависи од облика површине. У овом случају који посматрамо, поглавито хоћемо да испитујемо цилиндричне површине, које се својом осом управно према ваздуху кретању, а сем тога у мањем обиму и површине, које су у правцу кретања заоштрене—сведене. Нарочито су Frank и Eiffel опитима одредили коефицијенте x за таква тела независно један од другога на разне начине са довољном подударношћу резултата.[1]) Вредност

$$w = \frac{v^2 \gamma}{g} s$$

можемо дакле са довољном сигурношћу да одредимо. Рад, који је потребан за кретање је онда:

$$Es \quad s \frac{\gamma}{g} v^3 \text{ mkg/sek} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

За овај рад имамо раније израчунат рад E да повећамо, ако хоћемо да напред описани чин буде могућан. Према томе је

$$E \text{ укупно} = E + Es$$

или са обзиром на једначине (5) (6) и (18)

$$E \text{ укупно} = G \sqrt{\frac{G . g}{h\, b\, \gamma}} \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)^3}} +$$

$$+ s \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{G . g}{h\, b\, \gamma} \sqrt{\frac{G . g}{h\, b\, \gamma}} \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} =$$

$$= G \sqrt{\frac{G.g}{hb\gamma}} \left(\sqrt[4]{\frac{1 - \cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)^3}} + \frac{s}{hb} \sqrt{\frac{1}{\sin^3 a}} \right) . \quad 19)$$

Изводом добија се (диференцирањем) као услов за минимум E укупно;

$$\frac{s}{h\, b} = \frac{1}{6} \frac{(1 - \cos\alpha)(2 - \cos\alpha)}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

за облик површине у сл. 11:

$$E_{\text{укупно}} = G \sqrt{\frac{G.g}{T . \gamma}} \left(\frac{1}{1+\cos\alpha} + \frac{s}{T} \frac{1}{\sin^3\alpha} \right) \quad (21)$$

гласи услов

$$\frac{s}{T} = \frac{1}{3} \operatorname{tg}\alpha (1 - \cos\alpha)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22);$$

за један аероплан као у сл. 12.

$$E_{\text{укупно}} = G \sqrt{\frac{G . g}{(h_2 b + \frac{T}{2} \sin\alpha)\gamma}} \times$$

$$\times \left(\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3}} + \frac{s}{h_2 b + \frac{T}{2} \sin\alpha} \times \right.$$

$$\left. \sqrt{\frac{1}{\sin^3\alpha}} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

гласи услов:

$$\frac{(4 + \cos\alpha) \sin^5\alpha}{8 (1 + \cos\alpha) \sqrt{\sin\alpha}} = \frac{\frac{s}{T}}{\frac{2}{\frac{h\, b}{\frac{T}{2} \sin\alpha} + 1}}$$

$$\times \left(\frac{2}{\frac{h\, b}{\frac{T}{2} \sin a} + 1} + \cos\alpha \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Ови услови за минимум по свом облику нису згодни, да се према њима одреди најповољнији угао a; с тога је боље за сваки случај посебице пробањем то одређивање извршити.

из једначине (19) и (20) добијамо нпр за

$\frac{s}{hb} =$	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1
$a =$	6°00'	11°40'	18$_0$10'	27°00'	38°40'	46°40'
$E_{\text{укуп.}} =$	0,23	0,28	0,35	0,42	0,54	$0{,}6g\sqrt{\frac{G.g}{h.b.\gamma}}$

1) Z. од 1908 стр. 463, 1039, 1522.

из једначине (21 и 22) за

$$\frac{s}{T} = 0{,}0025 \quad 0{,}05 \quad 0{,}01 \quad 0{,}02 \quad 0{,}05 \quad 0{,}01$$

$$\alpha = 26^0 40' \quad 31^0 00' \quad 36^0 00' \quad 41^0 40' \quad 49^0 50' \quad 56^0 20'$$

$$E_{\text{укупно}} = 0.555 \quad 0{,}565 \quad 0{,}601 \quad 0{,}64 \quad 0{,}72 \quad 0.82 \times$$

$$\times G = \sqrt{\frac{G.g}{T \cdot \gamma}}$$

Из ових таблица се види, да у избору угла α нисмо слободни, већ да смо за потпуно одређене количине везани. Мали углови α, који према раније реченом и према овим таблицама излазе као најповољнији, само су тако могућни, ако је чеона површина аероплана према површини која носи сразмерно врло мала.

Однос између терета и површине која носи:

Ако смо угао α и величину $\frac{S}{hb}$ према предњем одредили, онда можемо за рад да ставимо:

$$E_{\text{укупно}} = G \sqrt{\frac{G.g}{hb\gamma}} . A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

и

$$v = \sqrt{\frac{G.g}{hb\gamma}} . B \quad . \quad . \quad : \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

При томе сама количина h . b не мора још бити одређена; писање једначина на горњи начин само је тако допуштено, дакле, ако се може узети, да је S бар приближно сразмерно hb, што, и ако не строго узев, у главном и одговара стању ствари.

Као што се види и као што је већ и раније истакнуто, укупан потребан рад расте са $^3/_2$ степеном целокупног терета, док брзина лѣта само са квадратним кореном расте, под иначе истим околностима. Рад и брзина опадају пак са квадратним кореном из hb, које је мерило за величину површине која носи. Из тога излази веома велика важност, која се мора дати што је могућно мањој тежини направе, док међутим повећање површине, која носи, сразмерно само мали утицај има, а нарочито због тога, што то повећање површине само по себи има последицу и повећање тежине направине. Шта више, и такав случај може наступити, да повећање површина, које носе, има за последицу пре погоршање но побољшање укупног резултата, и то у толико пре, што са повећањем количине hb опада брзина лета, а циљ свију тежњи је међутим свакако исто тако велика брзина лета као и постигнуће да се утроши што мање рада, који је потребан.

Укупни терет G сложен је из три дела: 1) из терета, који направа треба да дигне G_1, 2) из тежине мотора G_2 и 3) из тежине саме направе за летење G_3. При томе можемо моторову тежину ставити, да је пропорционална раду, који има да се утроши а тежина направе за летење да је пропорционална вредности hb, и тада имамо:

$$G_2 = \kappa_2 E_{\text{укупно}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

и

$$G_3 = \kappa_3 . hb \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Преема томе имамо:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = G_1 + \kappa_2 E_{\text{укупно}} + \kappa_3 hb \quad (29)$$

и место једначине (25) можемо да пишемо:

$$E_{\text{укупно}} = A \left(G_1 + \kappa_2 E_{\text{укупно}} + \kappa_3 hb\right) \times$$

$$\sqrt{\frac{g}{\gamma} \frac{G_1 + \kappa_2 E_{\text{укупно}} + \kappa_3 hq}{hb}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30);$$

а свођењем добијамо:

$$G_1 = \left[\frac{1}{A^{2/3}} \left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3} \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3} - \right.$$

$$\left. - \kappa_2 \frac{E_{\text{укупно}}}{hb} \kappa_3\right] hb \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

према томе двострук терет изискује и двоструку величину hb и двоструко $E_{\text{укупно}}$. Помоћу извода добијамо као најповољнији однос

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}:$$

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 3 A \kappa_3 \sqrt{3 \kappa_3 \frac{g}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

а с тим:

$$(G_1)_{max} = hb \kappa_3 \left(2 - \frac{\kappa_2}{\kappa_3} \frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right) =$$

$$= hb \kappa_3 \left(2 - 3 A \kappa_2 \sqrt{3 \kappa_3 \frac{g}{\gamma}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Често се тврди, да је грађење аероплана тек онда постало могућно, кад се је успело да се начине лаки мотори. Што се тиче потребног рада и површине, то, као што једначине (31) и (33) показују, не стоји у ствари. Мора само према једначини (31) да буде:

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}} \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3} \left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3} - \right.$$

$$\left. - \kappa_2 \frac{E_{\text{укупно}}}{hb} - \kappa_3\right] \geqq 0$$

или

$$A \leqq \frac{\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} \sqrt{\frac{\gamma}{g}}}{\left(\kappa_2 \frac{E_{\text{укупно}}}{hb} + \kappa_3\right)^{2/3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34).$$

Или према једначини (33)

$$\frac{k_2}{k_3}\,\frac{E\text{ укупно}}{h\,b} \leqq 2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

из једначине (32) излази величина A, која је потребна:

$$A = \frac{E\text{ укупно}}{h\,b}\,,\,\frac{1}{3\,k_3\quad 3\,k_3\,\frac{g}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (36)$$

Ове једначине показују, како се са што је могућно мањим потрошком у раду може преносити што је могућно већи терет. То решење општег задатка, да се сагради један аероплан, можемо у извесном погледу означити као најпростије и најприроднije. Али се и друго шта може од машине тражити Можемо нпр. тражити, да се постигне што је могућно већа брзина без обзира на рад, који ће се за то утрошити, а можемо такође тражити да се постигне што је могућно мањи потрошак у раду за пренос од једрог килограма терета, који има да се пренесе, и једног километра прећеног пута.

Однос између рада и брзине која се може достићи.

Према једначини (6) је:

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{h\,b\,\gamma}\,,\,\frac{1}{\sin\alpha}}\,;$$

На основу једначине (25) можемо ставити:

$$G = \left(\frac{h\,b\,\gamma}{g}\right)^{1/3}\left[\frac{E\text{ укупно}}{A}\right]^{2/3}$$

а кад ту вредност заменимо у једнач. (6) онда добијамо:

$$v = \sqrt[3]{\frac{E\text{ укупно}}{h\,b}\,,\,\frac{g}{\gamma}}\sqrt[6]{\frac{1}{A^2\,\sin^3\alpha}}$$

Ако и овде, као раније, ставимо:

$$A = \sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} + \frac{s}{b}\sqrt{\frac{1}{\sin^3\alpha}}$$

онда свођењем добијамо:

$$v = \sqrt[3]{\frac{E\text{ укупно}}{hb}\,.\,\frac{g}{\gamma}}\times$$

$$\times\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Ако у једначину (6) на место G ставимо његову вредност из једначине (29)

$$G = G_1 + k_2\,E\text{ укупно} + k_3\,hb,$$

онда добијамо:

$$v = \sqrt{\left(\frac{G_1}{hb} + k_2\,\frac{E\text{ укупно}}{hb} + k_3\right)\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad (38)$$

Из једначине (37) излази:

$$\frac{E\text{ укупно}}{hb} = v_3\,\frac{\gamma}{g}\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb}\right) \quad . \quad (39)$$

Ако ту вредност заменимо у горњој једначини, онда добијамо:

$$v^2 = \left[\frac{G_1}{hb} + k_2\,v^3\,\frac{\gamma}{g}\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb}\right)+\right.$$

$$\left. + k_3\right]\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sin\alpha}$$

или:

$$v^2\,\frac{\gamma}{g}\,\sin\alpha\left[1-k_2\,v\left(\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb\,\sin\alpha}\right)\right] =$$

$$= \frac{G_1}{hb} + k_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (40)$$

Да би за G_1, т. j. за терет који треба носити, биле могућне позитивне вредности, мора бити:

$$k_2\,v\,C = k_2\,v\left(\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb\,\sin\alpha}\right) < 1$$

Обично је дато k_2 а тражи се v; услед тога, да би смо постигли жељену сврху, морамо израз у загради учинити што мањим. Тај израз достиже твој минимум кад је:

$$^1/_2\,|\,2\,\frac{s}{hb} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\,\sin^2\alpha}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

На основу тога добијамо онда за:

$\frac{s}{h}$ =	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,05	0,01
α =	1°20'	3°	4°50'	6°55'	10°55'	15°10'
c =	0,0273	0,133	0,178	0,252	0,401	0,572

Са $k_2 = \frac{1}{7}$ нашли бисмо као крајње недостижне граничне вредности за брзину:

v = 256 52,5 39 28 17.5 12,2 мтр/сек

одговар. 920 190 140 100 63 44 km/час;

са $k_2 = \frac{1}{28}$ четири пута веће бројеве од ових.

v = 256 52,5 39 28 17,5 12,2 m/сек.

одговар. 920 190 140 100 63 44 km/час;

а са $\kappa_2 = \frac{1}{28}$ четири пута веће бројеве од ових.

Вредност $\kappa_2 = \frac{1}{7}$ кгр. за 1 мкгр моторовог рада одговара од прилике тежини немачких аутомобилних мотора а $\kappa_2 = \frac{1}{28}$ тежини лаких француских мотора за аероплане. Као што се из табеле види, брзине од 200 км/час, које многи прорицу, и за које је у новије време расписана награда, могу се постићи само помоћу мотора који су лакши од аутомобилних; јер вредност

$$\frac{s}{h\,b} = 0{,}005$$

једва ако се сме за мање аероплане узети. С друге опет стране у новије време се све више и више долази до закључка, да је боље избегавати сасвим лаке моторе. При свем том, већ је довољно, ако се тежина мотора смањи од

$$\kappa_2 = \frac{1}{7}\ \text{kg/mkg на}\ \kappa_2 = \frac{1}{12}$$

да би се постигла сврха, којој се тежи. Ако би било на пример

$$\frac{s}{h\,b} = 0{,}006,$$

онда би морало бити $\alpha = 3^{0}20'$, да би се постигла брзина од 200 км/час = 55,5 м/сек. Тада би било $C = 0{,}142$. Кад би даље $\kappa_2 = \frac{1}{12}$ било а κ_3 5 и $G_1 = 75$, онда би из једначине (40) добили:

$$\frac{G_1}{h\,b} + 5 = 7{,}7 \quad \text{или} \quad G_1 = 2{,}7\ hb.$$

тако да би било за $G_2 = 75$

$$hb = 28{,}5\ m^2$$

Ако к томе рачунамо још окр.гло 25 кг. горива, онда ће бити:

$$G_2 = 100\ a$$
$$hb = 37\ m^2$$

Из једначине (34) добијамо онда:

$$E_{\text{укупно}} = 610 \,.\, 8.5 = 5200\ \text{mkg}.$$

односно $= 6750$ „

Чему одговара рад од 69,5 и 90 коњских снага. Тежина направе износи онда укупно 150 одн. 180 kg.. тежина мотора 435 одн. 560 kg. дакле целокупан мртав терет износи: 585 одн. 740 кгр.

Однос између терета, који има да се пренесе — корисног терета — пређеног пута и потрошка у раду.

Нека је као и досад G_1 = корисном терету, v = брзина, $E_{\text{укупно}}$ = раду у mkgr/сек., онда ће вожња у толико целисходнија бити, у колико је већа размера:

$$o = \frac{G_1 \,.\, v}{E_{\text{укупно}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

Ако у овој једначини заменимо вредности за G_1 и v из једначине (31) и (37), онда после извесног свођења добијамо:

$$o = \left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{h\,b}}}$$

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} - \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{1/3}\kappa_2 - \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3}\kappa_3\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42\,a)$$

Овај израз достиже свој максимум кад је:

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = \frac{2\,\kappa_3}{\kappa_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43),$$

помоћу чега добијамо:

$$o = \left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} \frac{1}{\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{hb}\right)^{1/3}}$$

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3} - \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}\,\kappa_3^{1/3}\,\kappa_2^{2/3}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (42\,b)$$

и

$$v \quad \sqrt[3]{\frac{2\kappa_3}{\kappa_2}\,\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{h\,b}}} \quad . \quad . \quad (44)$$

и најзад за одређивање количине hb и самога $E_{\text{укупно}}$.

$$G_1 = hb\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3}\left(\frac{2\kappa_3}{\kappa_2}\right)^{2/3} - 3\kappa_3\right] \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

При томе су углови α одн. A увек одређени једначинама (20) и (24).

Израз за *o* можемо у другом облику да пишемо стављајући за $E_{\text{укупно}}$ рад у мкг/сек. и означавајући ефекат вртешке са η_s дако да је потребан користан рад у К. С.

$$Ne = \frac{E_{\text{укупно}}}{75\ \eta_s}$$

Ако даље за једну К. С./час. потребан потро-

шак у гориву означимо са B а количину понетог горива на направи са $\mathfrak{B}$, онда је потрошња горива

$$\text{за 1 К. С./сек.} = \frac{B}{3600},$$

те ће бити:

$$Ne = \frac{\mathfrak{B}\ 3600}{B} = \frac{E_{\text{укупно}}}{75\ \eta_s}$$

или

$$E_{\text{укупно}} = \frac{75\ \eta_s\ 3600\ \mathfrak{B}}{B} = \frac{270000\ \eta_c\ \mathfrak{B}}{B}$$

отуда излази:

$$o = \frac{G_1\ v\ B}{270000\ \eta_s\ \mathfrak{B}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46).$$

Онда је рад у мкгр. који је потребан за пренос:

$$T = G_1\ v = 270000\ \eta_2\ \frac{\mathfrak{B}}{B}\ o$$

или у километар килограмима:

$$T = 280\ \eta_3\ \frac{L}{B}\ o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

т. j. са $\mathfrak{B}$ килограма горива може се постићи преносни рад од T кгр. Км

Нека је н. пр. $\mathfrak{B} = 50$ кгр. $\eta_s = 0{,}6 \cdot B$ 0,3 кгр. и о према једначини (46) израчунато на 1,5, онда је:

$$T = 270 \,.\, 0{,}6 \,.\, \frac{50}{0{,}3} \,.\, 1{,}5 = 50500 \text{ кгр. Км..}$$

што значи да би са 50 гр. горива могли 100 кгр. корисног терета пренети на даљину од 505 Км. При томе није узето у рачун, да се потрошком горива смањује мртав терет (некористан терет), што би наравно дало бољи резултат.

Примери

За испитивање постављених односа нека нам послужи машина за летење, коју су саградили браћа Voisin, а која је позвата под именом Farman-ов аероплан и која је представљена сликама 13 и 14. а за тим за поређење Wright-ов аероплан са сл. 15 и 16., у колико о њему имамо података. Према податцима, које сам од градилаца ових аероплана добио, износи тежина Farman-овог аероплана заједно са машиновођем 530 кгр. а са машиновођем и једним путником 615 кгр. Чеона површина S износи према добивеним податцима округло 1 m²; ако на машиновођи, који вири ван затвореног његовог седишта рачунамо још $^1/_4$ m², онда добијамо S = 1.25 m². Као редуцирану чеону површину добијамо, ако x = 0,35 ставимо, s= 0,44 m². Од осталих података имам: Брзина лета износила је до 18 m/сек, моторов рад 50 К. С.е (ефективних коњских снага), а брзина, при којој је таман наступило лебдење, 14 m/сек. Ефекат вртешкин износио је преко 70 од сто. Према објављеним цртежима износио је угао $\alpha = \sim 24^0$; с обзиром на објашњење сл. 1 и 2 можемо са нешто већом вредношћу овога угла да рачунамо. Даље, из цртежа (што у појединостима можемо лако да израчунамо) излази према једнач. (6) и (19).

за α	20	24	30	35
h b	24,9	27,1	30,1	31,7
$\frac{s}{h\ b}$ =	0,01. 6	0,0161	0,0146	0,0138
$\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3}}$ =	0,3	0,34	0,38	0,42
$\frac{s}{h\ b}\ \frac{1}{\sqrt{\sin^3\alpha}}$ =	0,088	0,059	0,037	0,03
A =	0,388	0,399	0,417	0,45
$E_{\text{укупно}}$ =	34,9	34,0	34,0	35,6 К. С.
v =	21,8	19,0	16,2	14.8 m/сек

ако узмемо да је укупан терет 530 кгр. што одговара оптерећењу, које чини сам машиновођа. Из горње се таблице види, да је за овај случај угао α, од 24⁰ и нешто више заиста најповољнији у односу на рад који је потребан да се утроши. Можемо слободно узети, да је овај угао помоћу многих опита утврђен као најповољнији, из чега излази, да је сагласност између рачуна и стварности потпуна. Даље, из те таблице видимо, да је мотор од 50 К. С. при ефекту од 70 од сто пре сувише јак но сувише слаб, што оправдава помисао, да машина може понети још и једног путника. У односу на потребан рад горњем рачуну потребна је још извесна поправка, о којој ћемо доцније говорити. И брзина лежи између граница које имамо у податцима. Што се тиче те брзине, за њу због тога не можемо добити потпуну сагласност између рачуна и опита, што при опиту добијамо разне брзине, јер исте зависе од правца ветра и његове јачине, а због краткоће времена, колико ова летења трају, о њима не можемо ни добити тачних података. Кад и то узмемо у обзир, онда и ту морамо узети да је сагласност између рачуна и опита потпуна. К томе долази још и то да се руковањем крмилових површина и премештањем тежишта целокупне направе (помоћу разног држања тела машиновође) може постићи промена у брзини, док год је мотор довољно јак, о чему ћемо на другом месту говорити. Рад пак, који је потребан, скоро је независан од противног ветра и његове јачине тако да ће се у томе рачун и опит боље слагати.

Што се тиче тежине Farman-овог аероплана можемо узети, да мотор са горивом и водом за хлађење тежи од прилике 250 кгр. машиновођа 65 кгр.; на

површине које носе и скелет остају дакле 315 кгр. Према томе можемо, узевши да је ефекат вртешке 75 од сто, ставити да је према једнач. (27) до (29)

$$G_1 = 65\,,\ k_2 = \frac{150}{75.50.0{,}75} = \sim 0{,}05,\ k_3 = \frac{315}{30} = 10{,}5$$

Даље је:

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = \backsim 94,$$ ако оставимо да је $hb = \backsim 30$

и $A = \backsim 0{,}4$. На тај начин добијамо:

$$G_1 = 30\left[\left(\frac{1{,}3}{9{,}81}\right)^{\frac{1}{3}} . 94^{2/3} . \frac{1}{0{,}4^{2/3}} - 0{,}05 . 94 - 10{,}5\right]$$

$= 126$ кгр. као највећи терет који помоћу те машине за летење можемо да подигнемо, а то је 27 од сто тежине машине и одговара од прилике тежини два сапутника.

Ако испитујемо, који је најповољнији однос $\frac{E\ \text{укупно}}{hb}$, добићемо према једначини (32):

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 3 . 0{,}4 . 10{,}5 \sqrt{3 . 10{,}5 \frac{9{,}81}{1{,}3}} = 194$$

према 94 како је изведено. Претпоставка за тачност израчунате вредности била би, као што смо већ неколико пута нагласили, да је тежина конструкције, која носи, од 315 кгр. пропорционална површини hb. Али нарочито Farman-ов аероплаан показује опет многе делове чија је тежина непроменљива, која не зависи од величине површина које носе. Ти делови су носач, који предње површине које носе везује са задњим, скелет са машиновођиним седиштем и точковима као и крмило. Њихова тежина ће свакако износити $^4/_{10}$ целокупне тежине, т. j. око 125 кгр Ту тежину можемо додати тежини G_1 и онда имамо:

$$k_3 = \frac{315 - 125}{30} = 6{,}33$$

и

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 3 . 0{,}4 . 6{,}33 \sqrt{3 . 6{,}33 . \frac{9{,}81}{1{,}3}} = 91$$

према 94 како је изведено. Помоћу $\frac{E\ \text{укупно}}{hb}$ добили бисмо:

$$hb = 31\ qm$$

а према једнач. (33)

$$G = 31 . 6{,}33\ (2 - 0{,}4 . 0{,}05 \sqrt{27.6{,}33. \frac{9{,}81}{1{,}3}}) = 251\ к.$$

да би смо одатле добили величину корисног терета имамо од тога да одбијемо 125 кгр. на рачун скелета и т. д., тако да ћемо као и пре добити

$$G = 126\ кгр.$$

т. j. размере Farman-овог аероплана које се односе на величину површина које носе заиста су најповољније. У новинама смо могли читати у оно време, које је предходило успесима Farman-овим да је величина задњих површина које носе смањена, и да су тиме добивени бољи резултати, а то би према показаном рачуну потпуно одговарало приликама.

Лошије стоје односи у погледу на моћ преношења. Ако је $B = 0,\ 4$ а $\mathfrak{B} = 1$, онда је:

$$o = 1{,}68 \text{ и } \mathfrak{T} = 2{,}8\ km.$$

за једног сапутника. Са $\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 200$ као најповољнијом вредношћу, при чему би изнело $Ne = 62$ К. С. на место 50 К. С., и $hb = 16{,}2$ на место окр. 30 m^2 даље $v = 21{,}4 m/sec. = 77$ km./час на место $v = 16$ m/сек. $= 57{,}5$ km/час, могли бисмо достићи:

$$o = 168.$$

и

$$\mathfrak{T} = 3{,}2\ km.$$

Ако сравнимо аероплан браће Wright са Farman-овим у колико је то могућно при мало и то нетачних података, који ми стоје на расположењу наћи ћемо следеће:

Wright-ов аероплан тежак је према податцима у Z. d. v. d. J.[1]) 280 кгр. његов мотор производи 24 К. С. при својој тежини од 90 кгр. Ширина крила износи око 12,5 m. одстојање једне површине од друге око 2,5 m. Узимамо да је $h = 0.5$ те према томе $hb = 37{,}5\ m.^2$ округло. Судећи по фографијама изгледа да је угао α мали и једва да је 20^0 велики. На против s ће свакако бити приближно толико исто као и код Farman-овог аероплана. Одговарајући томе нека буде $A = 0{,}38$. Летења Wright-ова изведена су са оптерећењем, које одговара тежини 2 сапутника, дакле око 131 кгр. То би било готово 50 од сто од тежине направе.

Према једначини (25) било би онда:

$$E\ \text{укупно} = \frac{410}{75} \sqrt{\frac{410 . 9{,}81}{37{,}5 . 1{,}3}} . 0{,}38$$

$= 18{,}8$ К. С.

Према томе би ефект вртешкин морао бити 78 од сто. То би још било могућно. Али није ни то искључено, да односи у појединостима мало и другаче стоје, при чему би резултат у једном или другом правцу могао и другаче испасти.

Коефецијенат k_2 био би сличан кад и код Farman-a:

$$\frac{90}{20{,}7 . 75} = 0.0575$$

1.) Види Zeitschrift des Vereines deutscher Jngenieure од 1908 год. стр. 1369.

На скелет направе остају 280 — 90 = 190 кгр.

На рачун постоља и подупирача који га везују са осталом конструкцијом можемо од те тежине одбити 50 кгр. као тежину која је непроменљива и онда имамо:

$$k_3 = \frac{190 - 50}{37,5} = \frac{140}{37,5} = 3,74$$

Према томе би најповољнија вредност за $\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}$ била према једнач. (32)

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 3 \,.\, 0,38 \,.\, 3,74 \sqrt{3 \,.\, 3,74 \,.\, \frac{9,81}{1,3}} = 39,3$$

Изведено је пак:

$$\frac{20,7 \,.\, 75}{37,5} \approx 41,4$$

Дакле и овде можемо утврдити, да се рачун и опит довољно слажу — подударају.

Ако сравнимо резултате Farman-ове са Wright-овим, онда, на основу рачуна, можемо рећи, да привидно преимућство Wright-ове конструкције у првом реду можемо да припишемо мањој тежини направе, како изгледа, делимично на рачун трајашности, а делимично на рачун готовости у раду; јер, лако је увидети, да је аероплан на салинцима лакши него на точковима, и да аероплан на салинцима не може са сваког места полетети. Мања тежина употребљена је сем тога још и на рачун стабилности, у колико Wright-ов аероплан нема репа те је тиме за тежину носача, који би носио реп, лакши. Овај последњи недостатак накнађује Wright свакако својом личном већом окретношћу и потпунијом могућности у крмањењу. С тога се не може рећи да је Wright-тов аероплан у примућству над Farman-овим због свога дејства у дизању, него на против само због лакшег управљања њиме. Само у томе погледу значи он несумњив напредак. Ако занемаримо чеони отпор па посматрамо само подигнуте терете, који према горњим рачуннма стоје у размери као 2 : 3 онда би Wright-ов мотор производио:

$$35 \,.\, {}^{2}/_{3} \sqrt{{}^{2}/_{3}} = 19 \text{ К. С.}$$

т. ј. ако узмемо да Farman-ов мотор производи 35 К. С. А тако у ствари и јесте.

Да покажемо још, како и при знатно већим тежинама мотора може аероплан да буде успешан што се тиче моћи дизања и величине површина.

Нека је нпр.

$k_2 = 0,28$ на место 0,05. т, ј. 5,6 пута веће него горе.

$k_3 = 7$ на место 6,33 односно 4,5.

Онда би према једначини (35) морало да буде:

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 2 \,\frac{k_3}{k_2} = 2 \,.\, \frac{7}{0,28} = 50$$

Ако узмемо

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 40,$$

онда би било према једначини (36).

$$A = 40 \,\frac{1}{3 \,.\, 7 \sqrt{21 \,.\, \frac{9,81}{1,3}}} = 0,162$$

А с тиме би према једначини (31) било:

$$G = hb \left(\frac{1}{0,162^{2}/_{3}}\, 40^{2}/_{3} \left(\frac{1,3}{9,81}\right)^{1}/_{3} - \right.$$

$$\left. - 40 \,.\, 0,27 - 7\right) = 2,2\, hb$$

Ако рачунамо користан терет и константне тежине направине

$$G = 1000 \text{ кгр.}$$

онда добијамо:

$$hb = 455 \text{ m}^2$$

Потребан рад би био:

$$\frac{455 \,.\, 40}{75} = 236 \text{ К. С.},$$

који би рад вртешка имала да изврши, или узимајући да је ефекат вртешкин 0,7:

340 К. С.

Тежина машине би била	236.75	0,28	≈	5000 кгр.
„ скелета „ „	455.7	=	„	3200 „
„ корисног терета и конст. теж.		=	„	1000 „
			Свега	9200 кгр.

Вредност A = 0,162 одговарала би малом углу α. Претпоставка за могућност његову била би, да се $\frac{s}{hb}$ може довољно малим да начини, што према обиму, који би цела машина имала, као могућно изгледа.

За такву једну машину не мислим овим примером пропагирати. Али ако се опоменемо оних вести о Maxim-овом аероплану од 360 К. С. са укупном тежином направе од 3600 кгр. при чему је угао α био између 6^0 и 10^0, и који је почетком деведесетих година опробан био и при томе на кратка одстојања летео онда налазимо, да је и та машина била потпуно према свему што напред изложисмо подешена, и, ако стабилност не узмемо у обзир, не можемо наћи разлога, за што је таква једна машина морала имати мање успеха него данашње мале машине са лаким моторима.

Напоменуо сам већ, да рачун за Farman-ов аероплан у једној тачци имамо још да исправимо. Из сл. 13. види се, да тангента a, повучена на површину која носи, склапа са вртешкином осовином угао од ≈ 5^0. Можемо сад у двоумици бити, да ли при нормалном лету вртешкина осовина остаје

као у слици водоравно, дакле да струјање ваздуха бива као у сл. 9., или тангента a, пада у правац кретања, при чему би онда вртешка била косо на више управљена. На моје питање, браћа Voisin известили су ме, да је ово последње случај. У том случају дејствује онда вртешка услед свог косог положаја директно дижући. Тиме се повећава за нешто моћ дизања. Због тога је потребно ову конструкцију још једном испитати.

Односи између рада и брзине кад вртешка стоји косо.

Утицај чеоног отпора ћемо узети ради довољног упрошћења за ову сврху, као коефицијенат ηt у рачун, тако да ћемо за хоризонтални отпор добити придржавајући се ознака у сл. 17.

$$\frac{H}{\eta t} = \frac{hb\gamma}{g\eta t} v^2 (1 - \cos \alpha)$$

при чему све остале ознаке важе као и пре,

ηs нека буде вртешкин ефекат

S вртешкина вучна снага у напред

V дижућа сила површина које носе.

Онда мора бити:

$$v = \frac{hb\gamma}{G} v^2 \sin \alpha = G - S\eta s \sin \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

и

$$\frac{H}{\eta t} = \frac{hb\gamma}{G\eta t} v^2 (1 - \cos\alpha) = \eta s \, S \cos \beta \quad . \quad . \quad (49)$$

из једначине (48) имамо:

$$v^2 = \frac{G - \eta s \, S \sin \beta}{hb \gamma \sin \alpha} G,$$

а из једначине (49) кад сведемо:

$$S = G \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha - 2\beta}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

и

$$v^2 = \frac{Gg}{2hb\gamma} \frac{\eta t}{\eta t \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

Најзад добијамо E из једнач. (50 и 51):

$$E_{\text{укупно}} = S \frac{v}{\cos \beta}$$

$$= \frac{G}{\eta s} \sqrt{\frac{G.g}{2 hb \gamma}} \frac{1}{\cos^2 \beta \sin \frac{\alpha}{2}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\eta t}{(\eta t \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \beta)^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

Ако према резултатима ранијег рачунања за Farman-ов аероплан ставимо $\eta t = 0{,}95$, $\eta s = 0{,}75$ $G = 615$ кгр. (два сапутника), $\alpha = 24^0$, $\beta = 5^0$, $hb = 30.1$, онда за потребан рад моторов добијамо;

$$E_{\text{укупно}} \quad \frac{615}{75.0{,}75} \sqrt{\frac{615.9{,}81}{2.30{,}1.1{,}3}} \frac{1}{0{,}996 \, . \, 0{,}21} \sqrt{\frac{0{,}95}{(0{,}95.4{,}7 + 0.09)^3}}$$

$$= 46{,}1 \text{ К. С.}$$

на место 50 К. С према ранијем рачуну. Па пошто мотор даје 50 К. С., онда из тога излази да би већ и ефекат вртешкин и од 69% био довољан да омогући Farman-ове успехе у летењу.

Из овога примера се јасно може видети, како потребна количина рада за летење опада, кад се вртешка косо постави. У исто време опада нешто и брзина, и то у толико више у колико је косији положај вртешкин. Ну, то не желимо, и већ из тога разлога задовољићемо се увек са мањом косином вртешкиног положаја. Ка томе још долази, да и ефекат вртешкин при јако косо постављеној вртешки такође опада. Из напред изведених једначина можемо извести закључак, да је најповољнији угао $\beta = 90^0$, дакле да вртешка управно стоји. Али, не узимајући у обзир ово што рекосмо, имамо да напоменемо овде, да те једначине у опште вреде само за мале углове β пошто је ефекат вртешкин при њиховом извођењу узимат као непромењљив; у ствари пак он је, не узимајући у обзир β и v, и независан, као што ћемо сад показати.

Ефекат вртешкин.

У овоме, што следује, хоћемо да одредимо ефекат без обзира на мање или више повољан облик саме вртешке, већ само према његовој зависности од кретања вртешке у напред и вучне снаге у напред, при чему ћемо узети да је угаона брзина непроменљива.

Ако са v означимо брзину вртешке у правцу њене осовине, са c брзину ваздушне струје кроз вртешку, са F пресек те ваздушне струје, онда мора вртешка брзину ваздуха од v на c да повећа. Томе убрзању, које је за то потребно, одговара реакција :

$$S = \frac{F \, . \, \gamma}{g} c \, (c - v) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

и рад :

$$E' = \frac{F \gamma}{g} c \left(\frac{c^2 - v^2}{2} \right)$$

Ка овоме раду додаје се још и рад, који мора да се употреби на савлађивање штетних отпора, који се троши на трење и образовање вртлога који свакако можемо сматрати, да је пропри-

оналан пресеку F, и кубу брзине, c^3, и онда имамо:

$$E'' = \frac{F\,\gamma}{2\,g}\,[c\,(c^2 - v^2) + w\,c^3]$$

При томе бисмо морали узети, да је струјање ваздуха паралелно са осовином вртешкином. То међутим није тачно; на против брзина c ће пре представљати само пројекције стварних брзина које одступају од вртешкине осовине својим правцем. Да бисмо и то унели у рачун, треба E'' да поделимо са још једном коефицијентом η_v који би био мањи од 1 и свакако зависан од односа између брзина v и c као и од облика вртешкиног; према томе наравно ништа се у опште одређено не може рећи о η_v, и ми добијамо:

$$E = \frac{F\,\gamma}{2g\,\eta_v}\,[c\,(c^2 - v^2) + w\,c^3] \quad \ldots\ldots (54)$$

Вртешка врши рад S . v, ако се са силином S и брзином v у напред креће. Као ефекат вртешкин добијамо дакле:

$$\eta_s = \frac{\frac{F\,\gamma}{g}\,c\,v\,(c - v)}{\frac{F\,\gamma}{2g\,\eta_v}\,[c\,(c^2 - v^2) + w c^3]}$$

и, ако ставимо:

$$\frac{v}{c} = \sigma \quad \ldots\ldots (55)$$

онда је:

$$\eta_s = \frac{2\,\eta_v\,\sigma\,(1 - \sigma)}{1 - \sigma^2 + w} \quad \ldots\ldots (56)$$

а према једначини (54):

$$E = \frac{F\,\gamma}{2g\,\eta_v}\,c^3\,[(1 - \sigma^2) + w\,\sigma^3] \quad \ldots\ldots (57)$$

и према једначини (53) и (55):

$$S = \frac{F\,\gamma}{g}\,c^2\,(1 - \sigma) \quad \ldots (58)$$

Под именом *слип* (Slip) код вртешке, односно пропелера, разуме се однос

$$s = \frac{c - v}{c} = 1 - \sigma$$

На основу тога можемо да пишемо и:

$$\eta_s = \frac{2\,\eta_v\,s\,(1 - s)}{(2 - s)\,s + w}$$

при чему је пак η_v и само функција од σ односно s. Вредност η_s достиже свакако при извесној вредности од σ т. j. $\frac{v}{c}$, свој максимум. Ако се v при константном броју обрта, т. j. константном c, промени, онда се мора и σ и η_s променити.

Ако машина за летење, која има да се креће у напред, има непроменљив облик и положај у правцу кретања, онда је њен отпор у кретању према раније реченом пропорционалан са v^2; њега дакле можемо ставити $= K_1 v^2$. С друге стране опет он мора у равнотежи бити са кретном снагом вртешке S, те према једначини (53) односно (58(и (55) имамо:

$$K_1 v^2 \quad S = \frac{F\,\gamma}{g}\,c\,(c - v) =$$

$$= \frac{F\,\gamma}{g}\,c^2\,(1 - \sigma) = \frac{F\,\gamma}{g}\,v^2\,\frac{1 - \sigma}{\sigma^2}$$

Према томе ће, ако је брзина лета као и остали односи прописана, равнотежа наступити само при извесној вредности σ_0 коју можемо одредити из:

$$\frac{1 - \sigma}{\sigma^2} = \frac{K_1 \cdot g}{F \cdot \gamma} \quad \ldots\ldots (59)$$

С друге стране опет, ако ради мотор, који служи за кретање вртешке. са једнаком снагом у сваком свом ходу, што је нпр. случај код мотора са клипом а без регулатора, онда је његов рад пропорционалан броју обрта у минуту, т. j. једнак је производу $K'_2\,n$, па пошто је и c пропорционално n, онда је тај рад раван и $K_2\,c$. Рад пак, који захтевамо од мотора, је, као што смо одредили већ, према једначини (54) односно (57).

$$E = \frac{F\,\gamma}{2\,g\,\eta_v}\,(1 - \sigma^2 + w)\,c^3$$

Равнотежа ће бити, ако је:

$$\frac{F\,\gamma}{2\,g\,\eta_v}\,[(1 - \sigma_0^2) + w]\,c^3 = K_2 \cdot c,$$

при чему је σ_0 према горњем одређено помоћу једначине (59).

Из тога излази:

$$c = \sqrt{\frac{2\,g\,\eta_v\,K_2}{F\,\gamma\,(1 - \sigma_0^2 + w)}} \quad \ldots\ldots (60)$$

Са тим је међутим одређен и број обрта мотора као и брзина лета v

Из свега овога излази да један дат мотор, са вртешком одређеног облика спојен, и у направу одређеног облика уметут, само једну у напред одређену брзину v може дати тој направи. Пошто с друге стране опет једна потпуно одређена брзина v мора бити постигнута, ако хоћемо да наступи лебдење, онда је јасно да се само подесним стицајем свих поменутих околности може успех постићи.

Горе речено вреди на исти начин у осталом и за ваздушне лађе[1]) само што су овде прилике у толико повољније, што постигнута брзина или брзина, која има да се постигне v није тако тесно

1) сравни Z. 1908. год. стр. 1185, Zeppelin: Erfahrungen im Bau von Luftschiffen.

ограничена. У оба случаја се може, ако постигнута брзина није довољна, у извесним приликама постићи повећање брзине, као што излази из једнач. (60) 1⁰) смањивањем пресека F, 2⁰) повећањем K_2 т. ј. у првом реду променом у висини хода вртешкиних пера, претпостављајући, да се промене од K_1 односно K'_2 не желе или да нису могућне.

Ни у ком се случају пак (изузев случајности не може променом једне од тих количина постићи *најбољи* резултат, јер се тиме σ опет мање више својевољно одређује, а максимум ефекта вртешкиног одговара само једној потпуно одређеној вредности од σ. Таква једна промена мора дакле да буде последица само дубоке студије свију појединих познатих околности.

Та сложеност прилика и околности објашњује нам, без обзира на друге околности, које смо већ делимично проучили, и о којима ћемо у доцнијим расправама још говорити, колико је много опита и покушаја потребно, пре но што се са једном машином за летење постигне успех.

Први успех ће се свакако увек у томе састајати, што ће аероплан крају дужину прелетети. Величина ове дужине зависиће од стабилности целе направе и умешности, са којом машиновођа ову стабилност уме да одржи, не узимајући наравно у обзир мање или више неповољне спољне прилике Ако се баш при тим првим покушајима десе ређаве околности, тако да се услед изгубљене стабилности поломи аероплан или поједини делови, онда ће се машиноћа тек полагано и са великим трошковима моћи довољно извежбати. С тога треба аероплан, који у напред обећава што је могућно потпунију сигурност за одржавањем стабилности, свакако претпоставити другом ком мање савршеном. И у том ће се правцу даљи развој и усавршавање свакако и кретати. Лаки аероплани у томе правцу надмашују тешке и гломазне. Код лаких аеропланова довољна је једна промена у положају машиновођина тела па да измени тежиште целокупне направе и да дејствује на супрот случајним моментима претурања. Тако исто, за брзо стављање у покрет крмила потребна је сразмерно мала снага. Код тешких аероплана је тежина машиновођина према укупној тежини целе направе врло мала и без утицаја а направе за крмање дејствују само онда, кад се велика снага употреби. Да би њима могао машиновођа да рукује, потрени су дакле преноси, који брзину дејства у моменту опасности отежавају, ако је и не искључују. То су те околности, које нам дају права да тврдимо, да су тек лаки мотори могли да омогуће решење питање о лету са аеропланима, али само дотле, док не будемо успели да постигнемо аутоматско одржавање стабилности, одн. докле год то аутоматско одржавање стабилности не буде било могућно.

У питању, да ли преимућство припада ваздушној лађи или аероплану тешко се је одлучити; обе направе су по својој врсти и дејству и сувише различите За цело ће обе једна поред друге моћи егзистирати и ако за разне сврхе. Код обојих расте утрошак у раду са рашћењем корисног терета, али у колико се без испитивања у појединостима може закључити, брже код аероплаиа но код ваздушне лађе. Али једно изгледа да је вероватно, да ће аероплан одржати победу над ваздушном лађом у ширењу њиховом у области шпорта.

Прелазне кривине код железница.

Dr технике K. Watorek у часопису Organ fur die Fortschrite des Eisenbahnwesens изводи једначину за прелазне кривине по сасвим другим принципима но што је до сад рађено.

Пошто критички пропрати недостатке до сад примењене прелазне кривине, он поставља ове услове :

1). Вредност полупречника кривине мерена у оси колосека као и у оној линији коју описује пројекција тежишта воза мора се потпуно мењати па зато мора и надвишење у прелазном луку бити изведено по непрекидној линији, без скокова,

2). Оса колосека мора бити сведена линија чији полупречници кривине на сваком месту одговарају дотичном надвишењу, те се вредности полупречника кривине морају поступно мењати од $\varrho = \infty$ до $\varrho = r$ колико износи полупречник дане кривине.

3). Линија коју описује тежиште мора бити такође непрекидна крива линија чији полупречници кривине поступно опадају од $\varrho = \infty$ до ϱ r.

Рачунске количине имају овај значај.

η = висина надвишења на ма ком месту прелазног лука.

χ = апсциса дотичне тачке мерена од почетка прелазног лука

$1/n$ = нагиб надвишења на превоју

h = надвишење у кривини

l = дужина прелазног лука

ϱ = полупречник кривине у оси колосека

ϱ_1 = „ „ „ прелазном луку

r = полупречник кружног лука
y = одступање осе колосека од исте праве мерено у хоризонтакној пројекцији.
ξ = одступање линије коју описује тежиште од исте праве мерено у хориз. пројекцији
t = висина тежишта кола над шинама
s = ширина колосека
v = брзина вожње
o = одступање тежишта од осе колосека мерено у хоризонталној пројекцији
g = убрзање теже

$$C = \frac{s\,v^2}{g}$$

1. *Линија надвишења*

У опште можемо поставити ову еквацију:

$$\eta = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots a_n x_n$$

Према горњим условима ова линија има да испуни ове погодбе:

1). На почетку кривине надвишења, за x = o мора бити:

a). Надвишење $\eta_{(x=o)} = 0$

b). Дирка на кривину надвишења мора бити хоризонтална дакле мора бити:

$$\frac{d\eta}{dx_{(x=o)}} = 0$$

c). Да би линија коју описује тежиште на свом почетку добила полупречник кривине = ∞ мора бити

$$\frac{d^2\eta}{dx^2_{(x=o)}} = 0$$

Ово се изводи из ове еквације:

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2\xi}{dx^2}}$$

ϱ_1 може добити вредност ∞ само ако буде

$$\frac{d^2\xi}{dx^2_{(x=o)}} = o$$

2). За одређену вредност $x = x_1$ мора бити ово

a). С обзиром на витоперност колосека мора дирка на кривину надвишења имати према хоризонтали одређен нагиб, дакле:

$$\frac{d\eta}{dx^2_{(x=x_1)}} = \frac{1}{n}$$

b.) Мора у тој тачци бити превој дакле;

$$\frac{d^2\eta}{dx^2_{(x=o_1)}} = o$$

3.) На крају прелазног лука за $x = l$.

a.) Мора бити $\eta_{(x=l)} = h$, величини која одговара полупречнику кружног лука r.

b.) Дирка на кривину надвишења у тој тачци мора бити хоризонтална дакле:

$$\frac{d\eta}{dx}_{(x=l)} = 0$$

c.) да би полупречник кривине оне линије коју описује тежиште на крају прелазног лука добио вредност $\varrho = r$ мора бити:

$$\frac{d^2\eta}{dx^2}_{(x=l)} = 0$$

Погодбе 1_a 1_b и 1_c дају

$$a_0 = a_1 = a_2 = 0$$

Осталих пет погодаба од 2_a до 2_c дају могућности да се одреде вредности x_1 и l и да се за еквацију тражене линије узме линија петог степена.

$$\eta = a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5$$

чији је први извод

$$\frac{d\eta}{dx} = 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + 5a_5 x^4$$

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = 6a_3 x + 14a_4 x^2 + 20a_5 x^3$$

Условне еквације дају:

по 2_a : $3a_3 x_1^2 + 4a_4 x_1^3 + 5a_5 a_1^4 = \frac{1}{n} \ldots \alpha$
„ 2_b : $6a_3 x_1 + 12\alpha_4 x_1^2 + 20a_5 x_1^3 = 0 \ldots \beta$
„ 3_a : $a_3 l^3 + a_4 l^4 + a_5 l^5 = h \ldots \gamma$
„ 3_b : $3a_3 l^2 + 4a_4 l^3 + 5a_5 l^4 = 0 \ldots \delta$
„ 3_c : $6a_3 l + 12a_4 l^2 + 20a_5 l^3 = \varepsilon \ldots o$

Из еквација γ, δ и ε добија се:

$$a_3 = \frac{10\,h}{l^3};\ a_4 = \frac{15\,h}{l^4};\ a_5 = \frac{6\,h}{l^5}$$

Заменом ових вредности у екв. α и β добијамо:

$$x_1 = \frac{3 \cdot 5}{2^3}\, n\,h \ldots\ldots\ldots 1$$

$$l = \frac{3 \cdot 5}{2^4} \cdot n\,h = 2x_1 \ldots\ldots 2$$

Према томе сачиниоци a_3 a_4 и a_2 имају ове вредности:

$$a_3 = \frac{2^{10}}{3^3 \cdot 5^2 \cdot n^3 \cdot h^2}$$

$$a_4 = \frac{2^{12}}{3^3 \cdot 5^3 \cdot n^4 \cdot h^3}$$

$$a_5 = \frac{2^{16}}{3^4 \cdot 5^5 \cdot n^5 h^4}$$

Отуда еквација кривине надвишења:

$$\eta = \frac{2^{10}}{3^3 \cdot 5^2 \cdot n^3 \cdot h^2}\left(x^3 - \frac{2^2}{5nh}x^4 + \frac{2^6}{3 \cdot 5^3 n^2 h^2}x^5\right) \ldots\ldots\ldots 3.$$

II. **Оса колосека**

У свакој тачци осе колосека треба полупречник кривине да одговара надвишењу на том месту треба дакле да буде

$$\eta = \frac{C}{\varrho} \ldots\ldots\ldots n$$

За слабо савијене луке може се приближно а доста тачно ставити

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Из еквација 3 и n добићемо:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{2^{10}}{3^3\, 5^2\, C\, n^3\, h^2}$$

$$\left(x^3 - \frac{2^2}{5\,nh}x^4 + \frac{2^6}{3 \cdot 5^3\, n^2\, h^2}x^5\right) \ldots\ldots 4)$$

што нам преставља диференцијалну еквацију осе колосека. — Интегралењем добићемо:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2^8}{3^3\, 5^2 \cdot C \cdot n^3\, h^3}$$

$$\left(x^4 - \frac{2^4}{5^2\, nh}x^5 + \frac{2^7}{3^2 \cdot 5^3\, n^2\, h^2}x^6\right) \ldots, 4)$$

$$y = \frac{2^8}{3^3 \cdot 5^3 \cdot C\, n^3\, h^3}$$

$$\left(x^5 - \frac{2^3}{3 \cdot 5 \cdot nh}x^6 + \frac{2^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot n^2\, h^2}x^7\right) \ldots\ldots 6)$$

Обе интегралне константе равне су нули, јер је за

$$x = 0 \text{ и } \frac{dy}{dx} = 0 \text{ и } y = 0$$

Ако ставимо леве стране еквација 5 и 6 равне нули па их решимо по x онда се лако уверавамо да је за $x = 0$ и $y = 0$;

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ и } \frac{d^2 y}{dx^2} = 0.$$

Дакле оса колосека додирује праву осу колосека и има на додиру бескрајно велики полупречник кривине. Иначе се почев од вредности $x = 0$ до $x = l$ не добијају реалне вредности што значи да ова оса колосека никако не пресеца праву да нема ни минимума ни максимума па ни превојне тачке дакле оса колосека је континуивни лук.

За поједине тачке ове криве линије имамо:

За $x = 1/2 = \frac{3 \cdot 5}{2^4} \cdot nh$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{h}{2C} = \frac{1}{2r} \ldots\ldots 7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot 5^2 \cdot nh^2}{2^9 \cdot C} \ldots\ldots 8)$$

$$y = \frac{3^3 \cdot 5^2 \cdot n^2\, h^3}{7 \cdot 2^{10} \cdot C} \ldots\ldots 9)$$

За $x = l = \frac{3 \cdot 5}{2^3} \cdot nh$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{h}{C} = \frac{1}{r} \ldots\ldots 10)$$

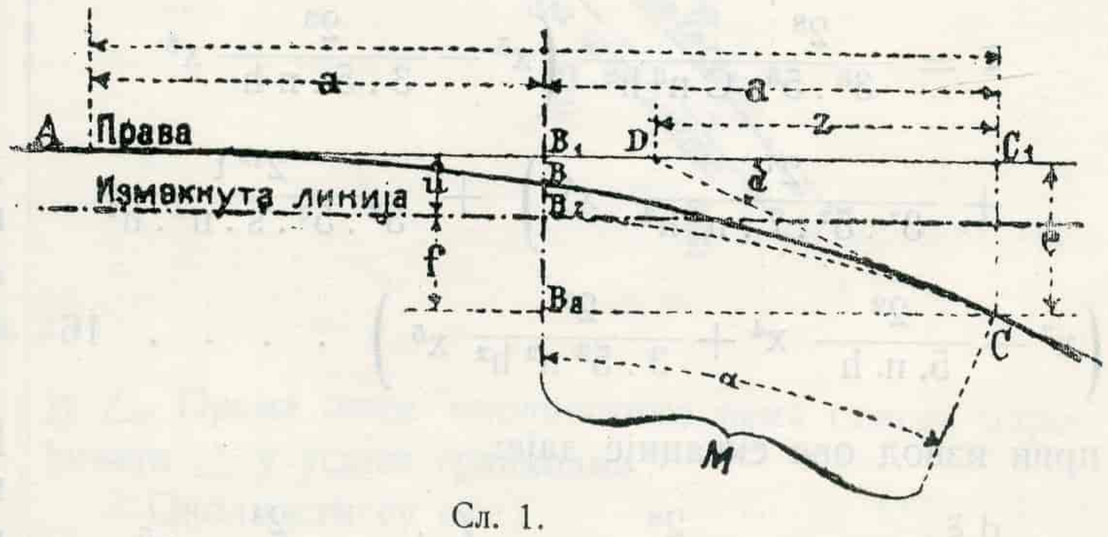
$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot 5 \cdot nh^2}{2^4\, C} = \operatorname{tg}\alpha. \ldots 11) \text{ вид. сл. 1.}$$

$$y = \frac{3^2 \cdot 5^2\, n^2 h^3}{7 \cdot 2^6 \cdot C} = e \ldots 12) \text{ вид. сл. 1}$$

Еквација 10 показује да је полупречник кривине осе колосека на крају прелазног лука исто онолики колико и полупречник кружног лука те је према томе испуњена погодба о поступном опадању полупречника кривине колосекове осе од ∞ до вредности r.

Употреба прелазног лука условљава да се круг измакне ка центру кривине за дужину *u* (види сл. 1 2 и 3).

Да бисмо одредили положај прелазног лука наспрам кружне кривине колосека треба да срачунамо још меру за колико одстоји тачка B_2 од краја C прелазног лука; Тачка B_2 је додирна тачка продужене кружне кривине и праве померене за количину *u* (в. сл. 1)



Сл. 1.

У троуглу B_3 C M је:

$B_3\, C = a\ r \sin\alpha$ или приближно $= r \operatorname{tg}\alpha$; $r = \frac{C}{h}$

и за $\operatorname{tg}\alpha$ добијамо вредност из еквације h, те је:

$$a = \frac{3.5}{2^4}\ nh = l/2$$

Величина померања и изводи се из $u = e - f$ где је f стрелица што одговара тетиви 2a. — Приближно је:

$$f = \frac{a^2}{2r} = \frac{3^2 . 5^2 n^2 h^3}{2^9 C}$$

Из еквације 12 имаћемо:

$$u = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^6 C} = \frac{3^2 5^2 . n^2 h^3}{2^9 . C} =$$

$$\frac{3^2 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^9 . C} = \frac{e}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14$$

Из троугла $C C_1 D$ наћићемо остојање $C_1 D$ пресека дирке на крају, C D, с правом мерено од краја лука

$$z = C_1 D = \frac{e}{tg\alpha} = \frac{3 . 5 . nh}{7 . 2^2} = {}^2/_7 l \quad . \quad . \quad . \quad 15$$

Еквације 9 и 15 дају нам потребне податке за обележавање.

III. Путања тежишта

Услед надвишења измиче се пројекција тежишта ка центру кривине за $\partial = \frac{t}{s} . \eta$

Мера за колико се поменута пројекција тежишта одличе од првобитне праве добија се кад додамо *y*, меру за колико сама оса колосека одмиче од праве; по томе је еквација линије која преставља пројекцију тежишта:

$$\xi = y + \frac{t}{s} . \eta \; ; \; \frac{d\xi}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{t}{s} \frac{d\eta}{dx}$$

и

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{t}{s} . \frac{d^2\eta}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad p$$

и кад уведемо вредности:

$$\xi = \frac{2^8}{3^3 . 5^3 . C\, n^3 h^2} \left(x^5 - \frac{2^3}{3 . 5 . n\, h} x^6 + \frac{2^7}{3^2 . 5^2 . 7 . n^2 h^2} x^7 \right) + \frac{2^{10} t}{3^3 . 5^2 . s . n^3 . h^2} \left(x^3 - \frac{2^2}{5 . n . h} x^4 + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2} x^5 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16$$

први извод ове еквације даје:

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{2^8}{3^3 . 5^2 . C . n^3 h^2} \left(x^4 - \frac{2^4}{5^2 nh} x^5 + \frac{2^7}{3^2 . 5^3 n^2 h^2} x^6 \right) + \frac{2^{10} t}{3^2 . 5^2 . s . n^3 h^2} \left(x^2 - \frac{2^4}{3 . 5 . nh} x^3 + \frac{2^6}{3^2 . 5^2 . n^2 h^2} . x^4 \right) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17$$

Други извод:

$$\left(\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{2^{10}}{3^3 . 5^2 . s\, n^3 h^2} \left(x^3 - \frac{2^2}{5^2 . n\, h} x^4 + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2} x^5 \right) + \frac{2^{11} . t}{3^2 . 5^2 . s\, n^3 h^2} \right.$$

$$\left. x - \frac{2^3}{5\, n\, h} x^2 + \frac{2^7}{3^2 . 5^2 . n^2 h^2} x^3 \right) \quad . \quad . \quad . \quad 18$$

Путања тежишта додирује праву и има на почетку, на додирној тачци бескрајно велики полупречник кривине.

$$\text{За } x = l/_2 = \frac{3 . 5 . nh}{2^4}$$

$$\xi = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^{10} . C} + \frac{h\, t}{2\, s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{3 . 5^2 . nh^2}{2^9 . C} + \frac{t}{s . n} \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{h}{2C} = \frac{1}{2r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

У половини прелазног лука полупречник кривине једнак је с полупречником кривине осе колосека и по еквацији 7 два пут већи но полупречник кружне кривине колосека.

$$\text{За } x = l = \frac{3 . 5 . nh}{2^3} \text{ биће :}$$

$$\xi = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^6 C} + \frac{ht}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{3 . 5 . nh^2}{2^4 C} = \frac{dy}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{h}{C} = \frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

Дирка на крају путање тежишта има исти правац с дирком на осу колосека, па како ова додирује кружни лук колосека то и путања тежишта додирује праву.

Полупречник кривине путање тежишта једнак је на крају путање с полупречником кружне кривине, те је тако доказана и поступност у промени полупречника кривине путање тежишта, од ∞ до r.

Уопште је вредност полупречника кривине обеју кривих линија, изузев за тачке $x = o, \frac{l}{2}$ и l, различна. У првој половини лука кривина путање тежишта јача је но код осе колосека ; разлика расте с даљином од почетка, док за апсцису $x = x_a$ не

достигне своју највећу вредност; затим разлика опада и постаје равна нули на средини лука. У другој половини лука бива слично, само што је кривина путање тежишта слабија но кривина осе колосека.

Поједине вредности ове разлике равне су другом члану еквације бр. 18. Вредности апсцисе x за које је разлика максимална добијају се кад се први део поменутог члана стави раван нули.

Тако се добија:

$$x^2 - \frac{3 \cdot 5 \cdot n \cdot h}{2^3} x + \frac{3 \cdot 5^2 \cdot n^2 \cdot h^2}{2^7} = 0$$

$$\text{и } x = \frac{3 \cdot 5 \cdot nh}{2^4} \pm \frac{2 \cdot n\,h}{2^4} \sqrt{3}$$

$$x = \frac{l}{2} \pm \frac{l}{6} \sqrt{3}$$

и приближно:

$$x_a = 0{,}2\,l\,; \quad x_b = 0{,}8\,l \quad \ldots\ldots 25)$$

Из еквација 4 и 17 добијамо за апсцису x_a:

$$\frac{1}{\varrho^a} = \frac{d^2 y}{d x^2_{(x=a)}} = \frac{181\,h}{5^5 \cdot C} \quad \ldots\ldots 26)$$

$$\frac{1}{\varrho_1{}^a} = \frac{d^2 \xi}{dx^2_{x=a)}} = \frac{181\,h}{5^5\,C} + \frac{2^{10}\,t}{5^4 \cdot s \cdot n^2\,h} \quad \ldots\ldots 27)$$

За апсцису x_b:

$$\frac{1}{\varrho^b} = \frac{d^2 y}{dx^2_{(x=b)}} = \frac{23 \cdot 2^7 \cdot h}{5^5\,C} \quad \ldots\ldots 28)$$

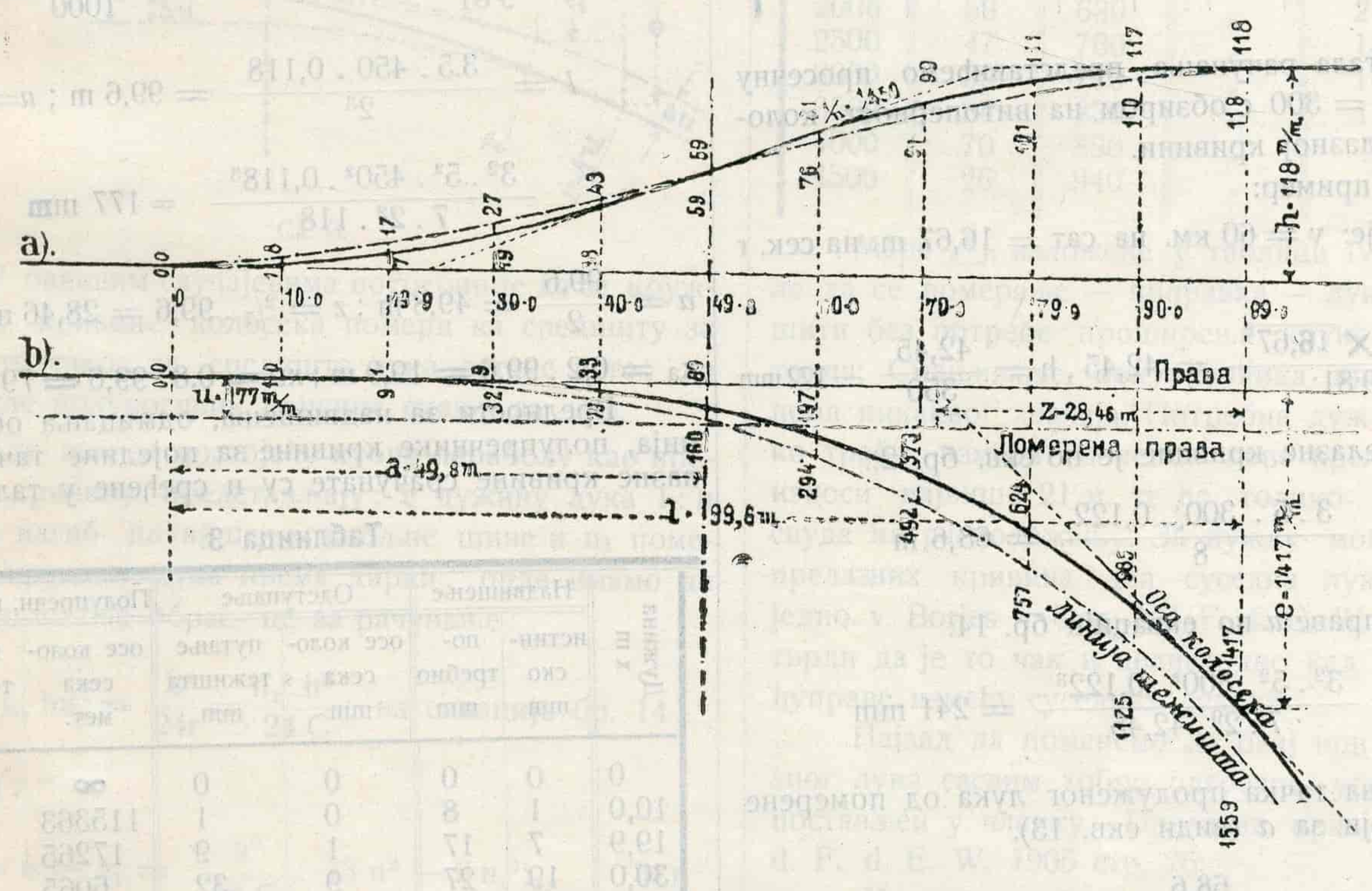
$$\frac{1}{\varrho_1{}^b} = \frac{d^2 \xi}{dx^2_{(x-b)}} = \frac{23 \cdot 2^7 \cdot h}{5^5\,C} - \frac{2^{10} \cdot t}{5^4 \cdot s \cdot n^2\,h} \quad \ldots\ldots 28)$$

Ова разлика у кривинама ових двеју линија долази услед разлика у надвишењу η, које одговара оси колосека, и надвршоњу η_1, које одговара надвишењу путање тежишта. Означимо ову разлику надвишења са $\triangle$ па из еквација 26 до 29 и с обзиром на вредност

$$\eta = \frac{C}{\varrho}$$ добијамо:

$$\triangle a = \triangle b = \triangle = \frac{2^{10} \cdot C \cdot t}{5^4 \cdot s \cdot n^2 \cdot h} \text{ и}$$

$$n = \frac{2^5}{5^2} \sqrt{\frac{t}{\triangle s}} \cdot r \quad \ldots\ldots 30)$$



Сл. 2.

Из ове еквације може да се израчуна 1/n за сваки полупречник кружне кривине, кад нам је дато t, s и $\triangle$.

Што је веће $\triangle$ то ће бити n мање и утолико ће бити краћа прелазна кривина; зато је од велике важности одредба вредности $\triangle$. — Тек би нам опити дали могућности да се ово ближе одреди. Овде ћемо нагласити само околности, које одређују $\triangle$. Према овим околностима нема смисла одређивати $\triangle$ у уским границама:

Околности су ове:

1). Нити се може надвишење тачно извршити нити трајно одржати. И једно и друго може бити само приближно.

2). Услед разлике надвишења кола теже да се од средине помере к једној или другој шини. Тре-

ње између точка и шине противи се овом померању и на неки начин поништава разлику у надвишењу.

3). Поступност у промени вредности за полупречник кривине даје места вероватности да ће кола прелазити поступно, без удара, с једне шине на другу; пошто удари могу наступити једино у случају кад се вредност полупречника кривине мења скоком, нагло.

Примери.

Да објаснимо све ово и примерима.

Предпоставимо да је: s = 1,50 m t = 1,80 m. и △ = 10 mm. па ћемо по еквацији бр. 30 добити таблицу I, где су за разне полупречнике кривине срачунате вредности за n.

Таблица I.

r met.	n	r met.	n	r met.	n	r met.	n	r met.	n
250	220	500	320	1200	490	2500	700	4500	940
300	240	600	350	1500	550	3000	770	5000	990
350	260	800	400	1800	600	3500	830		
400	280	1000	450	2000	630	4000	890		

За остала рачунања представићемо просечну вредност n = 300 с обзиром на витоперност колосека у прелазној кривини.

Први пример:

Дато је: v = 60 км. на сат = 16,67 m. на сек. r = 350 m.

$$C = \frac{1{,}50 \times 16{,}67^2}{9 \cdot 81} = 42{,}45\,,\ h = \frac{42{,}45}{350} = 122\ mm$$

Дужина прелазне кривине је по екв. бр. 2.:

$$l = \frac{3 \,.\, 5 \,.\, 300^2 \,.\, 0{,}122}{8} = 68{,}6\ m$$

Померање праве *u* по еквацији бр. 14:

$$u = \frac{3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 300^2 \,.\, 0{,}122^3}{7 \,.\, 2^9 \,.\, 42{,}45} = 241\ mm$$

Додирна тачка продуженог лука од померене праве одстоји за *a* (види екв. 13).

$$a = \frac{68{,}6}{2} = 34{,}3\ m.$$

Пресечна тачка дирке у крајњој тачци с правом удаљена је од краја лука по екв. бр. 15 за: $z = {}^2/_7 \,.\, 68{,}6 = 19{,}60$ m.

Тачке највеће разлике у надвишењу имају апсцисе (екв: 25):

$x_a = 0{,}2 \,.\, 68{,}6 = 13{,}7$ m. и $x_b = 0{,}8 \,.\, 68{,}6 = 54{,}7$ m.

Одмицање једне линије од друге као и полупречници кривина за обе линије као и овима принадлежна надвишења срачунати су по еквацијама 4, 6, 16 и 18 и сређени у таблици II.

II. Таблица

Дужина x m	Надвишење		Одступање		Полупречн. кривине	
	истинско mm	потребно mm	Осе колосека mm	путање тежишта mm	Осе колосека m	путање тежишта m
0	0	0	0	0	∞	∞
10,0	3	10	0	4	14176	4225
13,7	7	15	3	11	6014	2896
20,0	18	25	10	32	2293	1676
30,0	47	49	66	122	908	878
34,3	61	61	120	193	700	700
40,0	80	76	234	330	534	557
50,0	107	100	587	715	398	427
54,7	115	107	835	973	370	396
60,0	120	114	1188	1332	354	374
68,6	122	122	1928	2074	350	350

Други пример:

Дато је: v = 100 km. на сат = 27,28 m. на сек. r = 1000 met. — Рачунато као и у првом примеру имамо:

$$C = \frac{1{,}50 \,.\, 27{,}28^2}{9 \cdot 81} = 118{,}00; h = \frac{118}{1000} = 118\ mm$$

$$l = \frac{3.5 \,.\, 450 \,.\, 0{,}118}{2^3} = 99{,}6\ m\ ;\ u = \frac{3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 450^2 \,.\, 0{,}118^3}{7 \,.\, 2^2 \,.\, 118} = 177\ mm$$

$$a = \frac{99{,}6}{2} = 49{,}8\ m\ ;\ z = {}^2/_7 \,.\, 99{,}6 = 28{,}46\ m.$$

$x_a = 0{,}2 \,.\, 99{,}6 = 19{,}9$ m ; $x_b = 0{,}8 \,.\, 99{,}6 = 79{,}7$ m.

Вредности за надвишења, одмицања обеју линија, полупречнике кривине за поједине тачке прелазне кривине срачунате су и сређене у талици III.

Таблиица 3.

Дужина x m	Надвишење		Одступање		Полупречн. кривине	
	истинско mm	потребно mm	осе колосека mm	путање тежишта mm	осе колосека мет.	путање тежишта мет.
0	0	0	0	0	∞	∞
10,0	1	8	0	1	115363	14154
19,9	7	17	1	9	17265	7133
30,0	19	27	9	32	6065	4224
40,0	38	43	33	79	3119	2770
49,8	59	59	89	160	2000	2000
60,0	81	76	197	294	1454	1547
70,0	99	91	373	492	1187	1300
79,7	111	101	624	757	1062	1164
90.0	117	110	985	1125	1004	1068
99,6	118	118	1417	1559	1000	1000

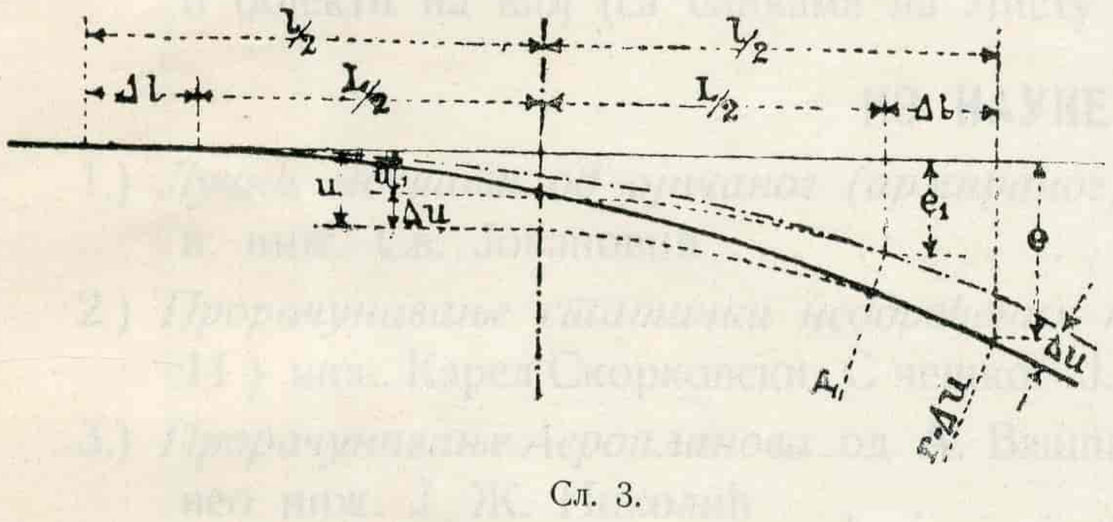
Линије срачунате у другом примеру графички су престављене у сл. 2.

У слици 2a је издужни изглед линије надвишења, дакле вертикална пројекција. Извучена линија преставља праву а испрекидана линија потребно надвишење. У слици 2b извучена линија преставља линију осе колосека а испрекидана —·— линију путање тежишта.

Примена овог оваког срачунатог надвишења и прелазне кривине не задаје никаквих тешкоћа.

Полагање и одржавање прелазне кривине биће лакше но код до сад уобичајеног начина рада при чему се заобљавање лактова на почетку и крају прелазне кривине оставља надзорнику пруге. Оса колосека повија се по линији која је слична кубној параболи па ће према томе и полагање и одржавање бити исто тако лако као код до сад уобичајеног рада.

Још би само било потребно да се оцени да ли се може и како треба нову прелазну кривину уметнути у колосек који већ постоји. Праве при том треба да остану непромењене. Сем тога треба средина новог и средина старог лука прелазне кривине да се поклапају. (види сл. 3.)



Сл. 3.

У оваквим случајевима потребно је да се кружни лук кривине колосека помери ка средишту за $\triangle u$ и то тако да средиште лука остане исто; да се дакле полупречник кривине смањи за $\triangle u$.

Ако нам за постојећу кубну параболу као прелазну кривину представљају: $\mathfrak{L}$ дужину лука 1 : n сталан нагиб надвишења спољне шине и u_1 померање кружног лука према дирки; онда имамо да применимо ове образ- це за рачунање:

$$\mathfrak{L} = n_1 \, h u_1 = \frac{\mathfrak{L}^2}{24 r} = \frac{n_1^2 \, h^3}{24 \, C}\text{;}$$ из еквације бр. 14

излази:

$$\triangle u = u - u_1 = \frac{h^3}{48 \, C} (3 n^2 - 2 n_1^2) \quad . \quad . \quad 31)$$

Нови почетак прелазне кривине помиче се уназад према првобитном за дуж $\triangle l$, при чему је:
$\triangle l = {}^1/_2 \, (l - \mathfrak{L}) = {}^h/_{16} \, (15n - 8n_1)$ . . . . 32.

Помоћу еквација 31 и 32 одређени су потпуно положај прелазног лука, и кружног лука (кривине колосека) који овом одговара.

Преглед величина $\triangle u$ $\triangle l$ даје нам таблица IV. За брзину од 60 км. на сат узето је $n_1 = 300$ 4 а за брзину од 100 км. на сат узето је $n_1 = 500$ Ово се слаже с расписом аустриског Министарства Саобраћаја од 24. јуна 1905. године.

Таблица 4.

полупреч. кривине r met.	надвишење h mm	Број n	Број n_1	$\triangle u$	$\triangle l$
a) Брзина 60 км. на сат C = 42,48					
300	141	300	300	124	18,5
350	122	300	„	80	16,0
400	106	300	„	53	13,9
500	85	320	„	38	12,8
600	71	350	„	33	12,6
800	53	400	„	23	11,9
1000	43	450	„	17	11,7
12 0	35	490	„	11	10,8
1600	26	550	„	8	10,0
b) Брзина 100 км. на сат C = 118,00					
1000	118	450	500	31	20,3
1200	98	490	„	37	20,5
1500	79	550	„	35	21,0
2000	59	630	„	24	20,1
2500	47	700	„	18	19,2
3000	39	770	„	14	18,4
3500	34	830	„	11	18,0
4000	70	890	„	9	17,6
4500	26	940	„	7	16,4

Мере $\triangle n$ изложене у таблици IV. тако су мале да се померање — поправка — лука може извршити без потребе проширења круне железничког трупа: Смањивање полупречника кривине за $\triangle u$ нема никаквог значаја. Потребна дуж $\triangle l$, за колико треба измаћи почетак нове прелазне кривине износи највише 21 м. те ће толико дужине бити свуда на расположењу. За нужду могу се почетци прелазних кривина два суседна лука спојити у-једно. v. Bories у Org. f. d. F. d. E. W. 1905. стр 22 тврди да је то чак и целисходно кад су кратке међуправе између суседних лукова.

Најзад да поменемо да овај нов облик прелазног лука сасвим добро одговара услову, који је постављен у чланку „Прелазна кривина“ Organ f. d. F. d. E. W. 1905 стр. 25:

„Колосек треба у првој трећини дужине прелазне кривине оставити у правој и спољну шину само поступно, с почетка слабо и што даље све јаче издизати. У другој половини прелазне кривине прећи тад у доста оштрој кривини у кружни лук.“

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1907. 9 и 10 свеска.

Ј. Стефановић

САДРЖАЈ:

НАШИ ТЕХНИЧКИ РАДОВИ

1.) *Важнији објекти београдске канализације:* I. Спој канала горње зоне савског слива на почетку тунела, (са сликама на Листу 1. и 2.) инжењери Д. Божић и Н. Смиљанић . . . . . 1.

2.) *Главнији радови на пруги Зајечар—Боговина :* II. Варијанта за тунел „Звездан“ и објекти на њој (са сликама на Листу 3.) инж. П. Миленковић . . . . 11.

ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ

1.) *Лучни мостови од ојачаног (армираног) бетона,* (са сликама на Листу 4-10.) в. инж. Св. Јовановић . . . . . 14.

2) *Прорачунавање статички неодређених крутих рамова* (са сликама на Листу 11) инж. Карел Скорковски. С чешког Ј. Стефановић ред. проф. Универзитета 47.

3.) *Прорачунавање Аеропланова* од A. Baumann-a, (са сликама на Листу 12.) превео инж. Ј. Ж. Николић . . . . . 57.

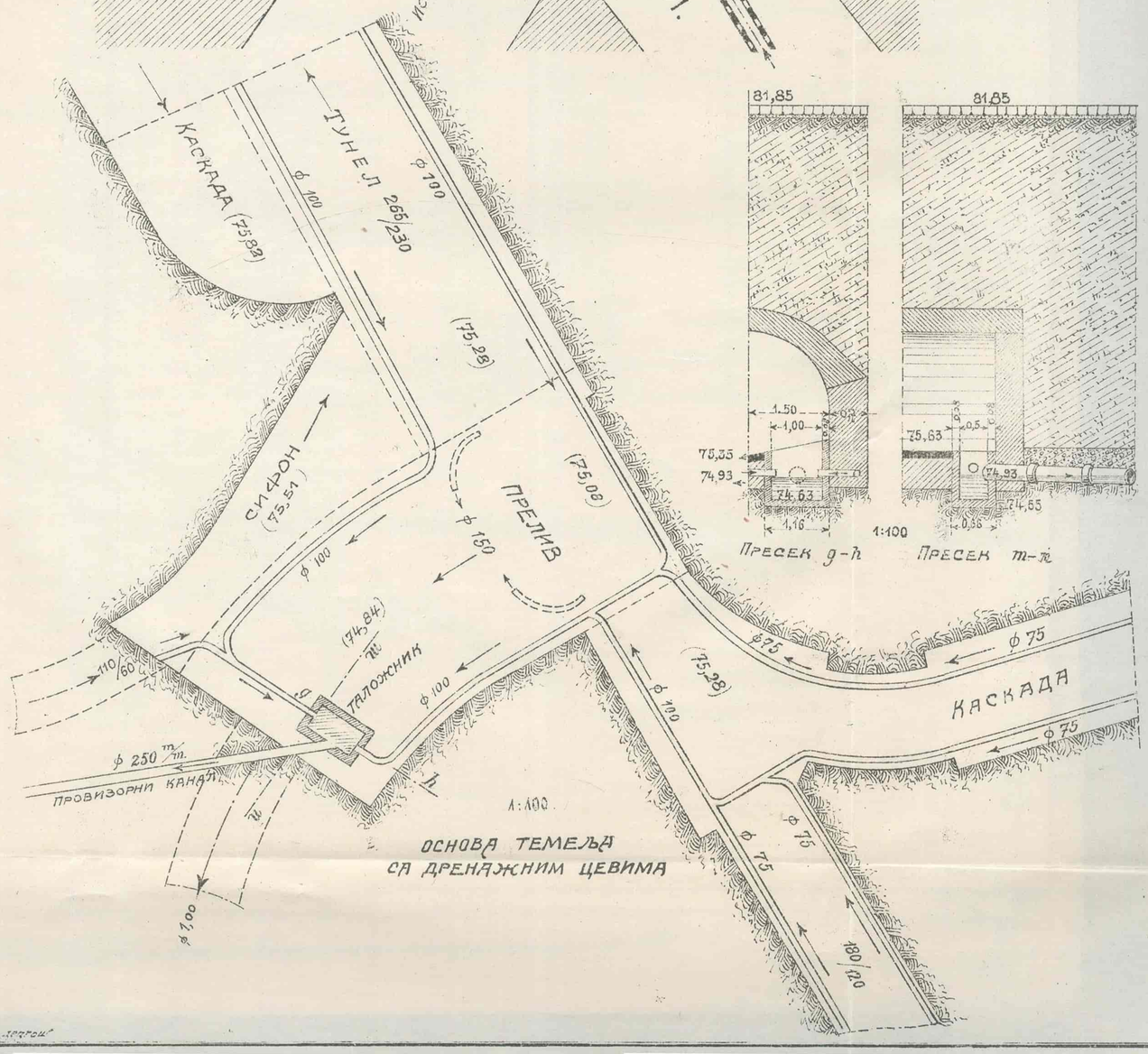
4.) *Прелазне кривине код железница* — Ј. Стефановић . . . . . 71.

РЕДАКЦИОНИ ОДБОР ЛИСТА:

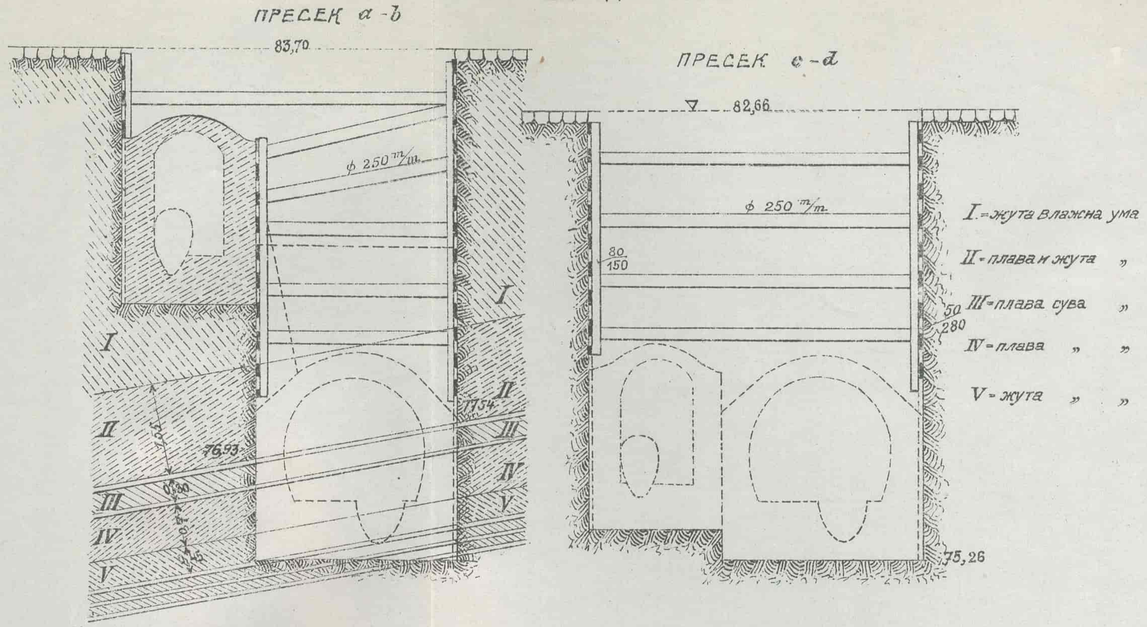
Јефта Стефановић, ред. проф. Универзитета; Кирило Савић, ванредни проф. Универзитета; Јован Андрејевић, Управник Грађевин. Одељења општ. београдске; Павао А. Димић в. инжењер Мин. Грађевина и Душан Божић, шеф - инжењер Канализационог Одсека.

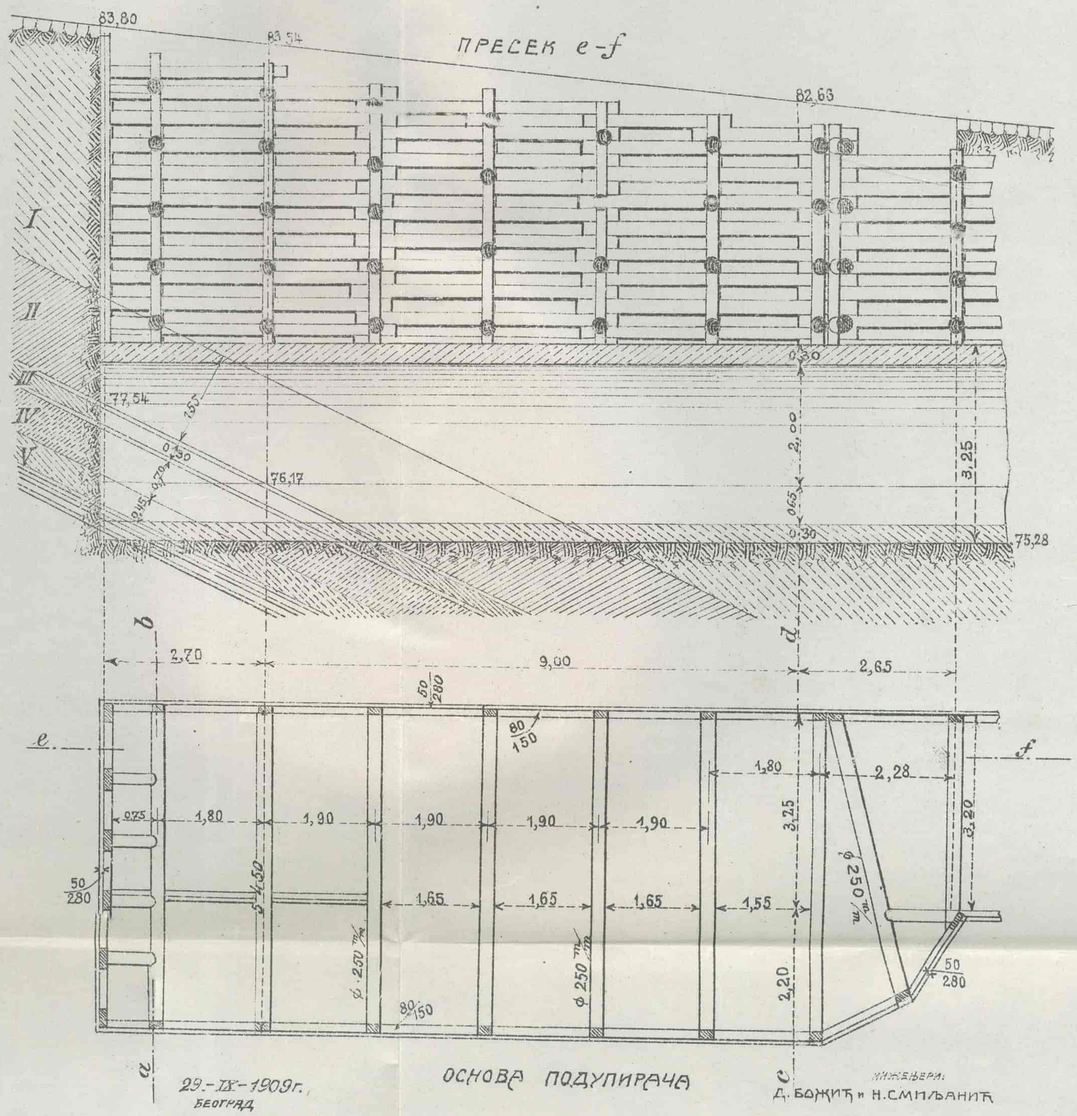
КАНАЛИЗАЦИЈА БЕОГРАДА

СИТУАЦИЈА СПОЈА КАНАЛА НА ПОЧЕТКУ ТУНЕЛА



ГЕОЛОШКИ ПРОФИЛ И ПОДУПИРАЊЕ ТЕМЕЉНЕ ЈАМЕ ЗА ВЕЛИКУ КАСКАДУ И ТУНЕЛ.





29.-IX-1909 г. Београд

ОСНОВА ПОДУПИРАЧА

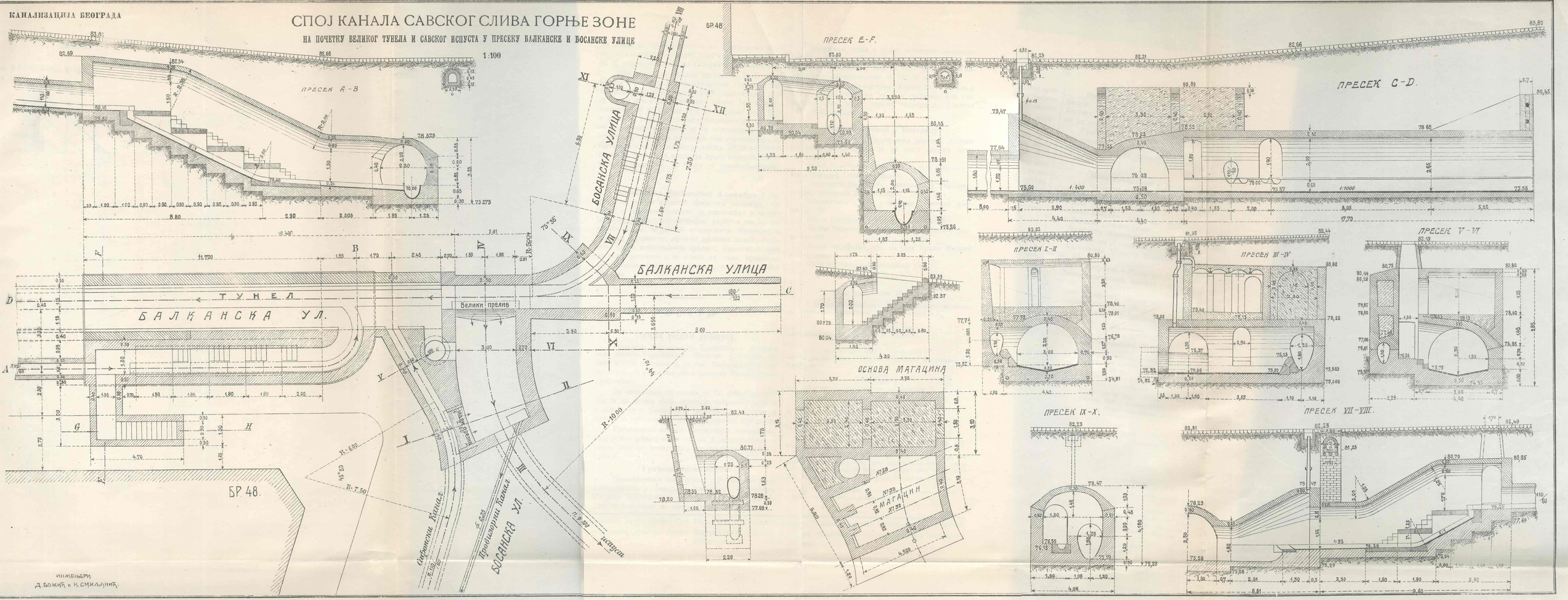
Инжењери:
Д. Божић и Н. Смиљанић

КАНАЛИЗАЦИЈА БЕОГРАДА

СПОЈ КАНАЛА САВСКОГ СЛИВА ГОРЊЕ ЗОНЕ

НА ПОЧЕТКУ ВЕЛИКОГ ТУНЕЛА И САВСКОГ ИСПУСТА У ПРЕСЕКУ БАЛКАНСКЕ И БОСАНСКЕ УЛИЦЕ

1:100

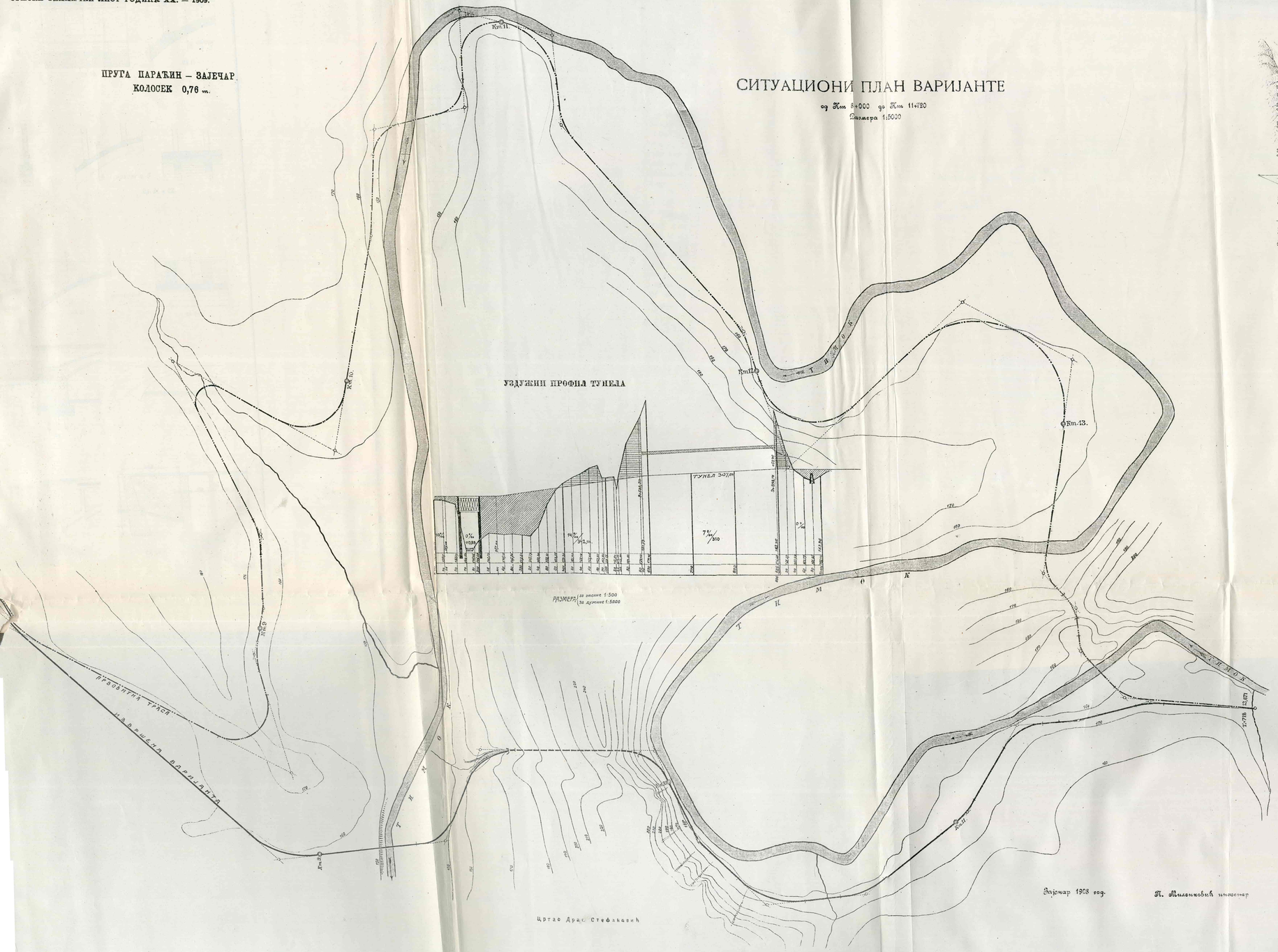


ИНЖЕЊЕРИ
Д. БОЖИЋ и Н. СМИЉАНИЋ.

ПРУГА ПАРАЋИН — ЗАЈЕЧАР
КОЛОСЕК 0,76 m.

СИТУАЦИОНИ ПЛАН ВАРИЈАНТЕ

од Км 8+000 до Км 11+720
Размера 1:5000



УЗДУЖНИ ПРОФИЛ ТУНЕЛА

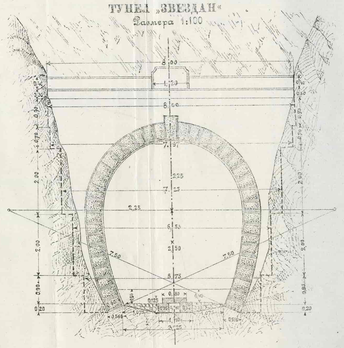
РАЗМЕРА за висине 1:500
за дужине 1:5000

Цртао Драг. Стефановић

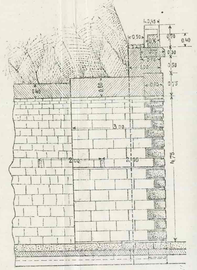
Зајечар 1908 год.

П. Миленковић инжењер

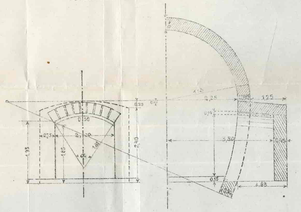
ТУНЕЛ „ЗВЕЗДАН"
Размера 1:100



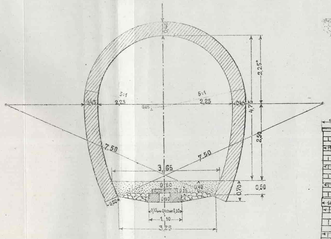
ПОРТАЛ ЗАЈЕЧАРСКИ



СКЛОНИШТЕ — НИША

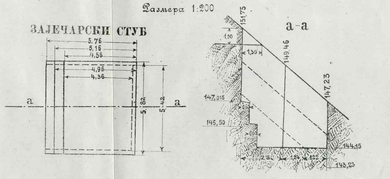


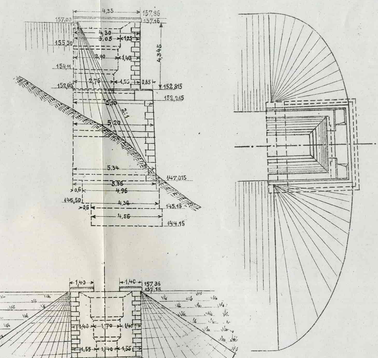
ПРОФИЛ ТУНЕЛА

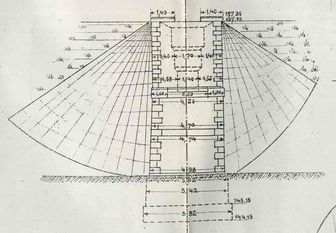


ГВОЗДЕН МОСТ 40 m ОТВОРА Км 9—170
Размера 1:200

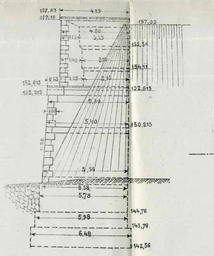
ЗАЈЕЧАРСКИ СТУБ

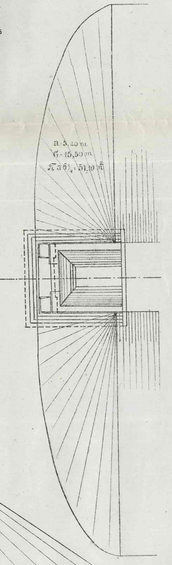


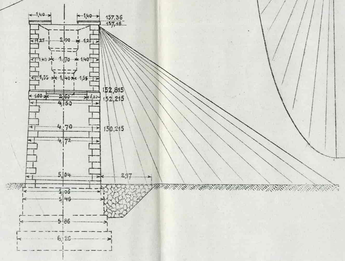




ПАРАЋИНСКИ СТУБ

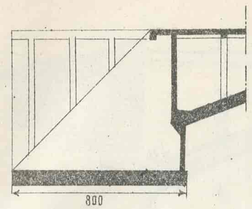




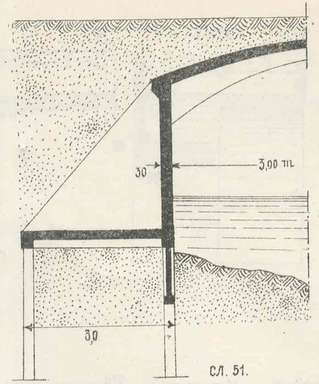


ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА

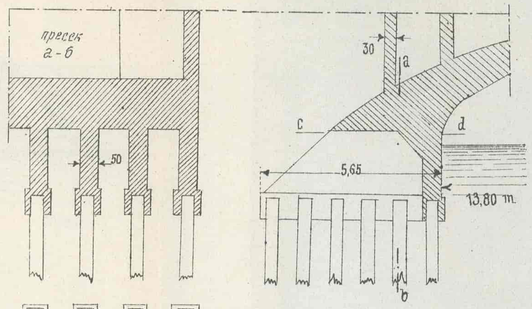
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА



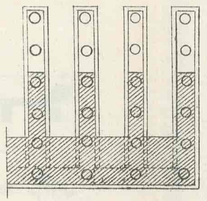
сл. 50.



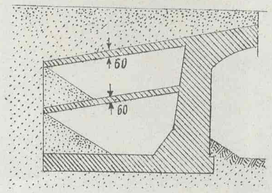
сл. 51.



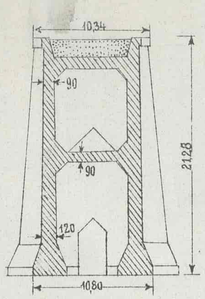
сл. 52.-54.

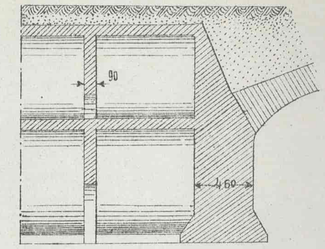


пресек c-d

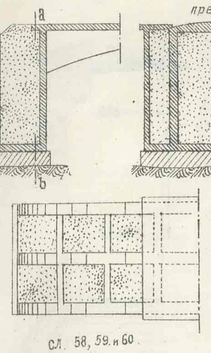


сл. 55.



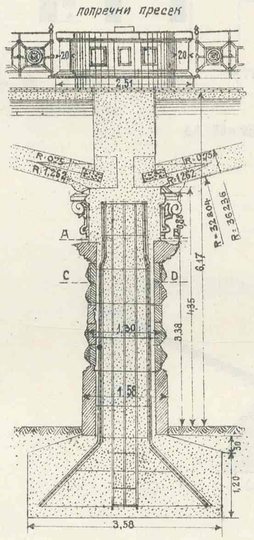


сл. 56. и 57.

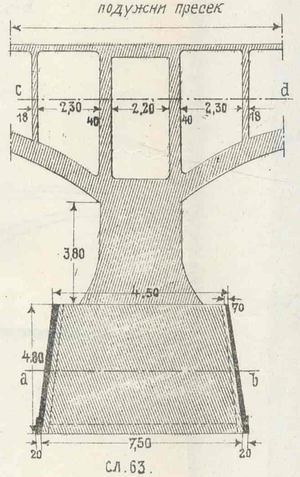


пресек a-b

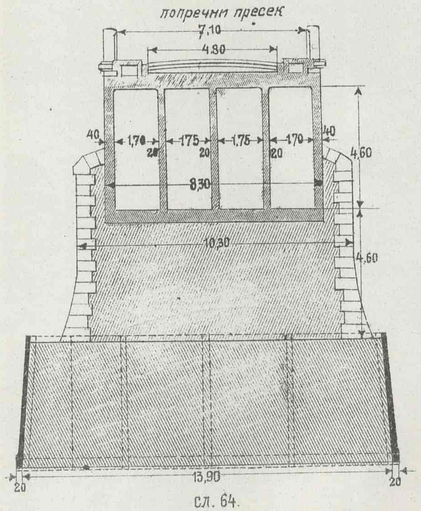
сл. 58, 59. и 60.



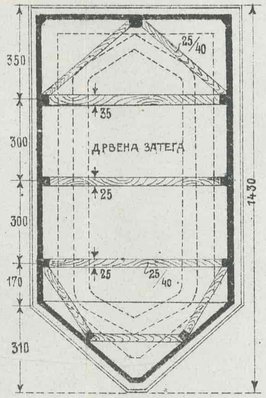
сл. 62.



сл. 63.

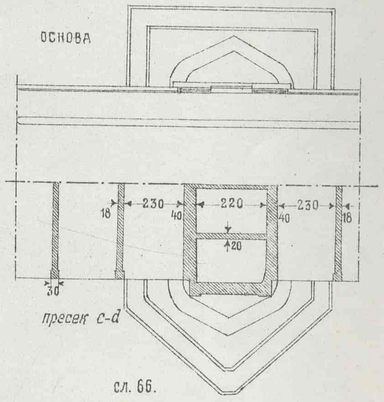


сл. 64.



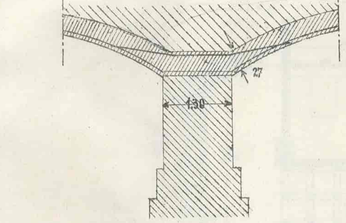
пресек a-b

сл. 65.

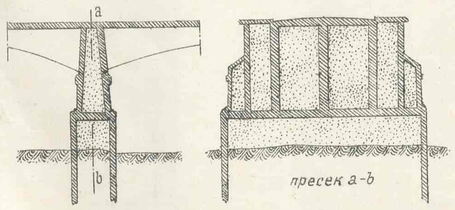


пресек c-d

сл. 66.

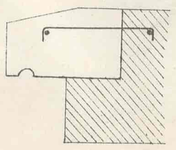


сл. 61.

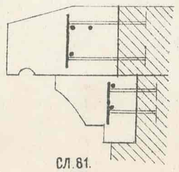


пресек a-b

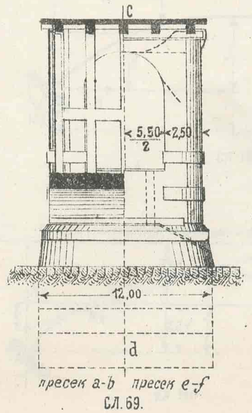
сл. 67. и 68.



сл. 80.

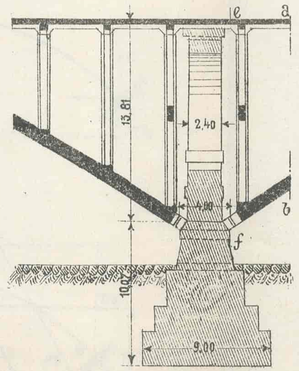


сл. 81.



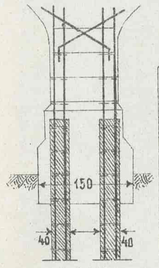
пресек a-b пресек e-f

сл. 69.

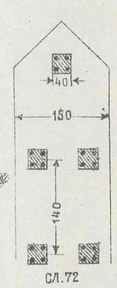


пресек c-d

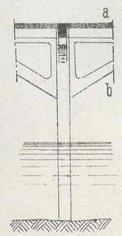
сл. 70.



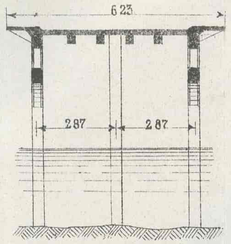
сл. 71.



сл. 72.

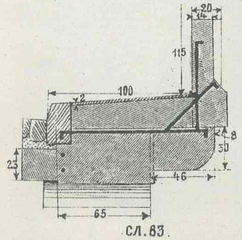


сл. 73

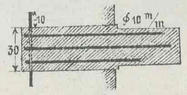


пресек a-b

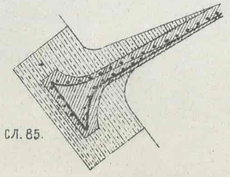
сл. 74.



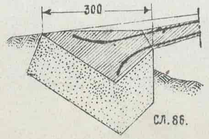
сл. 83.



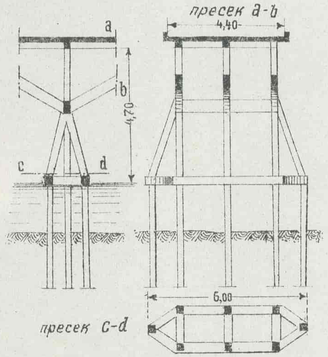
сл. 84.



сл. 85.



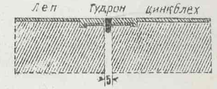
сл. 86.



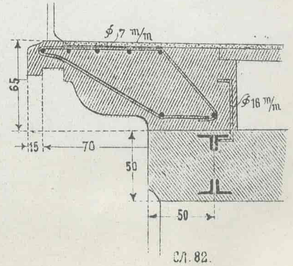
пресек c-d

сл. 75.-77.

сл. 78.

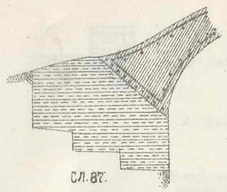


сл. 79.

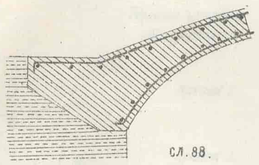


сл. 82.

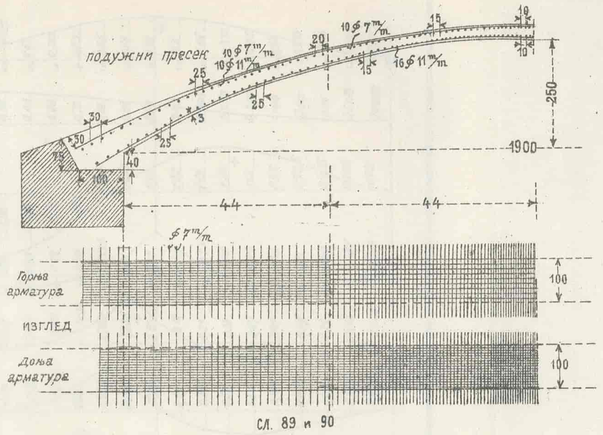
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА



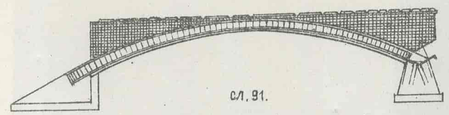
Сл. 87.



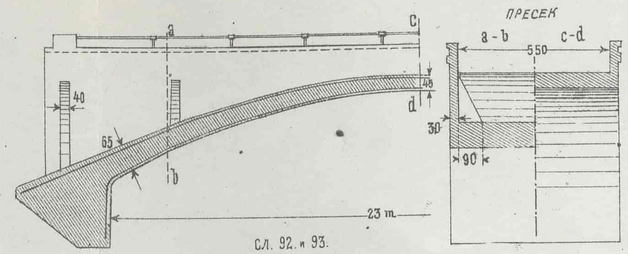
Сл. 88.



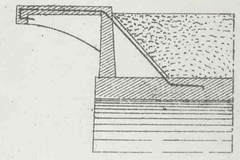
Сл. 89 и 90



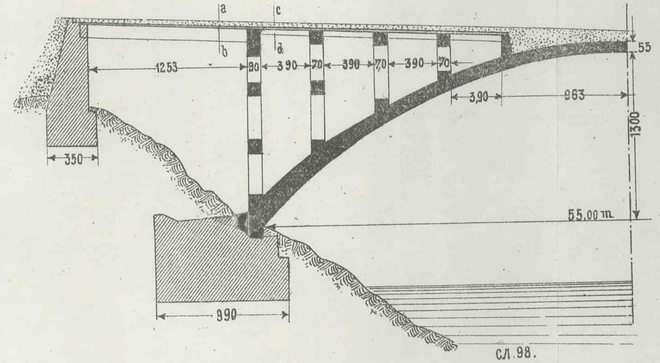
Сл. 91.



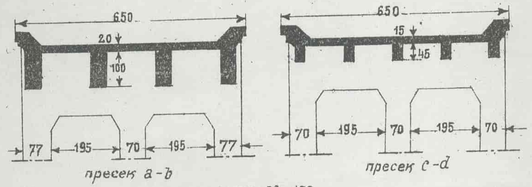
Сл. 92. и 93.



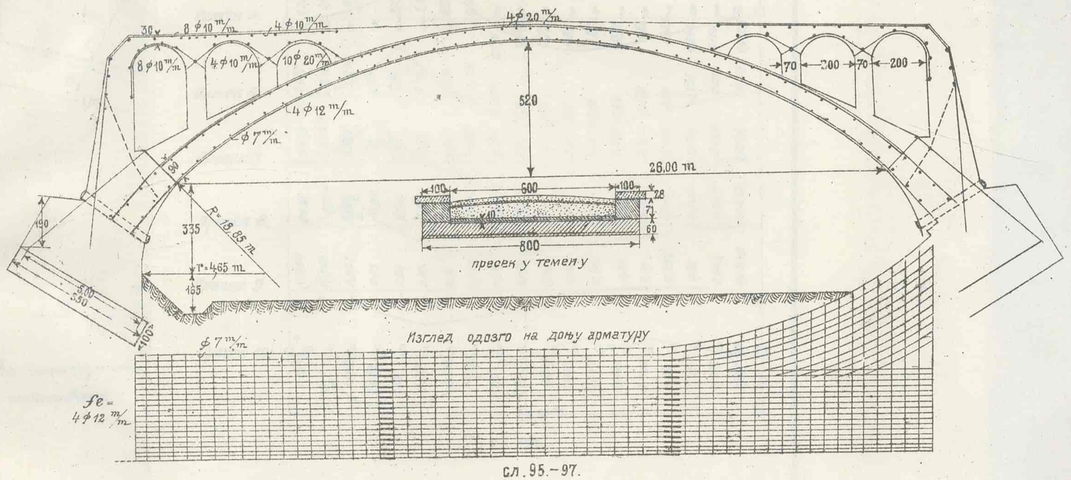
Сл. 94.



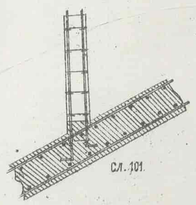
Сл. 98.



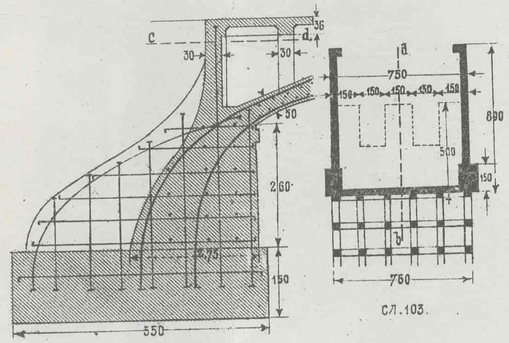
Сл. 99. и 100.



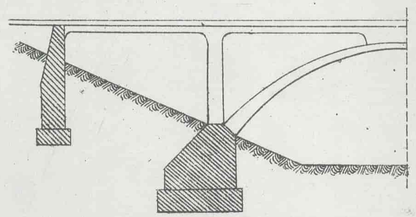
Сл. 95.—97.



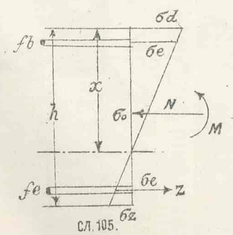
Сл. 101.



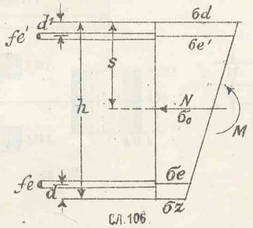
Сл. 102. Сл. 103.



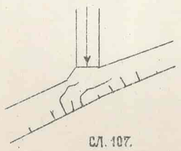
Сл. 104.



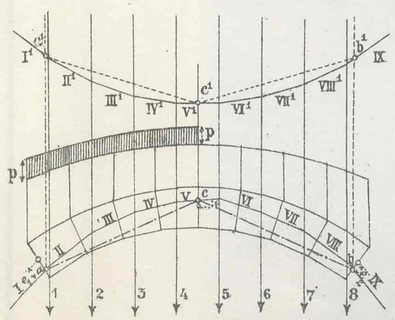
Сл. 105.



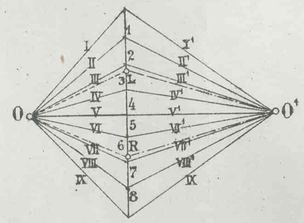
Сл. 106.



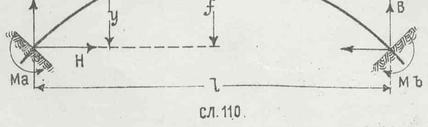
Сл. 107.



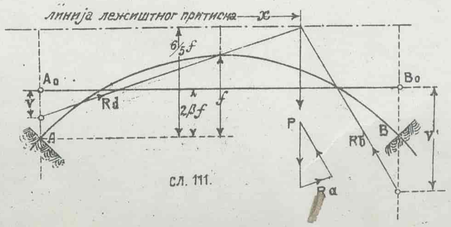
Сл. 108.



109.

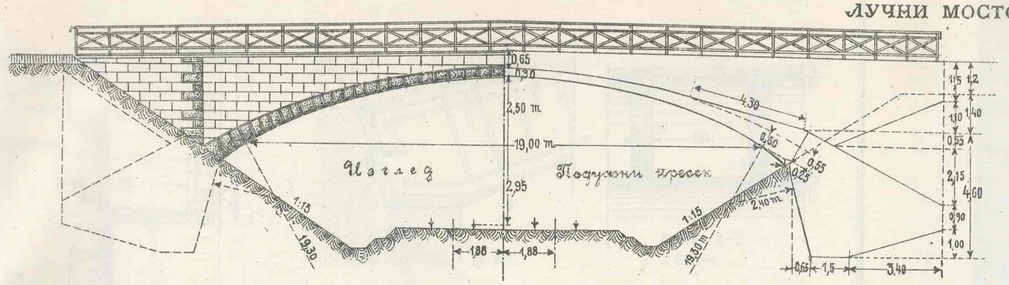


Сл. 110.

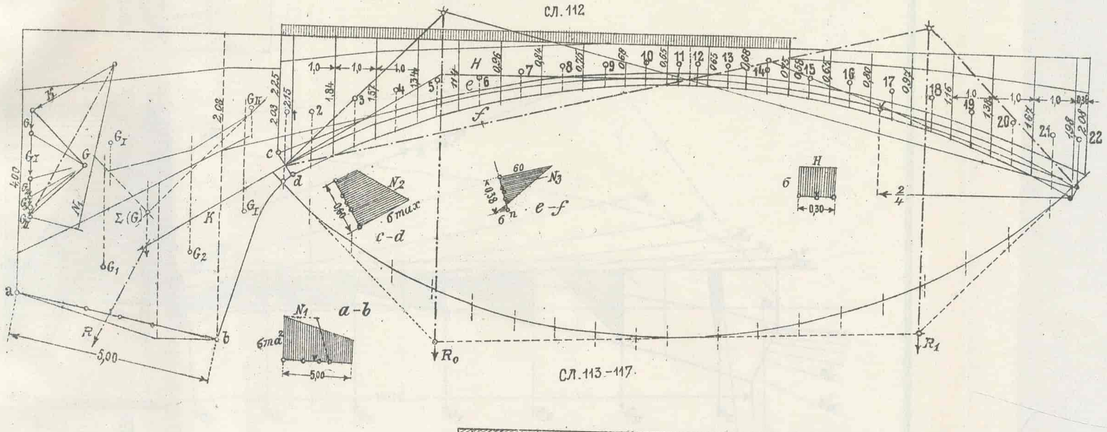


Сл. 111.

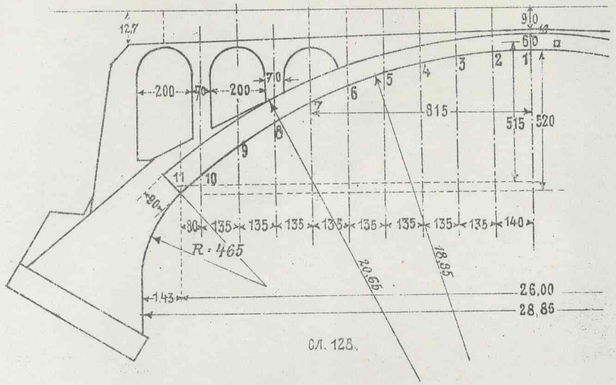
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА



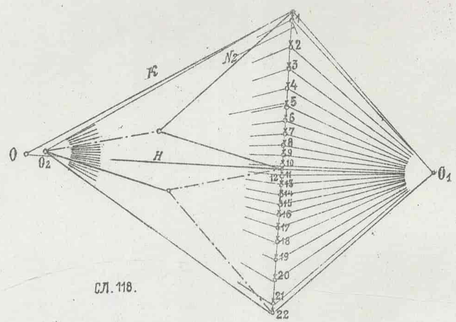
Сл. 112



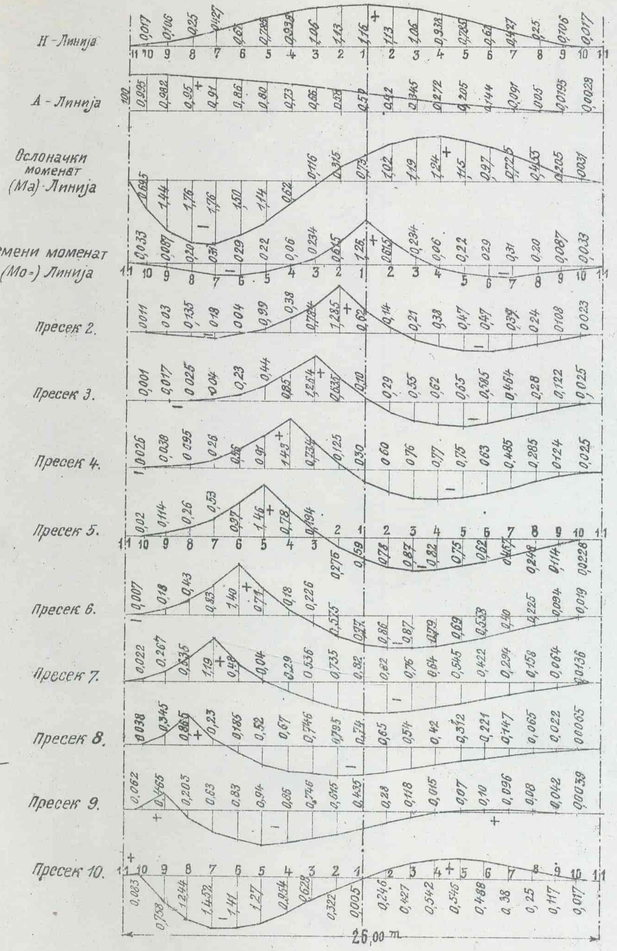
Сл. 113 – 117



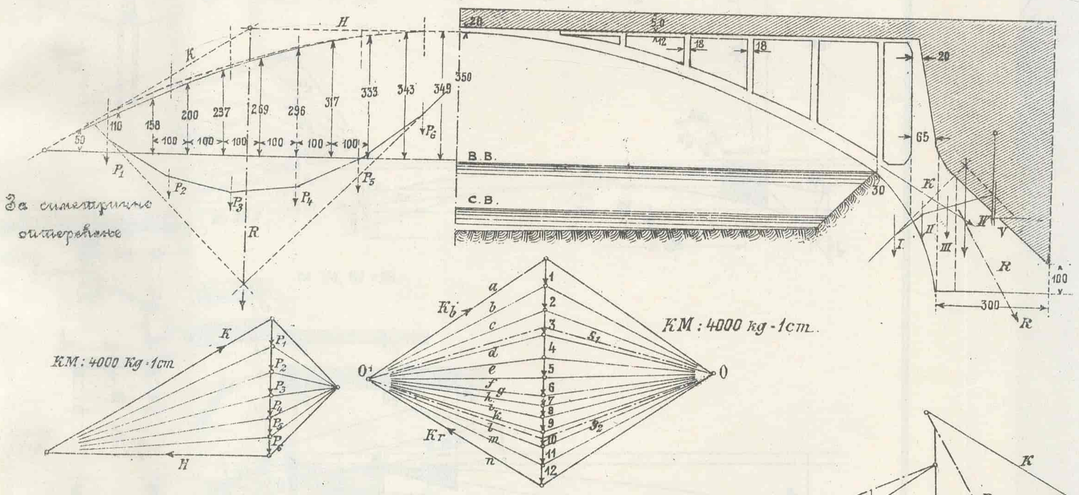
Сл. 128.



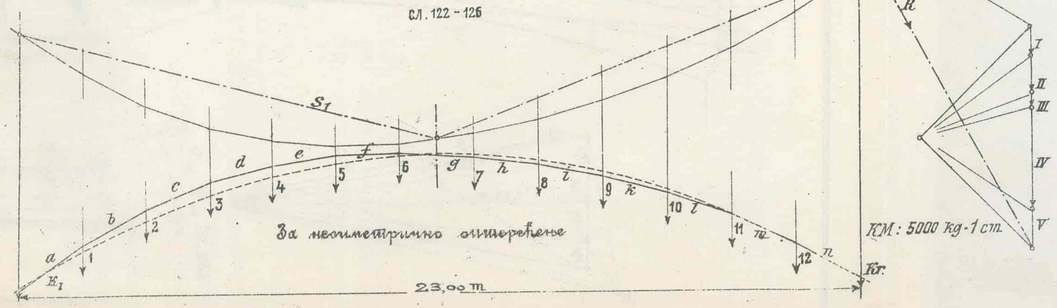
Сл. 118.



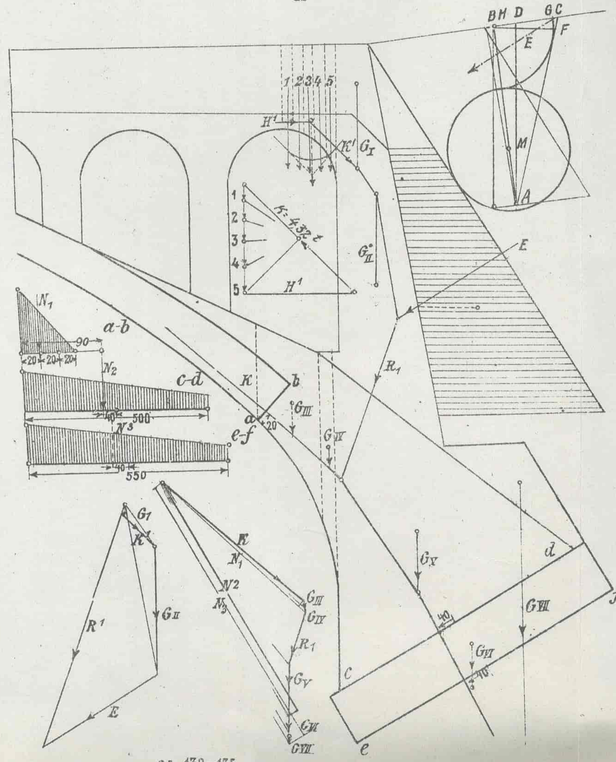
Сл. 129.



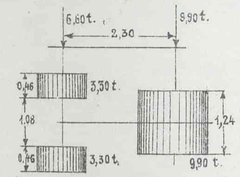
Сл. 122 – 126



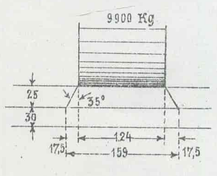
Сл. 127



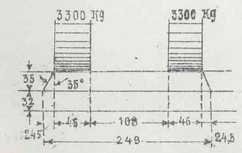
Сл. 130 – 135



Сл. 119.



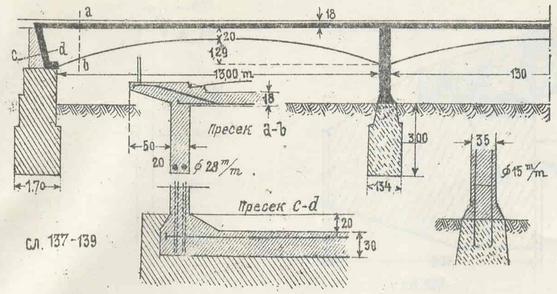
Сл. 120.



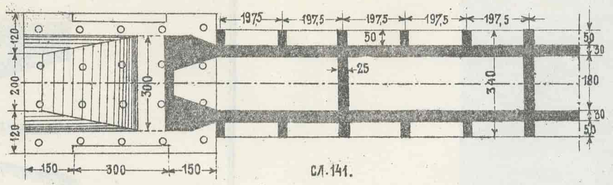
Сл. 121.

Цртао Драгош Стефановић

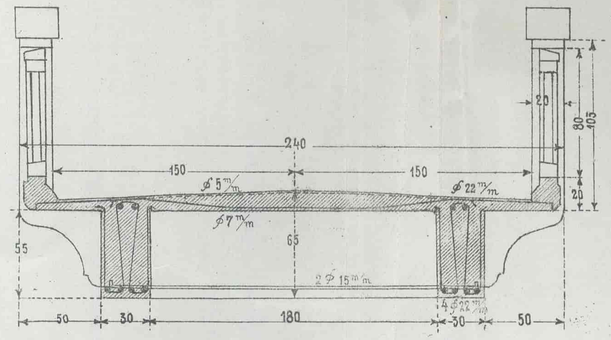
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА



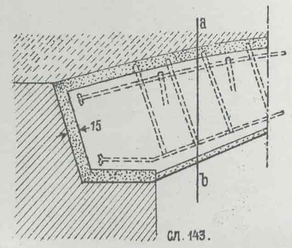
Сл. 137-139



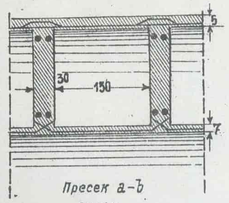
Сл. 141.



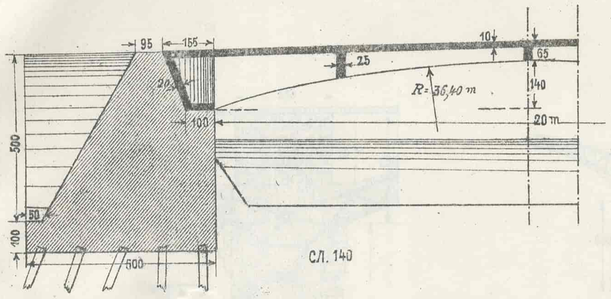
Сл. 142



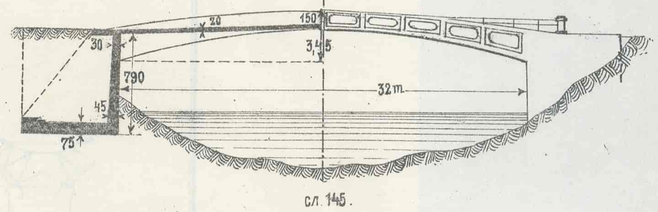
Сл. 143.



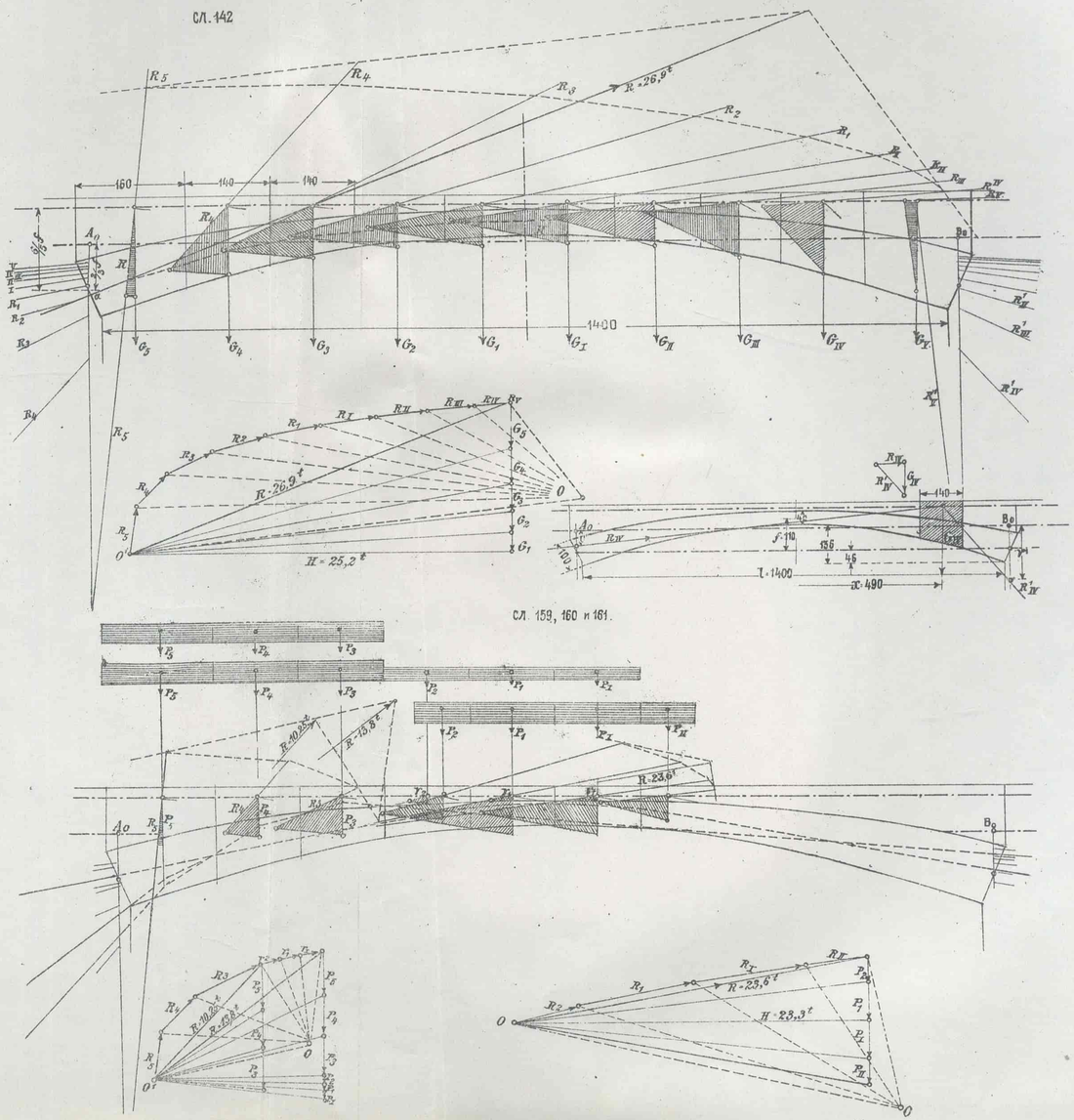
Пресек a-b
Сл. 144.



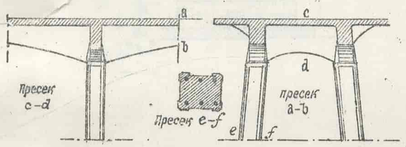
Сл. 140



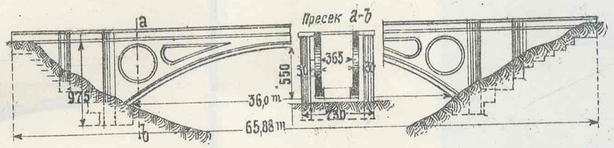
Сл. 145.



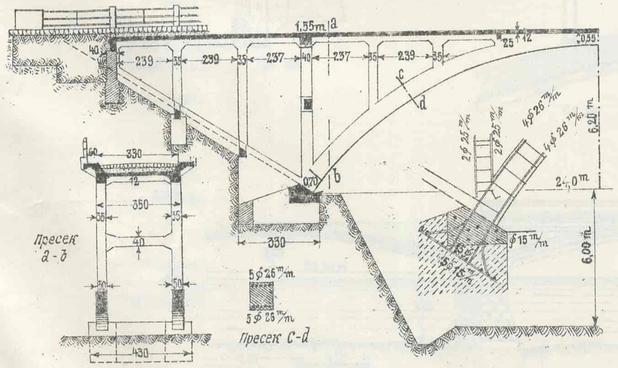
Сл. 159, 160 и 161.



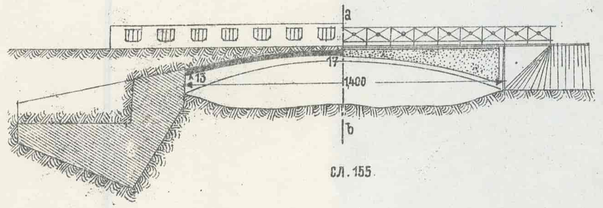
Сл. 146, 147 и 148.



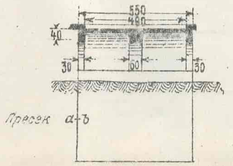
Сл. 149. и 150.



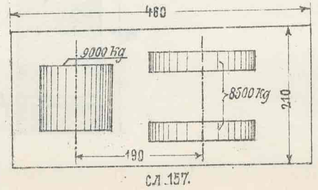
Сл. 151, 152, 153 и 154



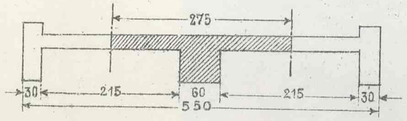
Сл. 155.



Сл. 156.



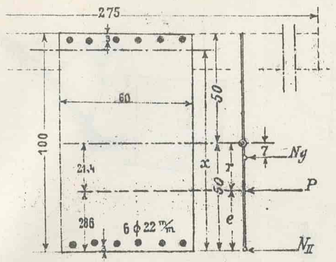
Сл. 157.



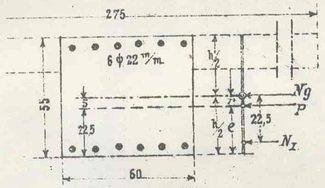
Сл. 158.

Цртао Драгош Стефановић

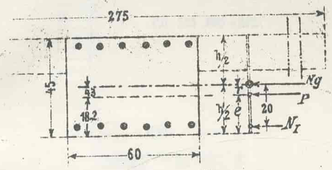
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА



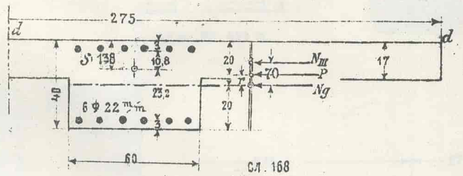
Сл. 165.



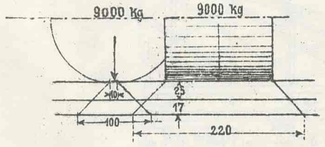
Сл. 166.



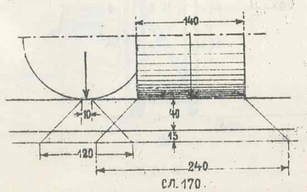
Сл. 167



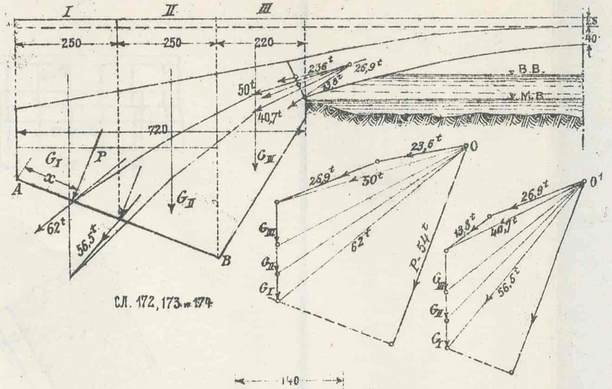
Сл. 168



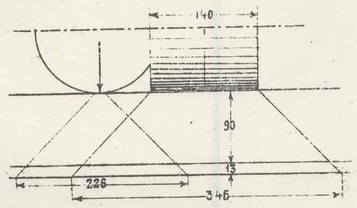
Сл. 169



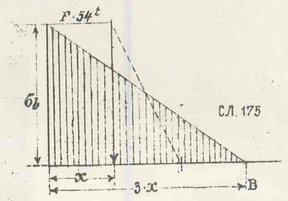
Сл. 170.



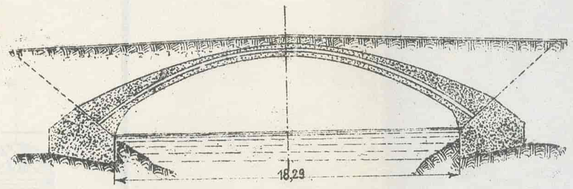
Сл. 172, 173 и 174



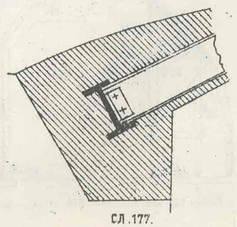
Сл. 171.

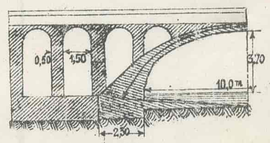


Сл. 175

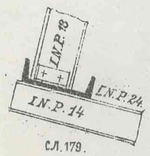


Сл. 176.

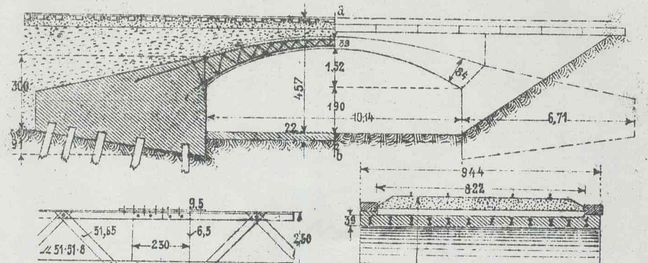

Сл. 177.



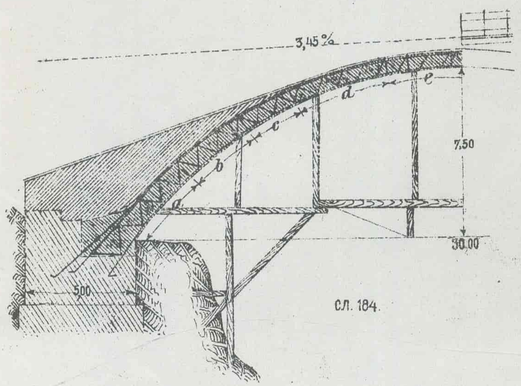
Сл. 178.



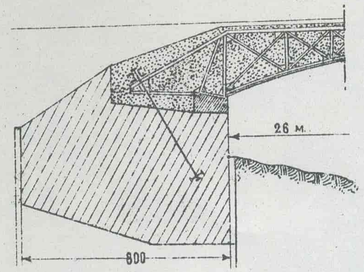
Сл. 179.



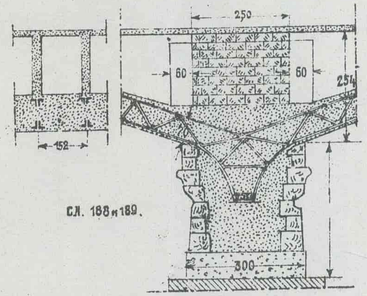
Сл. 180, 181, 182 и 183



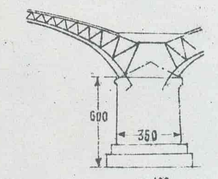
Сл. 184.



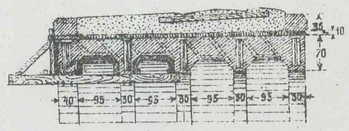
Сл. 187.



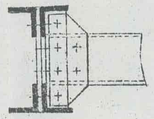
Сл. 188 и 189.

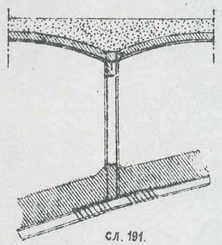


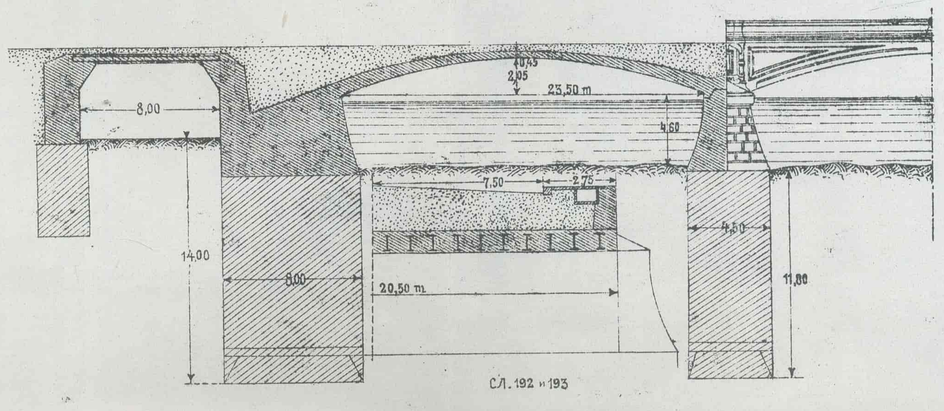
Сл. 190.



Сл. 185.


Сл. 186.

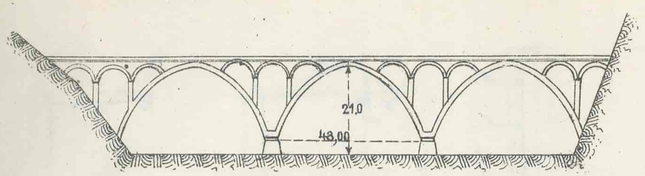

Сл. 191.



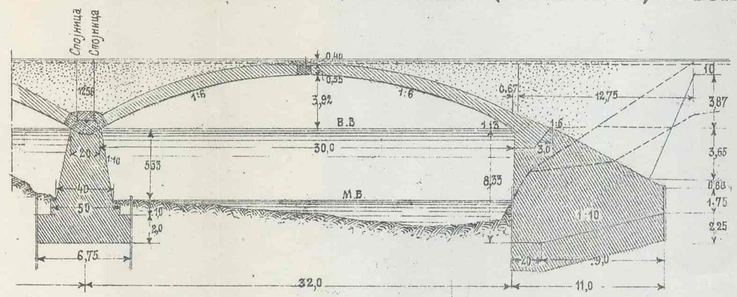
Сл. 192 и 193

ЦРТАО Драгослав Стефановић

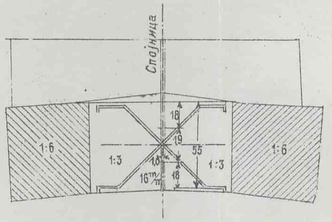
ЛУЧНИ МОСТОВИ ОД ОЈАЧАНОГ (АРМИРАНОГ) БЕТОНА

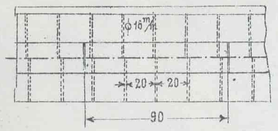


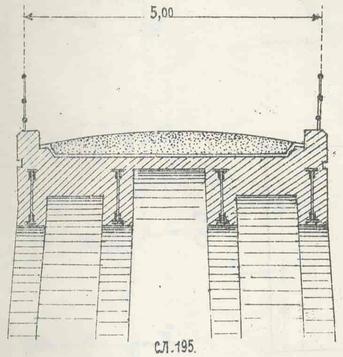
СЛ. 194.



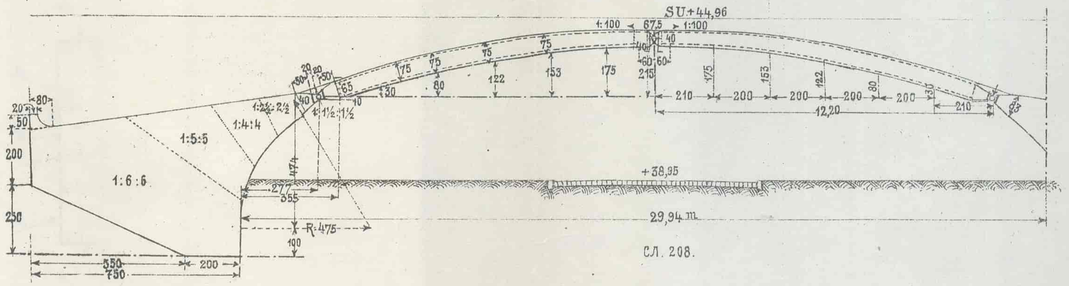
СЛ. 204.



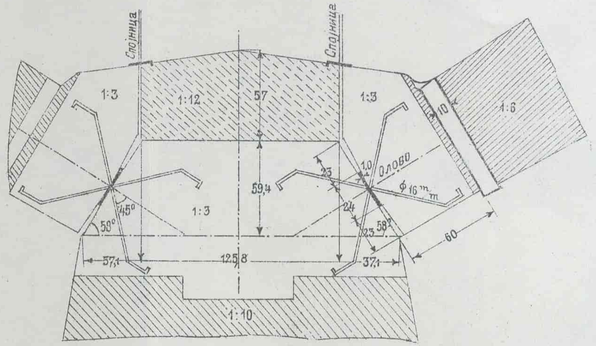




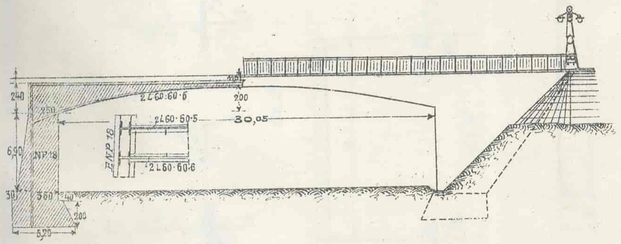
СЛ. 195.

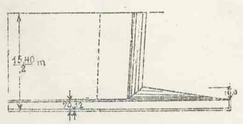


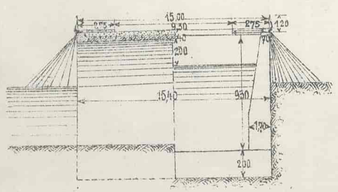
СЛ. 206.



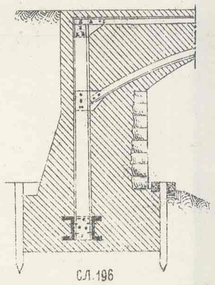
СЛ. 205, 206 и 207.



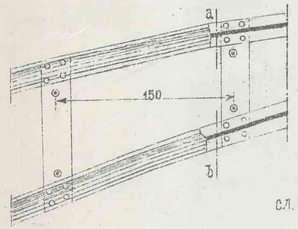


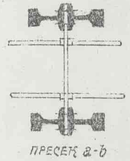


СЛ. 197, 198, 199, 200 и 201.

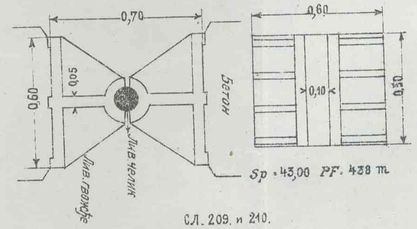


СЛ. 196

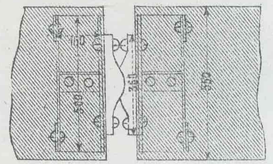




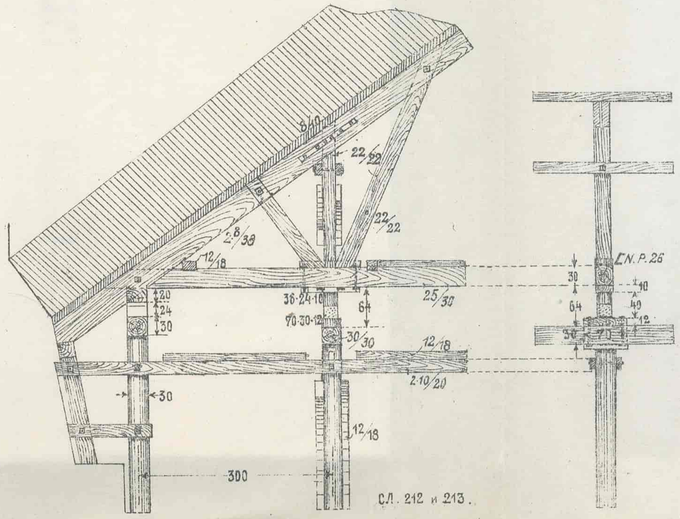
СЛ. 202 и 203.



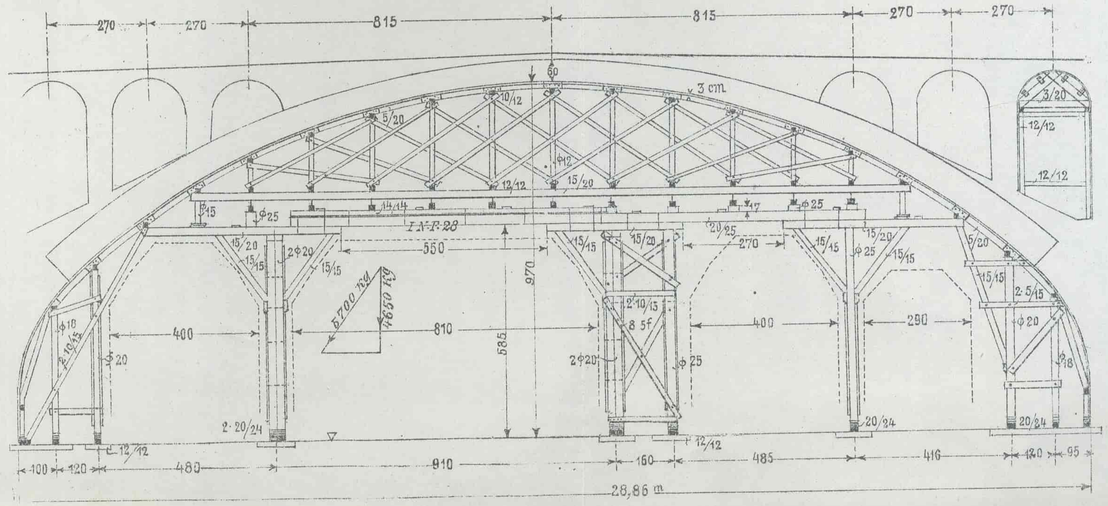
СЛ. 209. и 210.



СЛ. 211.



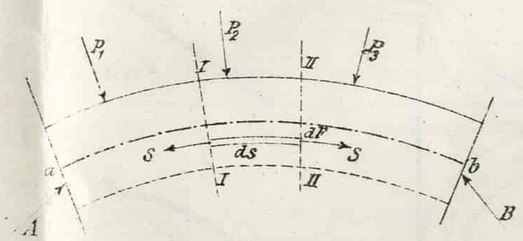
СЛ. 212 и 213.



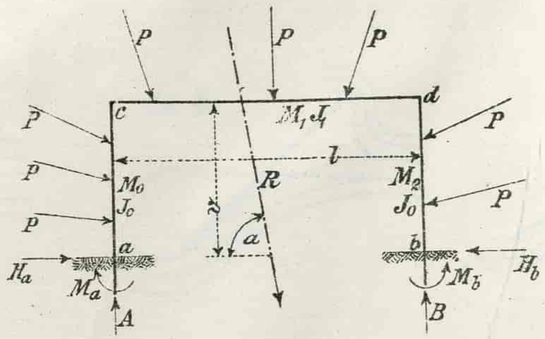
СЛ. 214.

Цртао Драгош Стојановић

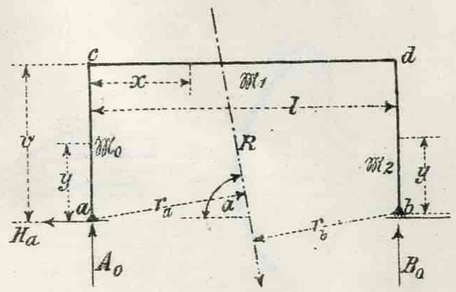
ИНЖ. К. СКОРКОВСКИ: ИЗРАЧУНАВАЊЕ СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИХ КРУТИХ РАМОВА



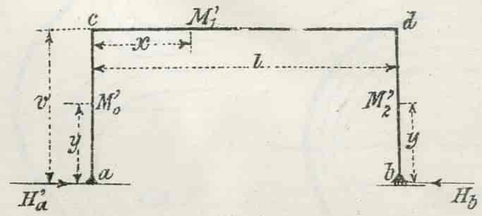
Сл. 1.



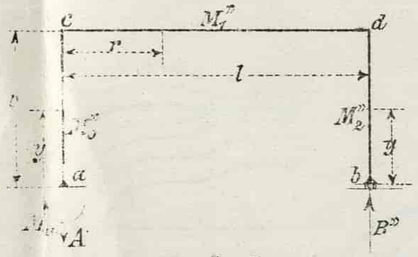
Сл. 2.



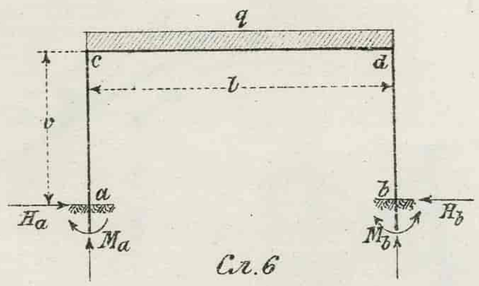
Сл. 3.



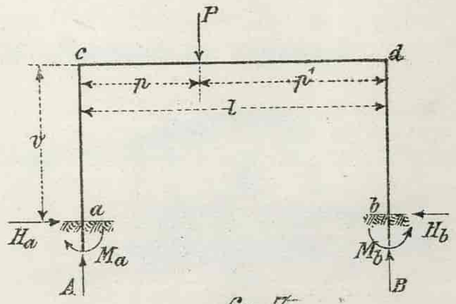
Сл. 4.



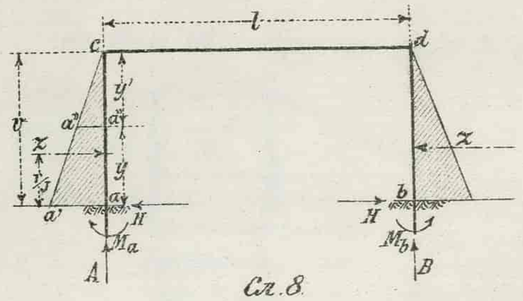
Сл. 5.



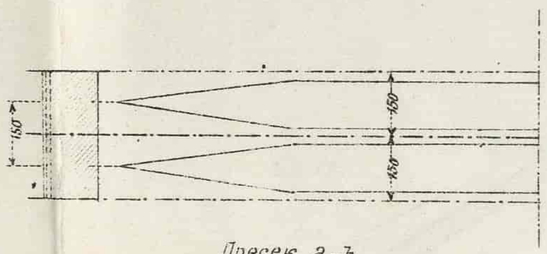
Сл. 6.



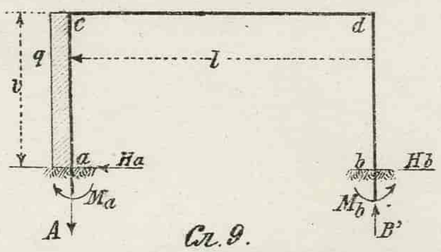
Сл. 7.



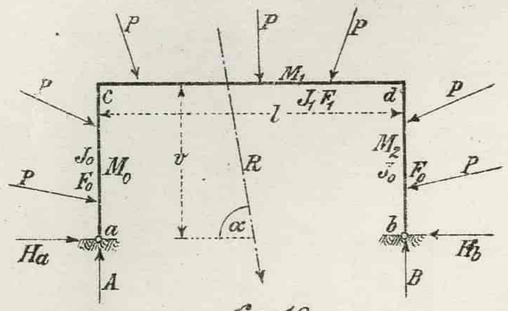
Сл. 8.



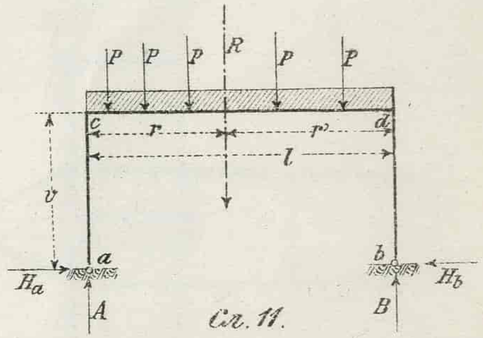
Пресек a-b.



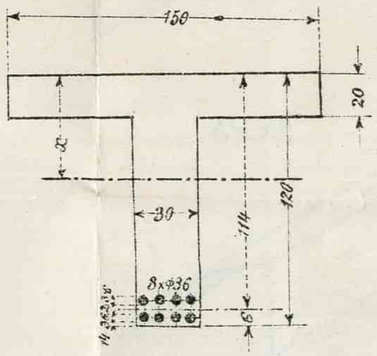
Сл. 9.



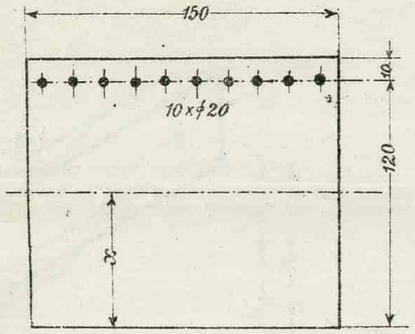
Сл. 10.



Сл. 11.

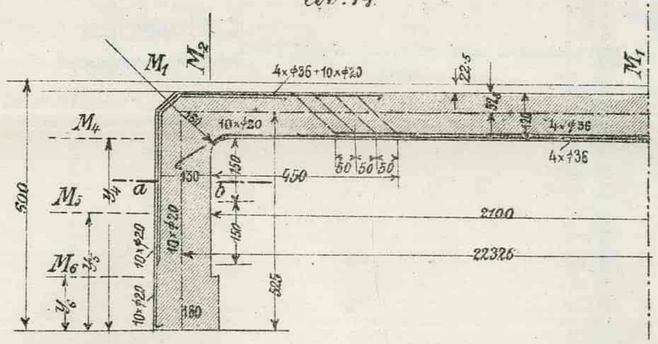


Сл. 12.



Сл. 13.

Сл. 14.



Таблица

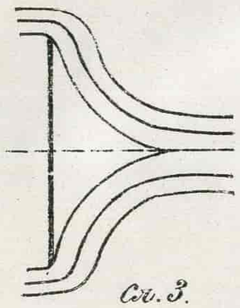
Број профила		1.	2.	3.	4.	5.	6.
Моменти у кгрм.	Од горњег оптерећења	+ 67566	- 90866	-111502	- 96853	- 58580	-26820
	Од земљ. притиска	- 403	- 403	- 403	- 380	+ 6396	+ 6118
	Промена температ.	± 10755	± 10753.	± 10753	± 9342	± 5650	± 2587
	Резулт. максимум	+ 77912	- 102024	- 122660	- 105575	- 51354	-23289
Размере пресека		8×φ36 = 81.4 cm²	103,65 cm²	103.5 cm²	105,5 cm²	62.5 cm²	31.4 cm²
Површ. у cm²		7221	22552	25552	22552	20437	19971
Удаљеност x неутр. осе у cm		52·5	74·13	80·4	74·13	67·7	66·3
Моменти лењивости		13556016	31805200	38925200	31805200	30623760	28361100
Напрезање гвожђа		991·9	936·2	972·3	968·8	842	758
Напрезање бетона		30·2	19·2	17·6	19·8	11·4	5·1

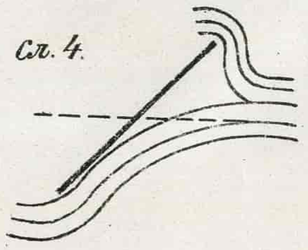
Д. СТЕФАНОВИЋ

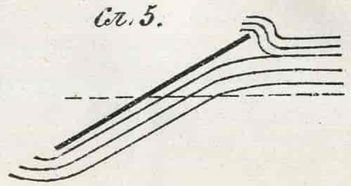
ПРОРАЧУНАВАЊЕ АЕРОПЛАНА

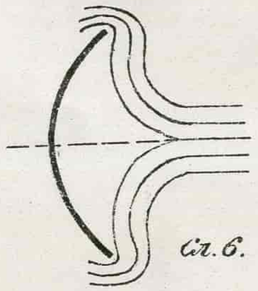
Сл. 1.

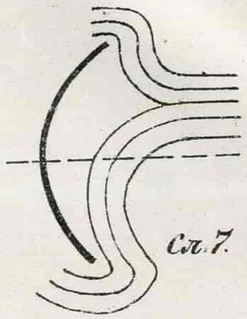
Сл. 2.

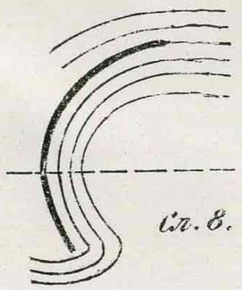

Сл. 3.

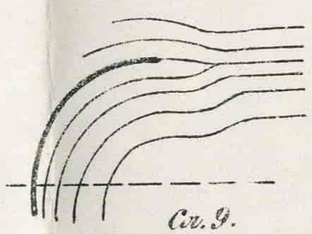

Сл. 4.

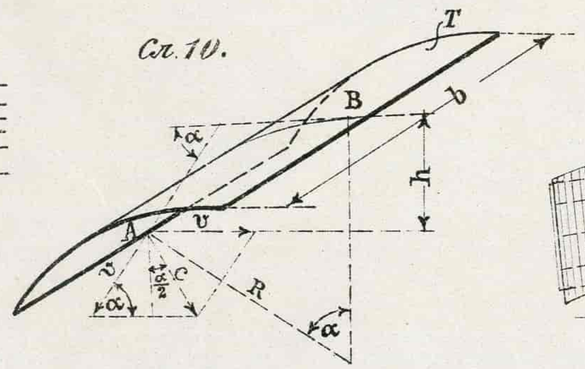

Сл. 5.


Сл. 6.

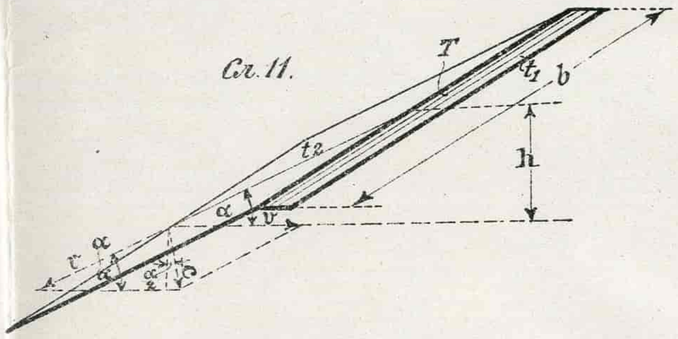

Сл. 7.


Сл. 8.

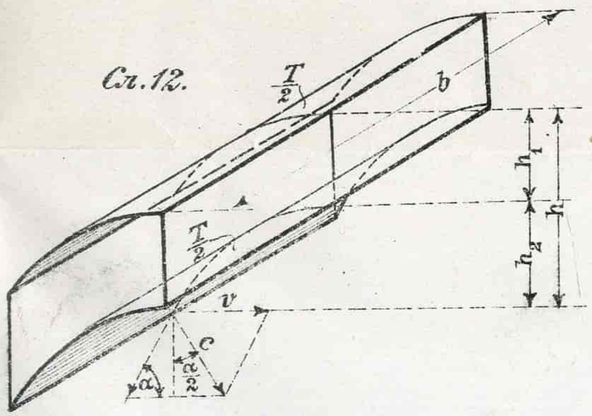

Сл. 9.



Сл. 10.

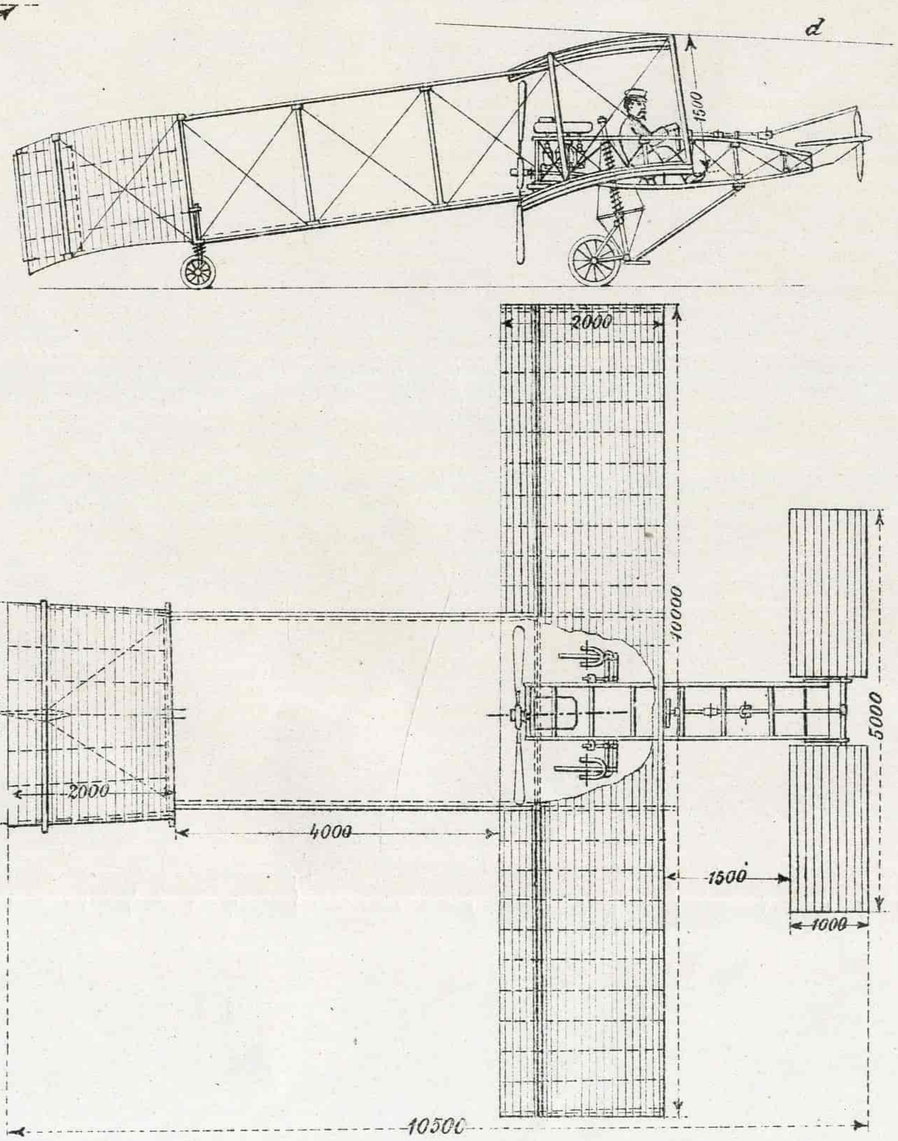


Сл. 11.

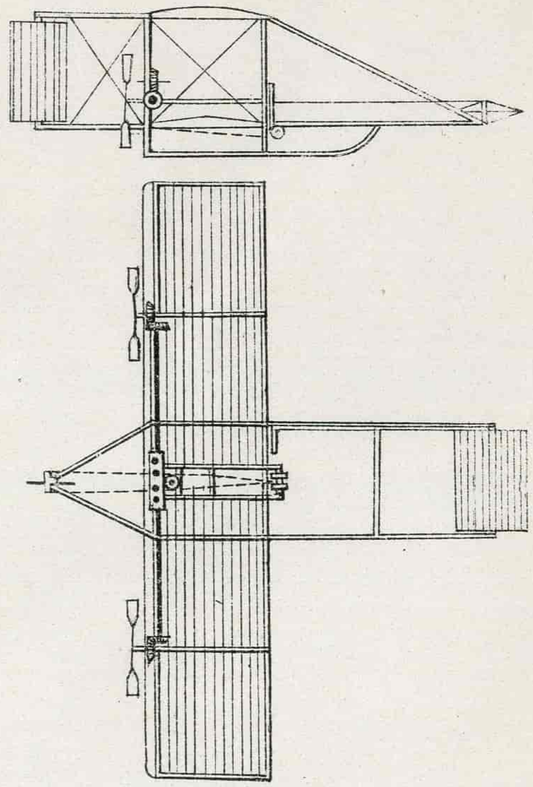


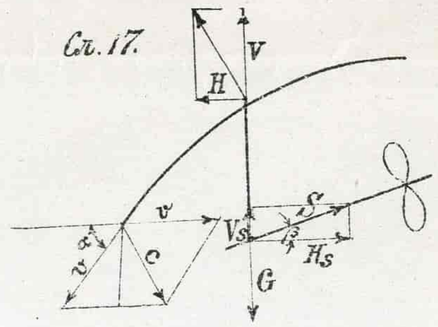
Сл. 12.

Сл. 13. и 14. Farman-ов аероплан.



Сл. 15 и 16. Аероплан браће Wright.





Сл. 17.

Бр. Поповић проф. Крунска 16 Београд

ГОДИНА XX

СРПСКИ
ТЕХНИЧКИ ЛИСТ

ОРГАН УДРУЖЕЊА СРПСКИХ ИНЖЕЊЕРА И АРХИТЕКТА

СТРУЧНИ ДОДАТАК

1909.

УРЕДИО
инж. **ДУШАН БОЖИЋ**

У БЕОГРАДУ
Електрична штампарија К. Грегорића и Друга. Узун Миркова ул. бр. 4.
1909.

ГОД. XX. „СТРУЧНИ ДОДАТАК“ 1909.

СРПСКИ ТЕХНИЧКИ ЛИСТ

ОРГАН УДРУЖЕЊА СРПСКИХ ИНЖЕЊЕРА И АРХИТЕКТА

УРЕДИО
инж. ДУШАН БОЖИЋ

НАШИ ТЕХНИЧКИ РАДОВИ.

Важнији објекти београдске канализације

I. Спој канала горње зоне савског слива на почетку тунела.

(Са сликама на листу 1. и 2.)

инжењери Д. Божић и Н. Смиљанић.

Одлуком Главног Санитетског Савета, донетом још у год. 1893., да се сва нечиста вода при канализању Београда мора одвести у Дунав, питање о канализацији вароши доведено је пред два, једино могућна, начелна решења о начину спровођења воде са савских сливова на дунавску страну.

Та два решења била су :

1.) Да се помоћу једног или два велика скупљача сва нечиста вода са савског слива води кроз доњу тврђаву, око града, у Дунав (Пројекат Смрекеров и II — алтернативни пројекат Д. Нинковића) и

2.) Да се одвођење нечистоће са савске стране изврши помоћу тунела испод вароши (Пројекти : Грађевинског Оделења — Т. Селесковића, Lindley-a и Ficatier-Vézin-a).

Треће решење: да се цео савски слив канализише по сепарационом систему и нечиста вода преко гребена пребацује на дунавску страну, због велике висинске разлике није се могло ни узимати у озбиљну комбинацију.

У одобреном пројекту г. Д. Нинковића, по коме је приступљено извршењу канализације Београда може се узети да су оба горња начелна решења комбинована. Савски слив подељен је на две зоне. Из горње зоне, каналисане по мешовитом систему спирања, вода како нечиста, тако и чиста, по одбитку оне, која при јаким пљусковима испустима одилази у Саву, има се скупити на једном месту и најкраћим путем — тунелом испод гребена одвести у дунавски изливник. Доња зона каналисаће се по сепарационом састему. Кишни канали ићи ће директно у Саву, а нечиста вода мањим једним колектором водиће се кроз град у доњу дунавску зону и на повољном месту помоћу црпака изливати у дунавски изливник или у неки од главних скупљача горње дунавске зоне.

При подели савског слива на горњу и доњу зону гледало се да се с једне стране, што већи део слива уведе у горњу зону, а с друге стране, да се крајња тачка тунела постави изнад највеће воде у Дунаву и самом тунелу да довољан пад за отицање. На тај начин утврђена је као почетна кота дна тунела 75,58 и начелно усвојено да у доњу зону уђу оне улице које су испод коте 78,50. Међутим при изради пројекта било је тешко повући пробитачну границу између горње и доње зоне те су многе улице због неповољних праваца и падова морале бити уведене у доњу зону, ма да леже много више од коте 78,50. Стручни Одбор за послове канали-

зације, који је руководио израдом пројекта, утврдио је пре почетка рада, да граница између горње и доње савске зоне иде од фабрике Монопола Дувана улицом Сарајевском, Балканском, Босанском Ломином, испод Зеленог Венца, улицом Краљевића Марка, Поп-Лукином, Богојављенском и Рајићевом до Кнез Михајлове улице. Сва површина испод те границе до савске обале да уђе у доњу зону. При изради генералног пројекта ова је граница у главном задржана.

Као почетна тачка тунела изабран је пресек Балканске и Босанске улице. При томе се тежило да почетак буде у средини горње зоне савског слива и да лежи у колико је могуће дубље, како би се што већа површина савског слива, могла увести у горњу зону.

Према топографском положају Београда, горња зона савског слива подељена је на четири слива другог реда или т. з. *подслива* (Види сл. 1.)

Први, споредни слив обухвата површину између Зеленог Венца и Калимегдана а између улице Кнез Михаилове с једне стране и Поп Лукине и Богојављенске с друге стране. Главни скупљач овога подслива иде улицом Богојављенском, Поп Лукином па затим Босанском до почетка тунела. Теренске прилике за увођење овога слива у тунел доста су неповољне. Знатан део Босанске улице има коте терена ниже од могуће изливне тачке на почетку тунела, услед чега већи део скупљача кроз Босанску улицу мораће се извршити у облику сифона. Сифонски канал почињаће одмах иза новог прелива на пресеку Југ-Богданове и Поп Лукине улице, преко кога ће се сва вода преко петогубе разређености са слива I. одводити у Саву испустом кроз улицу Краљевића Марка. Укупна дужина сифонског канала изнеће 650 метара. Последњих 80 —100 мет. пред улазом у тунел, где је терен уздигнутији, моћи ће се саградити као обичан канал, којим ће вода гравитацијом — без притиска отицати у тунел. Овај канал служиће и као улични за један део Босанске улице, каналисане по мешовитом систему спирања, те је с тога пред улазом у тунел предвиђен један прелив ради смањивања количине воде, која се тунелу предаје.

Слив II. обухвата већи део Зеленог Венца, за тим целу падину од Теразија (Краљ Миланове ул.) до Ломине и Краљице Наталије ул. Добрињска улица одваја га од сл слива III. Главни су му скупљачи у Ломиној за тим у Балканској улици. Према пројекту г. Д. Нинковића скупљач из Ломине улице имао се увести директно у тунел једном великом каскадом од 10 прелива, којом би се савлађивао пад од 9,50 мет. висине. Ма да би ова каскада била један од најинтересантнијих објеката европских канализација ипак се при грађењу морала изоставити, с једне стране с обзиром на огромне тешкоће којих би било при извођењу у влажном, умовитом терену а с друге стране, што је претходно требало саградити, ради одвођења подземне воде, бар онај део тунела од Ломине до Босанске улице што раније није учињено. Изостављањем велике каскаде скупљач из Ломине улице спојен је са каналом из Балканске ул. и заједнички канал на споју на почетку тунела уведен у тунел са каскадом од 4 прелива.

У слив III. спада површина ограничена улицама: Краљице Наталије, Добрињском, Крунском, Милошевом и Горњом Босанском. Скупљач овога слива иде улицом Босанском и пред почетком тунела силази у главни скупљач IV. слива једном каскадом од два прелива.

IV. слив горње савске зоне јесте један од највећих сливова београдске канализације. Он обухвата целу ону површину Савинца, Западног Врачара, и Три-Кључанског краја, која је ограничена улицама: Сарајевском, Балканском, Босанском, Милошевом и Крунском а за тим Чубурским и Мокролушким потоком. Главни скупљач овога слива лежи у улици Сарајевској. После укрштања са главним савским испустом у Немањиној улици канал иде доњом Балканском улицом до почетка тунела, тако да је тунел у ствари директно продужење овога скупљача.

Скупљачи сливова III. и IV. играју најважнију улогу при конструкцији овога споја на почетку тунела. По препоруци експерата г. г. Фрилинга и Брикса пред почетком тунела требало је поставити прелив са испустом, који ће бити тако димензиониран да приликом већих пљускова одилази у Саву сва вода преко петогубо разређене количине нечисте воде а остала иде у тунел. Међутим испуст треба да је у стању да прими сву количину воде са савског слива, који се пред тунел доводи, т. ј. да се канали савског слива могу привремено изливати у Саву пре него што се тунел доврши или и доцније ако се јави евентуална потреба какве оправке у тунелу.

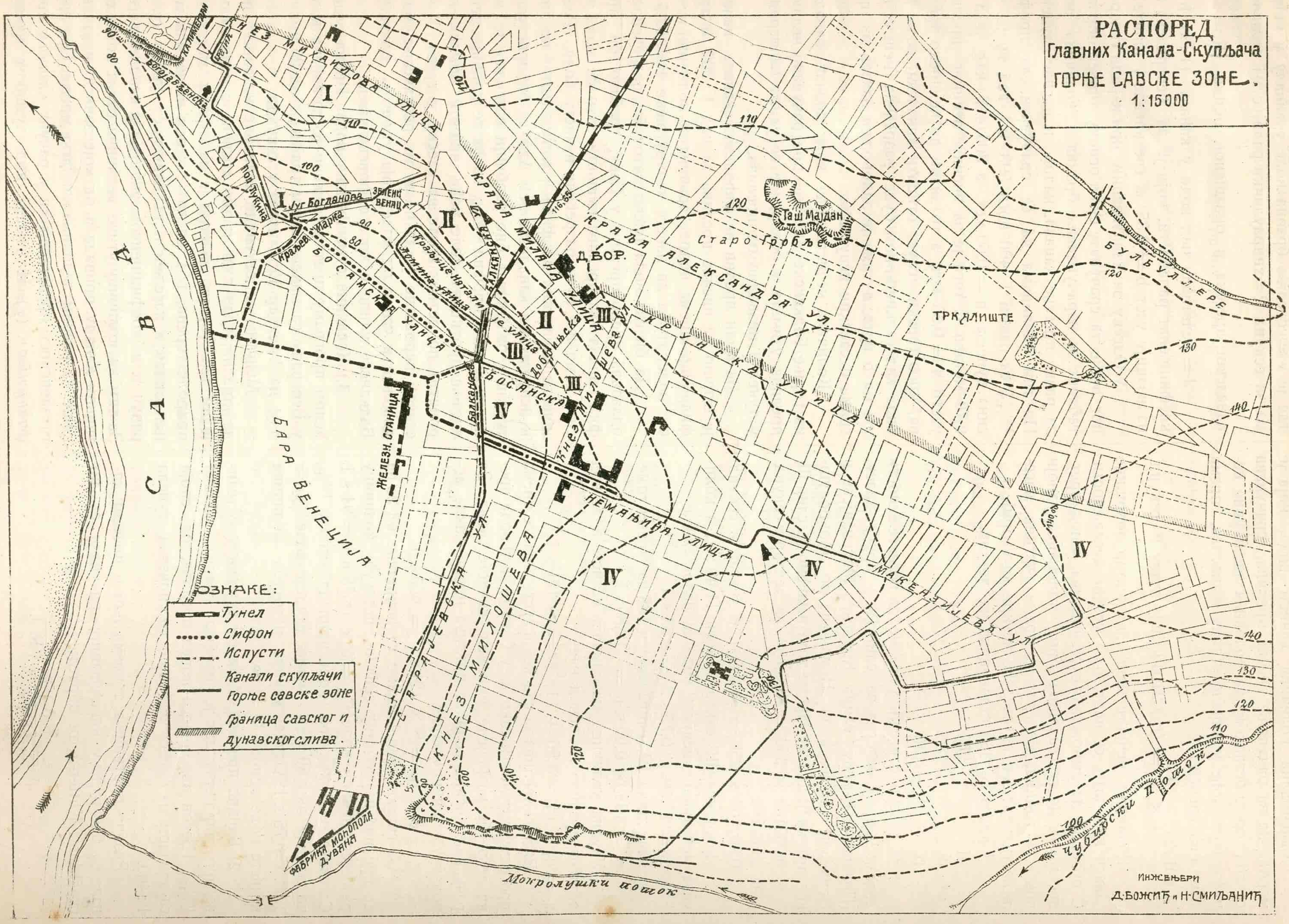
Пре него што би прешли на детаљнији опис конструкције и начина извршења самога споја изложићемо главне податке о прорачуну прелива и испуста.

1.) **Количине нечисте воде.** За прорачун количина нечисте воде узето је да ће после потпуног извршења канализације просечна потрошња воде за пиће и домаће потребе на дан и становника износити 120 лит. Количина људских измета износи по Петенхоферу просечно 1,20 l. на дан и главу. Количина животињских измета мала је, те се не узима у рачун. Према томе на секунд и једног становника долази у канале:

$$\frac{121{,}2}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 0,\ 001403\ \text{l.}$$

нечисте воде.

РАСПОРЕД
Главних Канала-Скупљача
ГОРЊЕ САВСКЕ ЗОНЕ.
1:15000



Инжењери
Д. Божић и Н. Смиљанић

Максимална количина нечисте воде, која је меродавна за рачунање висине прелива, срачунава се под предпоставком да половина целокупне нечисте воде дође у канале у току 8 часова, према томе она износи:

$$\frac{0,001403}{2} \times \frac{24}{8} = 0,002104 \text{ l.}$$ на главу и секунд.

Количина нечисте воде за хектар површине зависи као што се види од густине насељености. С обзиром на умножавање становника, а под претпоставком да се садашњи број становника удвоји после 60 година, Београд је према густини насељености подељен на следеће четири категорије:

I класа са 350 становника на хектар.
II „ „ 250 „ „ „
III „ „ 180 „ „ „
IV „ „ 140 „ „ „

За савски слив III. узимамо да по насељености долази у прву класу а за слив IV. у другу класу. (Половина између улица Крунске, Макензијеве и Немањине I класа а од Немањине до Мокролушког потока III класа). Према томе имаћемо за слив III:

$0,002104 \times 350 = \sim 0,75$ l за хектар и секунд.

а за слив IV:

$0,002104 \times 250 = \sim 0,60$ l. за хектар и секунд.

Површина III. слива износи 11,40 ha., а количина максималне нечисте воде са целог слива:

$q_1 = 11,40 \times 0,75$ s .l. $= 9,55$ s. l.

Површина IV. слива износи 188 ha. према томе:

$q_2 = 188 \times 0,60$ s. l. $= 112,80$ s.l.

Укупна количина максималне нечисте воде код великог прелива износи дакле:

$q_3 = q_1 + q_2 = 8,55 + 112,80 = \sim 121$ s. l

Висина прелива за савске испусте има се према програму срачунати тако да у Саву одлази вода преко петогубе разређене количине нечисте воде. За рачунање висине великог прелива имамо дакле меродавну количину воде:

$q = 5 \times q_3 = 5 \times 121$ s. l. $= 605$ s. l.

За савски слив I имамо са површине од 25 ha до прелива на почетку сифона петогубу количину разређене нечисте воде $Q_1 = 5 \times 18,75$ s. l. $= 94$ s. l. Са слива од 1 хектара који припада каналу $^{110}/_{60}$ на дужини око 80 мет имамо нечисте воде $Q_2 = 1,00 \times 0,75$ s. l. Отуда укупна петогуба количина нечисте воде износи $Q = \sim 100$ s l.

2) Висина прелива. Главном скупљачу IV. слива при завршетку дат је профил јајастог облика $^{180}/_{120}$. Његов пад износи поред прелива, од споја са каналом из Босанске улице до почетка тунела 1 : 400.

Брзина протицања а према њој и пресеци канала за београдску канализацију рачунати су по скраћеном Kutter-овом обрасцу:

$$v = \frac{100 \sqrt{R}}{b \sqrt{R}} \sqrt{R. J.}$$

где је v = средња брзина воде у каналу у метрима за секунд R = хидраулички радијус т. ј. количник каналског пресека и оквашеног обима $\left(R = \frac{F}{p}\right)$

J = релативан пад воде у каналу (1 : x). b = коефицијенат рапавости, који је за београдску канализацију узет b = 0,35 за све канале у опште.

У Одсеку за канализацију при изради генералног пројекта срачунате су на основу горњег обрасца таблице за израчунавање брзина и количина воде за разне пресеке канала, падове и висине пунења. По тим таблицама да се срачунати, да профил $^{180}/_{120}$ са падом 1 : 400 носи 593 s. l. кад му је висина пунења h = 0,60 мет. а 806 s. l. кад је h = 0,70 метара. С тога је за висину великог прелива узето h = 0,65 мет. а то значи да ће преко прелива, кроз савски испуст отицати каналска вода тек онда кад са кишницом буде разређена нешто више од 5 пута, а тиме је задовољен захтев из програма о савским испустима.

Количина нечисте воде која долази каналом из горње Балканске ул. није при рачунању великог прелива узимата у обзир, јер се улива непосредно у тунел а низводно од прелива.

За мали прелив из сифонског канала нађено је слично да висина прелива за пад 1 : 300 и профил $^{110}/_{60}$, према напред срачунатој количини нечисте воде, треба да изнесе заокругљено h = 0,35 м.

Да би сва вода преко петотубе разређености одлазила преко прелива у Саву, требало би профил канала иза прелива смањити тако да може носити само пет пута разређену нечисту воду. (Редуковање каналских профила и јесте задатак прелива и испуста код канализације.) Али да би приступ из тунела у овај канал био удобнији остављен је иза прелива исти профил $^{180}/_{120}$ па ће се доцније регулисање протицања воде моћи вршити помоћу нарочитих покретних врата на уласку у тунел. У осталом вероватно је да ће за то регулисање бити довољан и успор од воде, која утиче у тунел из Балканске улице и кроз сифонски канал.

3.) Количине атмосферске воде. Према утврђеном програму претпостављено је да најјача киша у Београду са максималним трајањем од 25 минута даје на 1 хектар 125 литара у секунди.

Међутим од секундне количине метеорске воде која на један слив падне доспева у канале само један део. Тај део зависан је на првом месту од природе терена, т. ј. да ли је терен више или мање изидан и насељен и та зависност уводи се у рачун т. з коефицијентом *упијања* и *испарења* (ψ) За тим на количину утиче величина слива која дотичном каналу припада и од које зависи и јачина кише на разним деловима канилске мреже. Ова друга зависност представља се у рачуну *кишним коефицијентом* (φ). И најзад, код дугачких канала

узима се у обзир још и т. з. коефицијенат споријег отицања (φ^1), зависан од дужине и пада дотичног канала.

Раније утврђеним програмом било је предвиђено да се на рачун упијања и испарења може количина метеорске воде умањити највише до 15% и то не подједнако за све канале.

Проучавајући детаљније ово питање, Стручни Одбор с обзиром на непоузданост података, које имамо о јачини пљускова донео је следећу допуну програма:

Утицај упијања и испаравања на смањивање количине кише, која се у канале слива, делити на четири категорије и то:

а) За сливове, на којима је већи део плацева, озидан (под кровом) и са двориштима и улицама добро патосаним и где нема башта, рачунати да ће се изгубити око 6% на рачун упијања и испаравања.

б) За сливове на којима су плацеви мање под кровом и више их је некалдрмисано, али без башта одузети око 9%.

в) За сливове где су зграде подигнуте по типу вила са већим двориштем и са баштама одузети 12%

и г) За сливове на којима је већи део под баштама и парком, или су пољане и утрине одузети 15%.“

Према овој допуни имамо за коефицијенат φ следеће вредности:

I. класа изиданости	ψ	= 0,94
II. „ „	ψ	= 0,91
III. „ „	ψ	= 0,88
IV. „ „	ψ	= 0,85

Као што се види коефицијенти су нешто већи од оних, који су нпр. у Немачкој уобичајени (ψ=0,90 до 0,50) те ће и пресеци канала испасти у неколико већи, али је ипак било целисходно узети у рачун нешто веће коефицијенте с обзиром на непоузданост података, које имамо о јачини пљускова и на познати факт да код нас јаким пљусковима обично претходи слабија киша, која натопи земљу и овлажи површине кровова и улица, те се тиме знатно смањи упијање и испарење оне воде, која се при пљуску сручи на земљу.

У новије доба константован је неједнак интензитет и подела пљускова на површини коју захвате. Тако сваки пљусак има један центар, на коме се излије највише кише а одатле ка перифирији опада. Центар пљуска може се јавити на горњем крају слива каквог канала, негде у средини и на доњем крају слива. Случај када је центар у средини најнеповољнији је, јер тада највећа количина воде може доспети у канале. По Фрилингу овај утицај неједнаког интензитета пљуска може се увести у рачун једначином облика.

$$\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{l}$$

где је φ број којим треба множити програмом утврђену максималну количину кише. Као што се види φ је у толико мање у колико је већа дужина (l) канала дотичног слива.

Тако звани коефицијенат споријег дотицања срачунават је до скора по емпиричкој формули:

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt[n]{F}}$$

где је n = 4, 5, 6 или 8 према облику површине и попречном паду слива.

Међу тим у новије доба показало се да нарочито за краће канале овај коефицијснат не треба узимати у обзир све дотле док је производ из брзина протицања воде (v) и времена падања пљуска у секундама (t) већи од дужине канала у метрима (l). Ако се пак добије $l > v.t$, онда количину воде ваља узимати сразмерно односу $\frac{v.t}{l}$

Према дужинама канала, паду и брзинама на београдској канализацији дошло се до резултата да коефицијенте споријег отицања φ_1 и не треба узимати у обзир тј. да је за београдске прилике $\varphi_1 = 1$.

На основу изложенога имамо да је максимална количина метеорске воде, која се слива у канале дата обрасцем: $Q = \psi . \varphi . 125$ s.l на хектар.

За поједине савске сливове имали би:

Слив I спада у прву класу насељености ψ = 0,94. Сифоном долази петогубо разређена количина воде q_1 = 94 s l. Томе се има додати максимална количина метеорске воде са површине од 1 ha која припада каналу $^{110}/_{60}$ за тај канал $\varphi = 1 - 0.005 \sqrt{80} = 0{,}96$.

$Q_1 = 1{,}00 \times 0{,}94 \times 0{,}96 \times 125 = 112{,}80$ s. l.

Максимална нечиста = 0,75 s. l.

Укупно ≈ 114 s. l.

Значи да поред прелива протиче ,максимална количина воде 94 + 114 = 208 s. l.

Слив II. — прва класа насељености: $\psi = 0{,}94$

$\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{l} = 1 - 0{,}005 \sqrt{530} = 0{,}88$

$F_{II} = 16{,}72$ ha.

$Q_2 = 16{,}72 \times 0{,}94 \times 0{,}88 \times 125 = 1728$ s. l.

Максимална нечиста вода 12,54 s.l.

Укупно ≈ 1741 s. l.

Слив III ставили смо такође у прву класу насељености

$\psi = 94$, $\varphi = 1 - 0{,}005 \sqrt{600} = 0{,}88$

$F_{III} = 11{,}40$ ha.

$Q_3 = 11{,}40 \times 0{,}94 \times 0{,}88 \times 125 = 1166$ s. l.

Максимална нечиста вода 8,55 s. l.

Укупно ≈ 1185 s. l

Каналом скупљачем IV. слива, од пресека са главним савским испустом на углу Немањине и Сарајевске улице, тећи ће само петогубо разређена нечиста вода са слива до прелива у испуст (183.h.a) — укупно q_4 = 549 s.l. и максимална вода са слива иза прелива, са површине F = 5,00 ha. За исту је $\tilde{\varphi} = 0{,}91$ (II класа насељености)

$\varphi = 1 - 0{,}005\sqrt{400} = 0{,}90$ т. j.

$Q_4 = 5{,}00 \times 0{,}91 \times 0{,}90 \times 125 = 513$ s. l.

Максимална нечиста $5{,}00 \times 0{,}60 = 3$.s.l.

Укупно 516 s. l. значи да при крају доње Балканске улице имамо у каналу максималну количину $549 + 516 = 1065$ s. l.

4. **Ширина прелива.** Иста се срачунава по обрасцу за отицање воде преко сталне бране:

$$Q = {}^2/_3\,\mu \,.\, b \,.\, h \,.\, \sqrt{2gh}$$

где је **Q** = количини воде у m^3, која прелази преко прелива, h = т. з. преливној висини т. j. висини воде изнад слемена прелива у метрима, b = ширини прелива у метрима, g = 9,81 (акцелерација). Коефицијенат μ за београдску канализацију узимат је = 0,60 т.j. ${}^2/_3\,\mu = 0{,}40$.

Каналом поред великог прелива протичу при максималном пљуску:

1.) Максимална чиста и нечиста вода слива III	1185 s. l.
2.) Петогубо разређена нечиста вода слива IVA	549 s. l.
3.) Максимална чиста и нечиста вода слива IVв	516 s. l.
Свега	2250 s. l.

Од те количине има да одилази у тунел, по раније изведеном рачуну 605 s. l. Остаје за прелив количина $2250 - 605 = 1645$ s. l.

Количина воде од 2250 s. l. у каналу 180/120 а при паду 1:400 заузима према таблицама приближно висину од 1,20 мет. Према томе преливна висина $h = 1{,}20 - 0{,}65 = 0{,}55$ m[1].

Решењем горе наведене једначине за Q по b, добија се:

$$b = \frac{Q}{{}^2/_3\,\mu \,.\, h \,.\, \sqrt{2gh}}$$

Заменом појединих количина добијамо:

$$b = \frac{1{,}65}{0{,}40 \,.\, 0{,}55\sqrt{2.9{,}81.0{,}55}} = \sim 2{,}30 \text{ мет.}$$

При конструкцији прелива дата је истоме ширина b = 3,00 метра, пошто се отвор над преливом засведен полукружно постепено сужава и повећава отпор на који вода при преливању наилази.

За мали сифонски прелив нашли смо количину воде која поред прелива прелази 208 s. l. Петогубо разређена нечиста вода, која одлази у тунел износи ~ 100 s. l. Остаје за преливање Q = = 108 s. l.

За пад канала 1:300 и количину воде 208 s. l. добија се у профилу ${}^{110}/_{60}$ висина 0,45 м. или преливна висина $h = 0{,}45 - 0{,}35 = 0{,}10$ мет.

$$b = \frac{0{,}108}{0{,}40 \,.\, 0{,}10 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0.10}}$$

$b = 1{,}93 \sim 2{,}00$ метра.

5. Прорачун савског испуста од споја до железничке станице. По препоруци експерата као што је познато, испусту треба дати толики пресек да може примити сву воду, коју у редовним прилакама прима тунел.

Срачунате количине воде за сливове I — IV износе:

Слив I - - -	208 s. l.
„ II - - -	1741 „
„ III - - -	1185 „
„ IV - - -	1065 „
Укупно	4199 s. l. ~ 4200 s. l.

Пад испуста биће 1:33. Испуст округлог пресека, пречника d = 100 см. а при паду 1:100 носи према таблицама при пуњењу h = 0,95 мет. максималну количину воде Q = 2497 s. l. Да би добили количину воде коју исти испуст може носити при паду 1:33 треба горњу количнну помножити са

$$10\sqrt{\frac{1}{33}} = 10 \,.\, 0{,}174 = 1{,}74.$$

Т. j. имаћемо max Q = 1,74 × 2497 = ~ 4345 s. l.

Значи да је профил d = 100 см. довољан да прими сву количину воде, која се скупља на почетку тунела.

За овај спој канала горње савске зоне на почетку тунела био је израђен детаљан пројекат од стране г. Д. Нинковића, прећашњег Шефа Канализационог Одсека. Међутим тај пројекат имао је извесне мале мане због којих је морао бити прерађен пре извршења. Тако између осталога за главни прелив за савски испуст, ма да је био пројектован као дефинитиван од тесаног камена, свакојако случајном омашком, узета је висина од свега 0,30 мет., преко које би прелазила вода чим би се разредила 1,3 пута, док се програмом тражи да у савске испусте овилази тек вода преко петогубе разређености. Тај прелив, осим тога, био је постављен у банкету тунелског профила, директно на спрам улива канала из Горње Босанске улице, који је улазио у тунел под углом нешто мало мањим од правог а без потребне тангенцијалне кривине. Функционисање прелива најправилније је, кад се поставе паралелно са током воде и у самоме боку канала из кога треба вода да прелива. Најзад између коморе иза прелива сифонског канала, од које се одваја савски испуст и тунелског канала није била предвиђена згодна, приступачна веза, каква је потребна код оваког једног споја. Због тога су писци ових редова били принуђени да прераде пројекат за извршење, како би се горњи недостатци избегли. Из првобитног пројекта задржата је диспозиција канала из горње Балканске ул. силаз истог у тунел помоћу велике каскаде и улив сифонског канала у тунел. (Си-

туације на Листу 1 и 2.) Канал из Горње Босанске улице после каскаде са два прелива спојен је у новом пројеку тангенцијално (што је усвојено као правило за спојеве на београдској канализацији) са каналом скупљачем из доње Балканске и Сарајевске ул. чији је профил јајастог пресека срачунат као $^{180}/_{120}$. Дно корита за нечисту воду издигнуто је само изнад нивоа нечисте воде у главном скупљачу док се при обичним спојевима бетонских канала дна постављају на исту коту.

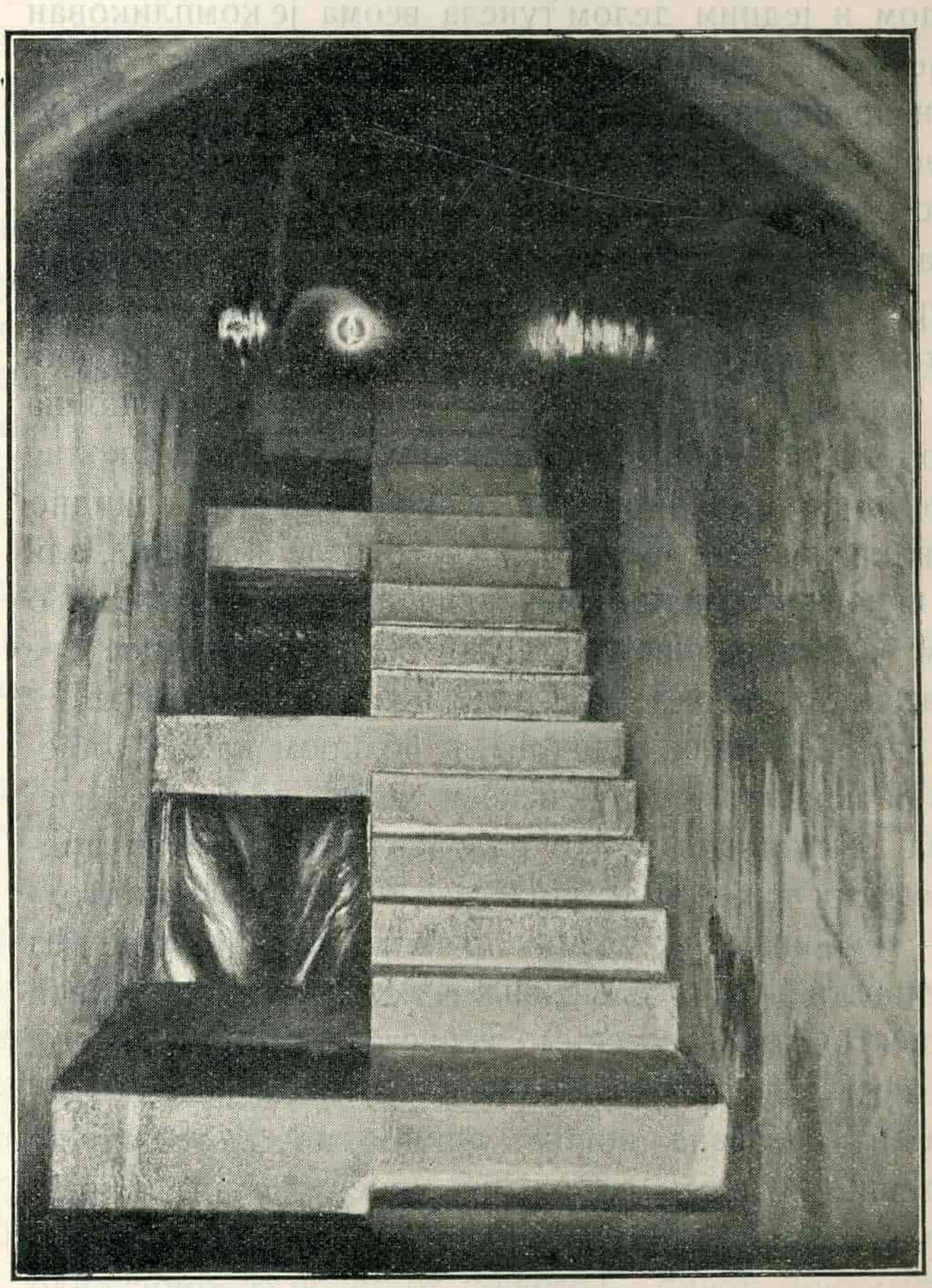
Канал профила $^{180}/_{120}$ продужава се и иза споја и у његовом левом боку постављен је велики прелив (Пресек III.—IV. Лист. 2.) Преко истога, као што смо ранијим рачуном показали, прелива вода преко петогубо разређене количине нечисте воде у једну комору конструисану по принципу већих испуста са равним, ка средини нагнутим дном које је патосано керамитом. (Пресек I-II). У бочном зиду ове коморе постављен је други прелив за сифонски канал, а од чеоног зида одваја се испуст кружног пресека, који ће тек имати, да се изради кроз новопросечену улицу, и уливаће се у главни савски испуст на савијутку спрам Главне Железничке Станице. Ради удобније комуникације израђена су кроз силаз на споју два мала ходника висине 1,80 м., којима је омогућен лак прилаз из тунела у комору испуста (Пресек V - VI.)

Почетак тунела постављен је у извршеном пројекту одмах иза великог прелива. Новом диспозицијом дужина тунела смањена је приближно за 10 метара. За профил тунела усвојен је облик потковице 230/200 см. Исти има банкет за пролаз службеника ширине 1 мет. и корито за нечисту воду, кинету 80/65 која је патосана специјалним керамитом. (пресек E - F Лист 2.) Висина темеља, који је овде израђен од бетона у размери 1:3:5 и у који је уметнута и кинета износи 0,95. Бокови и сводови рађени су од бетона 1:2:4. Дебљина бокова је 0,40 и 0,50 м. а свода у темељу 0,30 мет. Цео свод изнутра као код свију бетонских канала у опште превучен је углачаним лепом од цементног малтера размере 1:1. Слично је израђен од бетона и завршетак тунела код споја са главним дунавским изливником. На целој пак осталој дужини тунела (око 1500 мет.) израђиваће се од бетона само темељ, а бокови и свод биће од полутесаног еруптивног камена. Пад тунела, који је у генералном пројекту износио 1 : 1600 повећан је по препоруци експерата, малим спуштањем дна кинете на изласку, те сада износи 1 : 1000. По ивицама тунелске кинете поставиће се доцније шине, по којима ће се моћи кретати електрична колица за чишћење тунела.

Сифонски канал профила 110/60 улива се непосредно у тунел под углом од 60^0. Одмах испод њега улива се главни скупљач II. слива из горње Балканске улице који такође има пресек 110/60 али силази у тунел проширеним профилом помоћу каскаде од четири прелива.

Каскаде имају главни задатак да омогуће употребу смањених падова код канала у стрмим улицама. Ако би се код таквих улица дао каналима исти пад који имају улице добиле би се при максималној води врло велике брзине. Да би се остало у границама одобрених максималних брзина, (према програму до 5 мет. у сек. а према мишљењу експерата и до 6 мет.) падови канала у стрмим улицама прекидају се каскадама, на којима се концетрише известан део пада и ломи брзина и снага воде. Каскаде су нарочито потребне при спојевима плићих уличних канала са дубоким скупљачима.

Каскаде зиданих канала на београдској канализацији конструисане су на следећем принципу: Пад се савлађује помоћу великих камених подеста у висинском размаку, 0,90—1,00 мет. Преко истих ломи се само снага велике воде за време јаких пљускова а мала, нечиста вода за редовне прилике, има засебан пут — корито са стрмим нагибом обично 2 : 1. Камени подести изнад овог корита слободни су, а на другој половини намештају се такође камене степенице за пролаз канализационог особља. (Пресек A - B и основа на Листу 2.) Олук за малу воду израђује се у бетону и облаже коритима од каменасте смесе; на горњем пак крају и и при дну израђује се такође од тесаног камена.



Сл. 2. Унутарњи изглед велике каскаде.

Подести и степени узидани су у бетонске зидове. Према броју подеста имамо каскаде са једним или више прелива. Прве служе већим делом за смањивање пада у стрмим улицама: Тако н. пр.

бетонски канал у Балканској улици на краткој дужини између улице Краљице Наталије и споја има три каскаде с једним преливом помоћу којих се пад уличног канала своди на 1 : 15 т. ј. на крајњу допуштену границу, док пад улице износи 1 : 9. Принцип и начин конструкције код каскада са једним или два прелива исти је као и код велике каскаде са четири прелива.

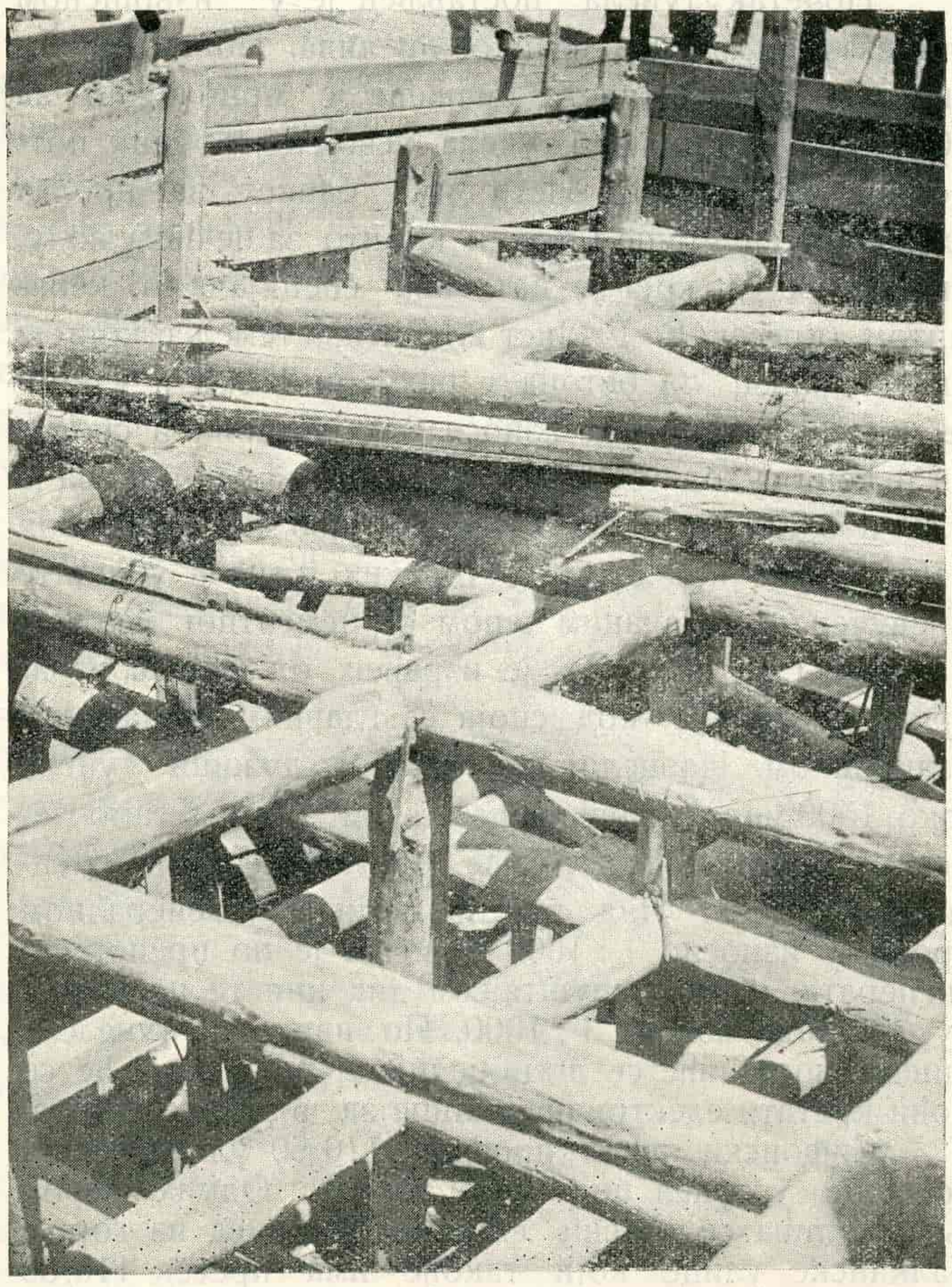
Ради удобног прилаза у спој на почетку тунела сагрђен је на тротоару нарочити степенасти силаз са лежећим вратима Гајгеровог система. Једним малим ходником силази се низ камене степенице у велику каскаду, па низ њу на почетак тунела. Тунел је везан нарочитим ходником са преливном комором, а каналом 180/120 пролази се у спојни ходоик, а одатле се може попети у каскаду са два прелива, којом се канал горње Босанске улице спушта на дубину тунела. За службену потребу канализационог особља израђена су још два округла силаза, један кос, други вертикалан са гвозденим пењалицама.

Као што се из приложеног пројекта и описа види, овај спој канала са преливима, великом каскадом и једним делом тунела веома је компликован објекат за извршење. Основа целог објекта доста је неправилна и велика, а налазећи се у једној узаној улици са ширином од свега 14 м. извршење је с обзиром и на велику дубину од 9 м. било веома тешко и морало се радити врло обазриво. Поред тога цео објекат имао се изводити у умовитом и подводном терену, што је и задавало доста тешкоћа при извршењу канализације како на овом месту тако и у оближњим улицама. Околне куће нису, с обзиром на овако земљиште, солидно фундиране. Оне су готово све пуцале и раније, али се ипак при извршивању канализације морало и о том водити рачуна и старати се, да се отклоне све опасности по околне зграде и саме становнике.

Поред ових тешкоћа, с обзиром на сам објекат и неповољне теренске и месне прилике, настала је тешкоћа и око одвођења из темеља подземне дренажне воде, која се с обзиром на подводно земљиште и велику дубину морала унапред очекивати. Ова дренажна вода имала се водити пројектованим савским испустом који полази од прелива на почетку тунела и иде испод „Тетова“ — кафане новом улицом до Жељезничке Станице. Али како Општина није успела да претходно изврши експропријацију и регулацију за ову нову улицу преко „Тетова,“ то да би се омогућило извршење споја и тунела као и одвођење подземне дренажне воде, са II и III слива — извршен је претходно један *привизорни дренажни канал*, кроз доњу Босанску улицу, и то почев од споја на почетку тунела па до основне савамалске школе, где је овај нови дренажни канал уведен у постојећи стари улични канал у Босанској улици.

Дужина овог провизорног канала је 250 м. Употребљене су цеви од d = 25 см. али саставци нису заливани асфалтом, већ су облагани шљунком, као што се то увек и ради код дренажних цеви и канала. Где је била већа дубина рова, 6—7 м, дрвени подупирачи — шпрајцеви — нису ни вађени. већ су остављани у рову. Овај дренажни канал коштао је око 4500 дин.

При извршењу великог споја, тунела и каскаде, с обзиром на велики простор, што га цео објекат заузима, — није се цела основа објекта смела на један мах раскопати, већ је прво ископан темељ и у главном довршени сви радови на делу око споја, прелива и мање каскаде у Босанској улици, — па се тек онда приступило откопавању и извршењу другог дела овог објекта тј: извршењу тунела и велике каскаде. Ово је учињено једно с тога, што би се шири и већи ров теже подупирао, слабије би се сам по себи држао и био би велика опасност по околне зграде; а после и с тога, што је ово раскршће улица доста тескобно, те би се са отварањем целе основе објекта улични саобраћај морао сасвим прекинути; не би се имало места ни за депоновање откопане земље и потребног материјала за рад, и у опште цео рад био би још више отежан.



Сл. 3. Изглед спрегова за подупирање главне темељне јаме.

Поред свију поменутих тешкоћа, при копању рова наишло се на разне сметње као: на стари уличні канал, на електричне каблове, на водоводне цеви и још неке мање канале који су везивали приватне куће са старим уличним каналима. Како су сви ови канали и спроводи морали и даље функцисати, то су се морала чинити разна осигурања и подупирања, или су прављене и сасвим нове девијације. Тако се нпр. за стари улични канал морала радити девијација 43 м. дужине као канал од нових цигаља а отвора $^{45}/_{45}$. (види Лист 2. пресек A — B и E-F. десно). Превођење овог новог канала преко мање каскаде у Босанској улици извршено је помоћу 3 дрзене греде, које су још подупрте и належу на један стуб од наслагане цигље, који почива на своду каскаде (Лист 2. пресек VII-VIII.) На сличан начин вршено је и превођење и подупирање водоводних цеви, електричних каблова и приватних канала.

Подупирање ровоза вршено је дрвеним подупирачима — шпрајцевима — пречника 25-28 см. од којих су образовани нарочити хоризонтални и вертикални спрегови у размацима 1.50-2,00 м. (сл. 3 и 4) а бокови ровова облагани су даскама од 5 см. јачине Наравно да су и ови подупирачи знатно отежавали рад како при копању тако и доцније при бетонирању.

Већ на 4,00 м. дубине наишло се при копању на подземну воду. Као што се види из геолошких профила терена на овом месту (Лист 1 пресек a-b и пресек e-f) при копању се одмах наишло на влажну жуту уму, из које се вода цедила; али не у тако великој количини, да би причињавала нарочито велике тешкоће при раду. Међу тим у каскади у Босанској улици и каналу профила 180/120 у Балканској наишло се одмах на јаке изворе. Цела основа темеља дренирана је због подземне воде, као и због подземне воде на коју се може евентуално наићи при грађењу тунела. Тако су положене по две дренажне цеви пречника d = 10 см. у темељу извршеног дела тунела, да би се доцније при продужењу рада на тунелу могао бар један део подземне воде одвести овим дренажним цевима на савску страну (Лист 1 основа темеља) Исто су тако положене по 2 дренажне цеви пречника d=7.5 см. кроз мању каскаду у Босанској улици као и темељу колектора 180/120 што долази из Сарајевске улице. Најзад, постављена је резервна дренажа цев d=7,5 и за продужење сифонског канала кроз Босанску улицу. Цела ова дренажна мрежа везана је са једним бетонским *талошником* у преливној комори, (Лист 1 пресек m - n и. g - h) из кога за сада вода отиче поменутим провизорним каналом кроз Босанску улицу; а доцније се сва подземна вода може пустити у нове дренажне цеви, које ће се полагати у темељу савског испуста, што ће од прелива ићи преко Тетова ка жељезничкој станици.— Да би се спречило уношење талога у провизорни канал, то је на уста овог канала у самом таложнику метнута једна гвоздена решетка. Али због доста великог наноса, који каналима долази на ову најнижу тачку, и због малог пада у провизорном каналу — само 1 : 260—, таложења ће ипак бити, те за то ће се овај провизорни канал морати повремено испирати са водом под притиском, да не дође до запушавања цеви.

Бетонирање темељних зидова до патоса вршено је бетоном мешавине 1 : 3 : 5 (цемент: песак : : шљунак), а сви бокови као и сводови рађени су у бетону мешавине 1 : 2 : 4.

Исто тако учињена су нека појачања бетонских зидова и сводова с обзиром на знатну дубину и неповољан квалитет земљишта. Бетонирање је вршено поступно према висини и избијајући поступно и опрезно подупираче, који су сметали. Справљање бетона вршено је машинским путем.

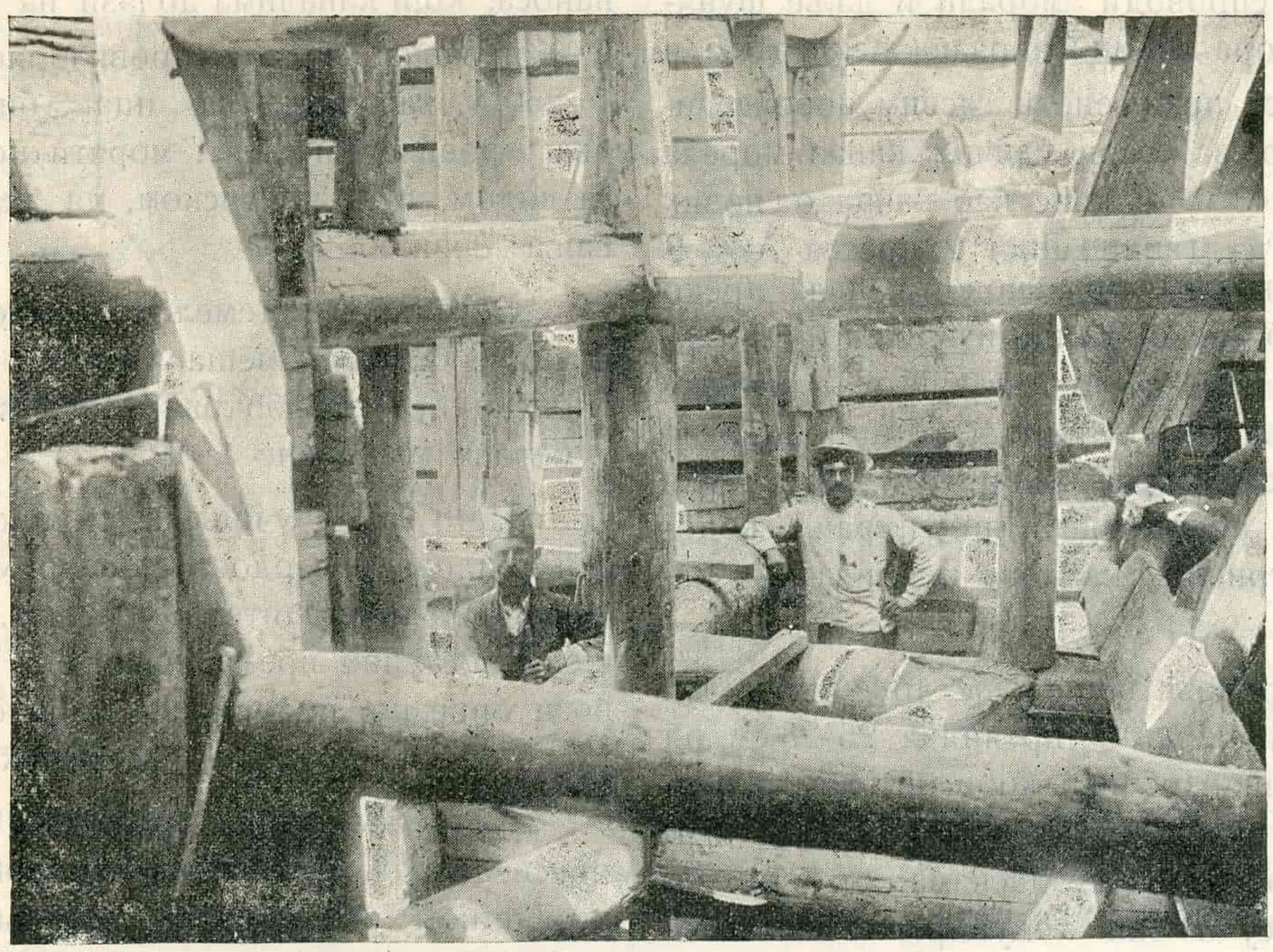
Када је велика преливна комора била већ пресведена, и тиме доњи део рова бетонском конструкцијом осигуран од одроњавања, требало је добро осигурати и горњи део ископаног рова, изнад преливне коморе и сифонског канала. Како су се поједини дрвени подупирачи и ако су били врло јаки и чести почели већ повијати и попуштати, није се сматрало за довољно и сигурно да се ти дрвени подупирачи оставе и у рову затрпају, већ се при извршењу дошло на идеју, да се и тај горњи део рова — око 5 м. дубине — осигура бетонском конструкцијом.

Имајући у виду, да ће и доцније при експлоатацији тунела и канала на овоме споју, имати увек много посла око чишћења и одржавања, то је ова конструкција за осигурање темељне јаме над спојем изабрана тако, да се узгредно добија и један простор (на I. спрату), који се као магацин може згодно употребљавати за оставу алата за чишћење и др. радничких ствари. (Лист 2. основа магацина, пресек I—II, III—IV, V—VI). Овај магацин је пресведен озго плитким сводовима, који належу на гвоздене носаче, чије су јачине NP. 32 и NP. 28 (према распону.) На предњој страни према Балканској улици зид магацина појачан је са два потпорна стуба којима се уједно смањује и распон, па према томе и тежина гвоздених носача.

Други део темељне јаме изнад прелива и једног дела тунела, осигуран је обимним бетонским зидовима између којих су разапети опет бетонски луци 0.30 м. дебљине у темену а простор између њих испуњен земљом. (Лист 2, основа магацина, пресек III—IV и C—D).

Најзад један део темељне јаме између вертикалног силаза и сифонског канала, осигуран је такође обимним зидом, који је везан двема бетонским плочама са поменутим силазом. Простор између ових бетонских плоча и зидова испуњен је земљом. (Лист 2, пресек V - VI лево.)

Од овога магацина као и од преливне коморе изведене су вентилације од цеви, које се при врху спајају у једну вентилацију са гвозденим заклопцем на калдрми. (Лист 2. прес. III - IV лево.)



Сл. 4. Подупирачи при дну темељне јаме.

Сва ова осигурања вршена су у режији пошто је предузимач тражио повећање погодбених цена за 30% не примајући уз то гаранцију са сигурност. Међу тим и ако су режијски послови вршени лагано и с највећом опрезношћу с обзиром на оближње зграде ипак су трошкови испали мањи него што би се предузимачу платило по нормалним ценама.

Копању другог дела темељне јаме за велику каскаду и почетак тунела приступљено је тек по довршењу ових осигурања. Овај део јаме правилнији је, те је и подупирање било простије. (Лист 1. пресек c—d, e—f и основа подупирача.) Посао је олакшан још и тиме што је земљиште и ако умовито ипак нешто чвршће а подземне воде било је веома мало.

По извршењу тунелског профила и каскаде осигурање горњег дела темељне јаме извршено је у главном остављањем дрвених подупирача у роговима (Лист 1. пресек a—b; c—d; e—f). Само је на доњем челу извршеног дела тунела осигурање темељне јаме постигнуто опет са једним бетонским потпорним зидом од 0,70 м. јачине, који почива на своду тунела. (Лист 2., пресек C—D десно).

На исти начин извршено је и подупирање спољнег зида и рова велике каскаде до тунела, и то на оном делу, где темељ велике каскаде лежи више, изнад темена тунелског свода, т. ј. опет са једним бетонским потпорним зидом, који належе на бочни зид и свод тунела (Лист 2. прес. E—F; C—D)

Према снимању геолошких слојева у тунелском рову, испод I. слоја жуте влажне уме, долази 2. слој наизменично плаве и жуте суве уме у дебљини 1,55 м. затим долази у дебљини од 0,30 м III. слој плаве суве уме: Између II—III и III—IV слоја долази по 5 см. дебела плоча плаве стеновите уме. Затим долази IV слој плаве уме у дебљини 0,70 м. па онда V. слој жуте уме у дебљини 0,45 м. Затим, сасвим при дну тунелског рова, долазе опет слојеви жуте уме у дебљини по 0,10—0,15 м израздвајани опет жутим стеновитим плочама уме у дебљини свега 4 см.

Сви ови доњи слојеви, почев од II. слоја суви су и не дају воду, те се могу очекивати доста повољне теренске прилике за даље продужење тунела.

Ови геолошки слојеви нагнути су у правцу ка Сави и жељ. станици, и највеће тешкоће при извршењу канализације у Балканској и Ломиној улици причињавао је онај горњи, I слој влажне жуте уме. На њему су и све зграде у овој околини фундиране, али увек готово несолидно, те све зграде и нове и старе због тога повремено показују пукотине. Сопственици тих зграда гледају да се користе при изради канализације кроз те улице, и траже често пута веће оштете него што вреди

нова кућа. Назорни органи при извршењу канализације чине увек све предострожне мере, да се зградама не причини никаква штета, и солидно израђене зграде обично се добро и одрже. Да наведемо као пример само кућу бр. 48 у Балканској улици (Лист 1. Ситуација споја.) Та кућа као што се види свега је за 1,10 м. удаљена од рова степенастог силаза и велике каскаде, темељи су јој били са две стране (из Балканске и Босанске улице) потпуно неповређена без икакве пукотинице и ако су ти ровови били отворени готово цело лето. — А то извесно само с тога, што ова зграда има дубље темеље и што је у опште солидно фундирана и зидана.

Сви послови на овоме споју израђени у год. 1909. као саставни део VI деонице канализације. Предузимач ове, као и раније две деонице била је Прометна Банка из Београда. Израда провизорног канала за дренажну воду извршена је од 9ог марта до 1ог априла, када је отпочето копање првог дела темељне јаме. Бетонски и остали радови у темељу почети су у половини маја а трајали све до 25ог августа када је почето затрпавање другог дела темељне јаме. Довршни пак радови патосање, малтерисање т. д. у споју рађени су доцније у јесен и зиму 1909. године.

Главнији радови на прузи Зајечар — Боговина.

II. Варијанта за тунел „Звездан“ и објекти на њој.

(Са сликама на листу 3.)

Првобитна траса Параћин—Зајечар била је трасирана за нормални колосек, јер се је хтело, да се овом пругом Дунав веже са нашом главном пругом Београд—Ниш.

Али вододелница Мораве и Тимока код Честобродице давала је таквих тешкоћа за прелаз нормалног колосека (велика висинска разлика између Кривовирског Тимока и реке Грзе) да се одустало од трасе нормалног колосека и повукла се траса уског колосека.

При повлачењу ове трасе комисија за трасирање пруге послужила се је нашом генералштабном картом. Како на тој карти и не постоји седло, где је сада звездански тунел, то је комисија за повлачење трасе, дошав до овог места, уочила мање седло на км. 12 + 400, те је ту повукла трасу правећи један тунел од 65 мет. и три моста од по 40 метара отвора док није са леве обале Тимока прешла на десну страну (види Лист 3).

Године 1904. када је образована секција за обележавање пруге Зајечар—Боговина, обележена је пруга како је трасована и тек доцније, када је секција дознала, да Зајечарци намеравају, на месту где је сада наш тунел, да пробију тунел за довод воде за електрично постројење, секција је пружила један пробни полигон и уверила се, да се ту може поставити пруга. С тога је одмах тахиметријски снимљен цео појас, где је повучена данашња варијанта.

После исцрпне студије о овој варијанти секција је послала планове и предрачун Дирекцији на одобрење. Тешком се је муком успело, да се добије одобрење, јер се тада у Дирекцији мислило, да не треба дозволити грађење тунела за пруге узаног колосека, јер се оне тиме и одликују од пруге нормалног колосека, што се дозвољеним великим падовима и кривинама малог радијуса имале избећи теренске тешкоће.

Овде тај случај није био, као што је био случај са Ирачековом трасом, која је одбачена због тунела од 2 км. (али која се ипак морала доцније усвојити због рђавог земљишта предложене и већ почете пруге) јер је овде рачуном доказано, да је варијанта са тунелом боља и рационалнија од напуштене трасе.

Пре него што опишемо поједине главније радове на овој варијанти, повући ћемо паралелу између коштања пруге по варијанти и напуштеном делу старе трасе.

Према ценама, које је имао предузимач у овој секцији, коштала би:

Напуштена пруга:

5 + 806 км. отворене пруге по 50.000 дин. км. — — — — — — —	290,300 д.
3 моста од 40,0 м. отвора са конструкцијом по 70,000 дин. —	210,000 д.
1 тунел од 65 метара — — — —	59,000 д.
Свега	559,300 д.

Варијанта:

3 + 413 км. отворене пруге по 50,000 дин. км. — — — — — — — —		170,600 д.
1 мост од 40,0 м, отвора са конструкцијом по 70,000 дин. — — —		70,000 д.
1 тунел од 307,64 мет. — — — —		257,930 д.
	Свега	498,540 д.

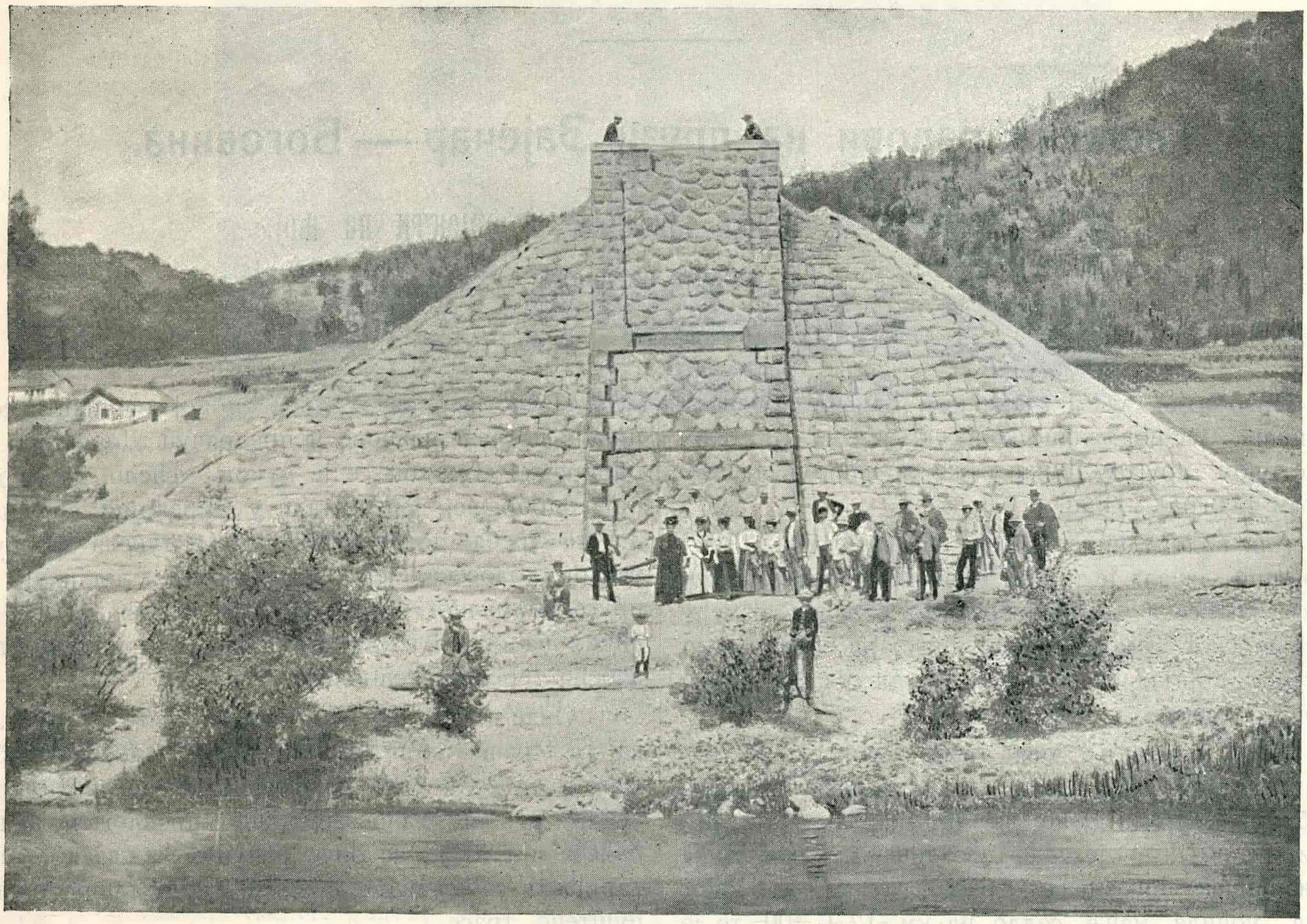
Из горњега се види, да је варијанта јефтинија од напуштене трасе, а скратили смо пругу за 2152 мет. Још кад се узме да је терен на варијанти много повољнији од терена на напуштеној траси, онда се јасно види превага варијанте.

Главнији објекти на овој варијанти су:

а). **Гвоздени мост од 40,0 мет. распона преко Тимока на км. 9 + 170**

Код овога моста била су два питања о премошћавању: да ли да се гради засведен камени мост, или да се начини мост са гвозденом конструкцијом.

Као код тунела тако и код мостова Дирекција је била неумољива и није дозволила ни да се пројекат засведеног моста поднесе, свакако зато што би то био први мост железнички од толиког отвора у Србији, те се нису хтели правити опити, већ су одма пројектовани стубови за гвоздену конструкцију са паралелним носачима и са пругом горе



Сл. 1. Леви стуб моста у Звездану. (Са екскурзије Удружења у 1908. год.)

Услед велике висине овог моста (10 мет.) и услед згодне стеновите десне обале Тимока, могао би се овде лепо и згодно израдити један засведен камени мост, тим пре што у близини има веома леп и добар мајдан пешчара (још из римског доба). Истина овај би засведен мост био можда нешто скупљи од садањег, али кад се узме у рачун за дуги низ година одржавање гвозденог моста (фарбање и т. д.) и кад се узме у обзир и то, да смо гвоздену конструкцију морали наручити на страни те новац странцима дали, да је тек пре месец дана та поруџбина (после двогодишњег рока испоруке) стигла и да се због тих наруџбина још и даље чека на полагање колосека од Зајечара ка Параћину-онда се види, да је било много корисније, да смо израдили засведени мост место моста са гвозденом конструкцијом:

Као што се види из слике (Лист 3.) мост је израђен са паралелним крилима и са каменим кеглама да би се скратила дужина крила и ако је требало по правилу да се стубови израде са косим крилима. Пројектант није узео коса крила услед тога што су скупља од паралелних.

Оба стуба суфундирана на стени, а параћински

стуб је добио и једну бетонску плочу од 1.20 метара дебљине, јер се фундирање вршило у води. Изван темеља озидан је ломљеним каменом и са лица у виду циклопа, а ћошкови су израђени од по 0,40 м. дебљине за изравњавање (le libage) од тесаника. Уметнута су три слоја од тесаног камена преко целог стуба. До квадера су стубови пуно озидани. Зидало се у портланд цементу. Израђене су четири кегле у виду камене наслаге (у ствари су израђене као суви зид, јер имају нагиб 1 : 2(

Целокупно коштање овог моста без гвоздене конструкције износи 37.430.30 дин. што је за тако малу суму а тако солидно могао да изради само српски предузимач под надзором српског инжењера.

Високи насип од 11 метра иза моста насут је каменим материјалом из тунела, те је сигуран од слегања и подлокавања.

б.) Тунел од км. 9 + 585,50 до 9 + 893,14

Као што се види из ситуације тунел је положен у правој линији изузев улаза и излаза, који су у кривинама радијуса R = 120- Пад у тунелу је $7^0/_{00}$ и то је нагнут цео ка зајечарској страни, јер је при полагању нивелете имало да се савлада извесна висина, а и није се очекивала каква велика вода, те се зато и могло одма једновремено радити са обадве стране тим пре, што се је почело пробијање тунела са горњим поткопом (Firstollen) па се је могло привремено, ако буде било воде, лако и одвести.

Зашто се почело са горњим поткопом узрок је тај, што је предузимач хтео што пре доћи до тунела кроз предусеке, јер би га овако, да је хтео да ради са доњим поткопом (Sohlenstollen), задржали усеци, нарочито зајечарски који је прилично велики а дугачак.

Како дужина тунела није велика и пошто се није морало журити, јер се зато време морали чистити предусеци, прво се довршило са пробијањем горњег подкопа. Ово је нарочито било згодно због правца, јер се и на улазу и на излазу тунела улазило са кривинама па је била и оправдана бојазан да се не учине ɛамашнија грешка.

Правци крајњих тангената одређени су помоћу помоћних тангената, тетива и углова између њих, пошто су кривине биле издељене на више једнаких делова. Правци горњег подкопа су се тачно поклапали услед горњег тачног рачунског рада и марљивог обележавања а и због мале дистанције (дужине тунела).

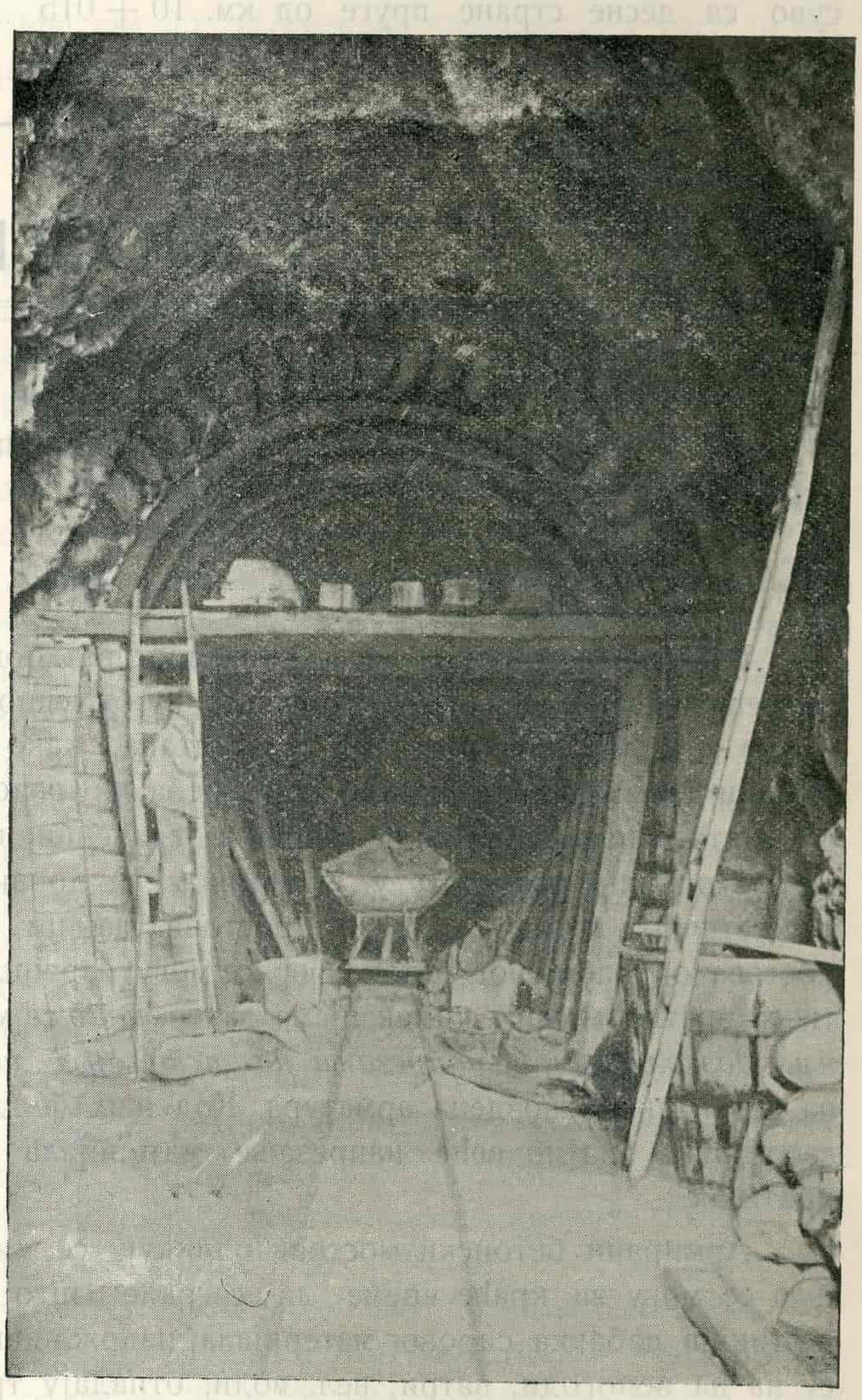
Када су предусеци били готови, онда се почело проширавање горњег подкопа у калоту, а с почетка се је почео да чисти цео профил. Воде у тунелу није било а подупирање је било делимично и то само неке растресене партије стене.

Цео је тунел у еруптивном масиву — у андезиту.

Зидање у тунелу почето је прво са зидањем опорача на мало већу дужину па је тек после зидана колота.

Овде ће бити без интереса показати напредовање пробијања и зидања тунела, јер се овде о брзини рада није водило рачуна, пошто су се тунели у овој секцији пре свршили него ли отворена пруга, те се имало времена да се ради полако.

Зидање опорача је извршено у слојевима хоризонталним и то ломљеним каменом, а зидање калоте у полутесаном камену. Зидало се у прстеновима од 5 мет. дужине. Скелу за зидање (шаблоне) предузимач је имао од савијеног I гвожђа те је услед тога била веома проста, лако покретљива, мало простора заузимала и дала могућност да се сводови врло прецизно изврше.



Сл. 2. Звездански тунел за време озиђивања.

Како овај тунел тако и онај други „Баба Јона“ у овој секцији веома су луксузно израђени и коштају српску државу по 840 дин. дужни метар, а могла би се калота засводити у ломљеном камену

тим пре, што овај свод нема да издржи никакве потиске одозго или са стране и што је озидан цео тунел са портланд цементом, те би се тиме велика уштеда учинила.

Камен за зидање опораца био је пешчар из римског мајдана, а за калоту је употребљен већим делом бео пешчар из Рготине.

Несретних случајева није било ни код једног тунела у овој секцији, а то услед тога, што се поред велике пажње и није много журило, те нису раденици били многобројни.

Солидност израде обадва тунела може да служи за похвалу предузимачу г. Ђури Николићу, јер је на овим радовима са вољом извршивао све наредбе надзорних органа.

Остаје нам овде још да поменемо нешто о потпорном зиду у суво са леве стране пруге од км. 9 + 660 до км. 10 + 094 и обложном зиду у суво са десне стране пруге од км. 10 + 015 до 15 + 090.

Из приложеног ситуационог плана види се, да је од тунела тешко било провући се са трасом на тако нагнутом терену, ограниченом Тимоком, те се услед тога пројектант послужио на том месту са подпорним и обложним зидовима, јер би нам без подпорног зида ножица насипа падала у Тимок. а без обложног зида морало би се брдо много засецати, те би уништили пут који је изнад трасе и иде преко седла.

На овој варијанти немамо више никаквих важнијих радова осем неколико мањих објеката.

Стару трасу немогуће ми је описати из разлога тог, што се са пројектовањем објеката одмах престало чим је ова варијанта била одобрена.

Али ипак је било суђено да се и тунел на овој старој траси изради за довод воде из Тимока за електрично постројење зајечарско, а израдили су га браћа Милошевићи из Зајечара.

Јула 1909. г.
Обрадова Столица

инж. **П. Миленковић.**

ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ.

Лучни мостови од ојачаног (армираног) бетона.

(са сликама на листу 4—10.)

I. Општи део.

Грађење армираних засведених мостова добија све већи значај и без сумње имаће и сјајну будућност. И ако код њих има извесних недостатака, како у теорији тако и конструкцији, које треба из основа допунити, ипак су до сада извршене грађевине показале одличне разултате у економном а донекле и естетичном погледу. Ови су мостови лакши од мостова од набијеног бетона, јер се могу израђивати са знатно мањим димензијама за то, *што се код њих дозвољавају и напрезања на истезање*, која на себе прима гвоздена арматура. Код њих је дозвољено и знатно веће напрезање материјала на притисак.

Армирани бетонски мостови одликују се тиме што се могу за краће време да саграде; што је јефтинија набавка сировог материјала; издржљивији су на на непогоди, ватри, вел. води; отпадају трошкови око одржавања и добро издржавају сва динамичка дејства. Нарочита одлика ових конструкција, наспрам камених мостова, састоји се у томе што су бетонске армиране конструкције лакше; може им се дати допадљивији облик; јефтиније коштају, јер се јачина материјала може потпуно да искористи, због чега је потребна и мања количина материјала како за израду лукова, тако и за обалне и речне стубове, чеоне (парапетне) зидове ограду и т. д.

Сграђени су мостови, код којих је бетон на видним странама облаган квадерима или цигљама (сл. 1 и 2.) за ово облагање мишљења су подељена а сем тога и материјали имају различну еластичност.

Армирани бетонски мостови граде се са све већим и већим распонима. Преко Sittertobel-a код Гмундена предвиђен је засведен армирани бетонски мост од 79 метра распона. За армиране бетонске мостове примењују се и плитки лукови, који наспрам високих имају нарочите одлике, јер њихово теме може лежати ниже и због тога отпада грађење високих навоза. Ослонци се на против могу више поставити и велика вода не може их штетити. Напослетку се може рећи, да плитки лукови чешће архитектонски изгледају лепше од лукова са високим стрелама. Код засведених камених мостова стрела је обично износила $^1/_5$ а у ређим случајевима $^1/_{10}$ распона, док међутим код армираних бетонских мостова овај однос износи $^1/_{10}$ до $^1/_{17}$ део ра-

спона, због чега се ови мостови могу градити и код мањих конструктивних висина.

1., Конструктивни однос између свода и мостовског патоса. Овај је однос код армираних засведених мостова врло различан.

Чеони (парапетни) **зидови** граде се од ломљеног камена, цигаља, армираног и неармираног бетона и они почивају непосредно на чеоним странама армираног свода (сл. 3 до 5) Између ових чеоних зидова насипа се уобичајени материјал и на њему долази коловоз. И код ових се мостова чеони зидови граде дебљи на ослонцима због веће висине насипања.

Код већих распона и веће ширине моста, *мртви је терет* врло велики. Да би се ово непотребно мртво оптерећење избегло, граде се на леђима свода попречне ћелије (камере) на тај начин, што између попречних дуварова (сл. 6. и 8.) пресведу мањи сводови који носе коловоз. Ради брже израде моста, полаже се доња површина коловозне плоче на горњу површину сводовог темена и онда, чим се сагради оплата за свод, може се коловозна плоча одмах монолитно израђивати заједно са стубовима, без обзира на бетоновање самога свода. Кад попречне ћелије имају веће распоне, онда се патос гради у виду *плочастих носача* одн. *плочастих конструкција*. Сами пак потпарни зидови ових ћелија или се зидају или се граде од набивеног или армираног бетона (сл. 8.) ови се одупирци израђују пуни или избушени (сл. 9 или 10) овакво смањивање мртвога терета на своду врло повољно утиче на димензије мостовских стубова и на максимално оптерећење темеља. Напослетку је најрационалнија конструкција патоса када се овај постави на ред стубића, који се ослањају на свод, у место на дуварове пуне или избушене (сл. 11 и 12.) На ове се стубиће полаже коловозна плоча са ребрима, чија су главна ребра паралелна а споредна управна на осовину моста. Ове потпоре (стубићи) имаће већу висину ка ослонцима свода и усљед тога ће се увећати и њихово прегибање, које се спречава, тиме што се спајају попречним везама (сл. 14). Попречна веза извршује се још и решеткастим конструкцијама кад је ширина моста већа (сл. 15 и 16.) Замена дуварова са стубићима не даје само мању тежину мосту, дакле уштеду у бетонској маси, него усљед тога и сама целокупна конструкција добија лакши и допадљивији изглед. Овде се економске користи не могу у опште очекивати, нарочито кад се примене попречна и дијагонална укрућења, јер је потребна већа количина материјала за скеле, док за један дувар скроз пун, брже је и простије сградити оплату и бетоновати га.

У сл. 17 и 18., на место попречних, примењени су подужни дувари, који заједнички носе коловозну плочу. Пошто између њих постројени сводови производе притисак у страну, то се због тога пешачке стазе не могу на консолама да постављају и за то се за коловозну плочу на првом месту препоручују ребрасте конструкције као у сл. 19 и 20, Целокупан изглед оваквог мостовског постојења, нарочито кад се израде два подужна дувара, сличан је једном дугачком сандуку, чије је дно полеђина свода а капак коловозна плоча. Шупљину овог сандука не треба испуњавати. Ради лепшег изгледа могу се и ови подужни дуварови такође избушити. У неким случајевима могу да се уштеде крилни зидови и кегле, када се ови подужни дувари заједно са ловозном плочом продуже преко обалних стубова до пресека са тереном.

Ради уштеде материјала може се свод израдити у два одељена појаса (сл. 19 и 20), само се коловозна плоча гради уједно преко целе ширине моста, а темељ се гради заједнички за оба појаса Главна корист од оваквих сводова је у уштеди материјала и што се са једном и истом оплатом могу да саграде оба сводна појаса.

Свод се може да изради као засведена плоча са ребрима, у место са правоугаоним пуним пресеком (сл. 21 и 22.) Конструкције у сл. 9 до 16. нису практичне што неједнако преносе притиске на свод која околност не може бити без утицаја на равномерно напрезања арматуре. Нпр. свод у сл. 16. оптерећен је само на чеоним странама, међу тим средина није изложена готово никаквом напрезању и због тога аматура на чеоним странама свода мора бити нарочито много јача но у средини свода. Посматрање статичких односа код свода са неједнаком арматуром наводи нас на избор свода са засведеном ребрастом плочом. Потпоре се постављају на ребра која се на одговарајући начин армирају. — Према избору сводвог облика биће пробитачније израдити плочу изнад (сл. 21 и 22) или испод ребара (сл. 23 и 24.) што ће зависити од положаја потпорне линије (линије притисака) према оси свода. У колико је већи ексцентрицитет у толико ће спољашња влакна трпети веће и напрезање на притисак. Плоча треба да служи за повећање пресека за притисак.

Даље, конструкције ребрастих носача састављене су из два или више раздвојених лукова (појаса) на које се терет коловоза преноси помоћу стубића (потпора) сл. 25. и 26. Да се неби појасеви у страну повили, спојени су попречним гредама, што се види из горњих слика. Дијагонална укрућења виде се из сл. 27 и 28 али њихово извршење ипак захтева много веће издатке за материјал скела (калупа). Напослетку за укрућивање појасева може се сградити једна засведена плоча незнатне јачине преко свију појасева, као у сл. 24. Ова плоча одговара само конструктивном а не и статичком циљу (сл. 31-32.)

Сл. 29-32 показују основне облике *Хенебиковог система,* дакле *носећа ребра* (појасни луци) *са горе равчим патосом.* Да би се могла ребра да поставе у што већем растојању, превијају се понајвише попречни и споредни носачи. Да унутарња површина свода буде глатка примењују се конструкције у сл. 31—32.

За плитке сводове узима се основни облик из сл 33-34. Овде је примењена обрнута плоча са ребрима (срав. сл. 23-24) Доња сводна ивица лежи изнад линије притиска, усљед чега је горе истезање а доле увећани притисак и то усљед негативних момената, који од ослонаца ка темену опадају. Коловоз се добија насипањем простора међу ребрима. Ако нису потребна више него два ребра, онда се према сл. 35 и 36 патос може поставити између њих Укрућења се извршују попречним носачима, који примају на себе терет патоса.

Ако је конструктивна висина ограничена и ако треба са естетичког гледишта код лучних носача патос наместити доле, онда се конструкција моста може тако да изврши, да се патосна конструкција помоћу висећих стубића обеси о два лучна носача са стране (сл. 37 и 38). Мост ће онда изгледати као решеткасти мост. Ако коловозна плоча или нарочито јака арматура ребара треба на себе да прими целокупан хоризонтални потисак, онда се овај мостовски систем може да употреби само онда, када се обични сводни облици не могу да употребе због несигурног темеља обалних стубова или када не би било сигурни ослонци испод велике воде. Када је стрела лука већа онда се укрућења извршују као у сл. 39 и 40.—

2.) **Обални стубови**. Има две врсте обалних стубова: *видних* (Standwiderlag r) и *изгубљених* (verlorene Widerlager). Видне обалне стубове треба сматрати као потпорне задове (сл. 41) чија круна у *a* пада уједно са ослоначком фугом и они преносе сводни притисак посредно на темељ. Напротив изгубљени стубови (сл. 42.) постају продужењем свода тако, да се свод са својом ослоначком фугом непосредно ослања на земљиште (темељ). Видни су стубови старији а изгубљени новији и они су бољи од старијих и у конструктивном и статичком погледу, само када месне прилике дозволе њихово извршење.

Обалне стубове за армиране лучне мостове, нарочито за узидане сводове, треба израђивати са нарочитом савесношћу, пошто и најнезнатније слегање земљишта може имати врло кобних последица на конструкцију. Трошкови око грађења обалних стубова често су од пресудног звачаја, да ли ће се за извесне распоне градити гредни или лучни мостови У осталом за стубове оваквих мостова услови су једнаки као и за стубове камених мостова. Не сме се појављивати никакво клизање обалних стубова, фундирање мора бити на потребној дубини, да неби вода подлокавала стубове. Све димензије стуба зависе од хоризонталног потиска. Ако се основица темеља не постави довољно дубоко онда целокупан терет обалног стуба заједно са његовим оптерећењем, дакле његова отпорна моћ, неће бити довољна да противстане притиску са стране (Seitenschub) што може бити узрок знатном снижавању сводовог темена. Ослонцима узидиних сводова задатак је, да дају довољно отпора моменту савијања, који свод производи. По правилу је довољан један јак бетонски или зидани блок, на који ће се свод са проширеном стопалом ослањати (ср. сл. 85—89). Лежишна површина има увек одговарајући нагиб на правац резултујућих сила а позадна површина са обзиром на хоризонтални потисак, поставља се управно. У сл. 41. представљено је ојачање темеља обалног стуба са гвозденом арматуром (истачкане линије на дну темеља). Ако су потребне пилотне у темељу, а цена не игра главну улогу, онда је боље узети пилотне од армираног бетона. Гвоздене шипке из бетонских пилотна могу се на згодан начин везати са осталим шипкама арматуре стуба или арматуре свода. (ср. сл. 71). Само крајне побијају се као у правцу линије притиска а остале се побијају управно. Степенасто извршење позадине стуба (сл. 41) није практично због задржавања воде на степенима, што може бити узрок образовању пукотина.

На чврстом стеновитом терену и при превођењу путева преко усека довољни су тзв. *изгубљени ослонци*, који нису ништа друго до проширења свода на ослоначкој површини, која стоји управно на правац линије притиска (сл. 42). У сл. 43. израђене су кроз обалне стубове пешачке стазе у виду капије.

Сл. 44 и 45. представљају конструкцију дводелног обалног стуба по систему професора Möller-a Позади стуба a у висини ослонца сагради се једна танка призматичка плоча b од армираног бетона, на којој почива сва земља изнад ње. Најмање покретање ове плоче изазваће отпор трења, који ће при довољној површини плоче одржавати равнотежу хоризонталном потиску, дакле задатак је ове плоче, да прими на себе само хоризонталну компонентну силу ослоначког притиска и да ову услед трења пренесе на земљиште и на тај начин остаје да да стуб *a* прими на себе само нормалну компонентну силу ослоначког притиска, ради чега су му потребне и мање димензије. Кад је хоризонтални притисак знатно велики, онда се може да постави и једна вертикална плоча *c* (истачкана у сл. 44). На Möller-овим обалним стубовима штеди се у

материјалу и због тога је и фундирање јефтиније. Како се ови стубови израђују види се из сл. 46. и 47. Вертикалне се силе преносе помоћу стубића од грубог бетона на три реда дрвених шипова. Плоча није у чврстој вези са грубим бетоном, дакле може без сметње тонути и неће бити никакве опасности по стабилност конструкције.

Постројење једног обалног стуба за свод са ћелијама показује сл. 48. Потпорни зид мостовског патоса ослања се на ослонац свода.

Сл. 49. преставља постројење једног пешачког моста од 15,50 мет. распона. Веза моста са нагибима обала извршена је бетонским зидовима, који образују један затворени шупљи простор, који је покривен армираном плочом. Овакво је постројење препоручљиво онда, кад се мора дубоко фундирати, те зидови испадају врло високи, па су, услед дејства јаког земљишног притиска, изложени опасности, ако се буде штедило на њиховој дебљини Код већих димензија може се армирани покривач ојачати ребрима и стубовима подупрети.

Армирани обални стубови у облику угаоних потпорних зидова имају добру страну у томе, што се на мањим дубинама могу фундирати и што се зидарски материјал може до крајњих граница да искористи. (види сл. 50). Стопало је нарочито широко израђено, да би сопствени терет земљишне масе, која на њему почива, могао у што већој мери елиминисати хоризонтални потисак позадног насипања. Стуб се мора укрутити довољним бројем ребара, а код Енебиковог система она се постављају у продужењу носећих лукова, да би се на тај начин арматура могла спровести до темељне плоче. Ребрима се преносе смичуће силе на основицу темеља. Чеони зид је сразмерно танак, крилни се зидови подупиру косницима (потпорама).

Сл. 51. представља обални стуб једнога моста са ребрастим сводом, фундиран на шиповима.

Сл. 52.—54. показују конструкцију обалног стуба једног бетонског лучног моста од 12.80 м. распона. Због рђавог земљишта основица темеља (дно) постављена је за 3,0 мет. испод средњег водостања. Побијено је осам редова шипова и то у сваком реду по 6 шипова и преко глава ових шипова постављен је исти број дуварова по 50 см. дебљине. Ови дувари подупиру чеони зид а притисак свода преноси се на шипове помоћу јаке армиране плоче.

Спајање моста са природним земљиштем врши се и овде као и код осталих мостова помоћу паралелних или косих крила. Кад се крила зидају онда се она ради уштеде на материјалу граде изнутра степенасто. За веће висине нагиба препоручује се појачање са потпорним стубићима (Strebepfeiler) или спајање крилних зидова са гредама или плочама. Сл 55. показује везу са плочама. Плоче су равне, 60 см. дебеле и укрућују оба паралелна крила, која су 1,0 мет. широка. Оваква укрућења са плочама препоручују се за мостове са високом стрелом, дакле са мањим хоризонталним потиском.

Укрућења се у опште извршују са попречним и подужним дуваровима у разним конбинацијама (сл. 56. и 57.). Делови плоче свагда се армирају тамо, где се појављује истезање и то са арматуром, која се под правим углом укршта. У попречним зидовима и консолним површинама употребљена су још и дијагонална гвожђа.

Код моста преко Изара код Гринвалда израђеви су крилни и чеони зидови у виду ћелија, да би се, код њихових огромних димензија, уштедило на бетону. Да би се добила довољна тежина зидне масе ћелије су напуњене земљом.

Обалне стубове израђене у виду сандука са попречним и подужним зидовима представљају сл. 58.—60. — Шупљине се такође испуњавају земљом.

Даље конструкције видеће се из примера, који ће следовати.—

3.) **Средњи стубови**. Они се израђују за армиране бетонске засведене мостове по истим правилима као и за камене мостове, *само треба имати на уму, да се код узиданих армираних лукова могу појављивати и напрезања на истезање.* Арматура се примењује и код средњих стубова, нарочито код високих конструкција.

Средњи стубови за речне мостове, граде се у опште масивно, да би били у стању да противстају дејству удара. У сл. 61. обадва су свода чврсто међу собом спојена. Пошто они не стоје ин у каквој заједничкој вези са стубом, то се целокупан хоризонталан потисак преноси на обалне стубове.

Сл. 62. представља један армирани бетонски средњи стуб, у којем се могу због његове танкоће да појаве и истезања при несиметричном оптерећењу, због тога је стуб и армиран на спољашњим странама са 25 м. м. дебелим округлим гвожђем у одстојању по 20 см. Облога стуба утврђена је у бетону.

Код једнога моста, израђеног по систему Lolat-овом, израђени су кесони од армираног бетона и испуњени са мршавим бетоном (сл. 63—66) Огртач је проширен на ниже и укрућен са ребрима и попречним гредама. Сам стуб пак ради веће стабилности, саграђен је са нагнутим странама.

Сл. 67. и 68. представљају конструкцију стуба, која одговара оној у сл. 58—60. На једној заједничкој темељној плочи постројена су вертикална ребра у продужењу носећих лукова тако, да су њихове арматуре чврсто међу собом повезане, те да смичуће силе и оптерећење пренесу на земљиште. Споља је стуб обложен са једним 10—15 см. арми-

раним бетонским огртачем, који нема никакве статичке вредности. Шупљине су испуњене мршавим бетоном, да би стуб имао потребну тежину за стабилност.

Сл. 68. и 60. представљају стуб моста преко реке Изара код Минхена.

Ако би наступила бојазан, да ће вода речне стубове подлокавати, онда се препоручује набацај од крупног камена. Корисна је и армирана бетонска пилотажа, нарочито онда, када је чврсто земљиште дубоко. Арматуру појединих шипова треба као у сл. 71. и 72. у бетонској маси стуба укотвити. —

У сл. 73. и 74. израђен је речни стуб, једног Енебиковог моста, из три набијена армирана бетонска шипа, који су са једном попречном гредом чврсто спојени са мостовским патосом. Пошто овакав јарам није у стању, да пренесе веће силе у подужном правцу моста, то се мора целокупни хоризонтални потисак да пренесе на обалне стубове. То важи и за јарам у сл. 75. до 77. Осам јаких побивених армираних бетонских шипова носе речни стуб. У висини воденог огледала ови су пипови међу собом повезани хоризонталним гредама, у којима је извршено спајање продужења шипова. И код њих се мора целокупни хоризонтални потисак пренети на обалне стубове.

Услед загревања и расхлађивања армирани се сводови издужују односно скупљају, што се примећује у подизању односно снижавању темена. Пошто су за еластичне узидане сводове потребни крути и непомерљиви ослонци, то би се, при свакој дужној промени свода, у његовом темену и на ослонцима појављивала сувишна напрезања или чак и пуцање самога свода. Најбоље и најпростије сресство за спречавање таквих појава јесте уметање *дилатационих фуга*, које се наравно могу само тамо предвидети, где не могу у статичком погледу бити штетне по саму конструкцију. Да би се спречило нагомилавање песка и тврдог материјала и одвела вода, морају се ове фуге добро покрити. Сл. 78. показује покривање фуге са цинк-блехом, а сл. 79. покривање са уметком од јаког цинк-блеха и заливањем фуге гудроном.

4.) **Утврђивање испуштених бетонских квадера**. Најпростији начин показују сл. 80. и 81 Код једног моста пешачке су стазе, као у сл. 82, испуштене за 35 см. изван свода и сграђене од армираних и укотвљених плоча. У сл. 83 и 84 је консолно камење армирано са по 3 округла гвожђа од 10 м. м. пречника и то тако, да два од ових гвожђа стоје напољу, да би се по намештању консолног камења, могле оне испуштене шипке са оградом уједно избетонирати.

Ако би се хтела и *ограда* такође да изради од армираног бетона, онда се препоручује, да се ограда не бетонира једновремено са лучним надзидком, јер се доцније могу лако појавити пукотине. Треба оставити, да се лук и надзидак потпуно стврдну па по томе тек намештати ограду.

Чешће су ограде на речним мостовима тако удешаване, да се могу при великом водостању скидати, да не би давале отпора таласима. У обичним случајевима ми ћемо се задовољити ипак са уобичајеним конструкцијама ограда од вештачког и природног камена, ковног и ливеног гвожђа.

Нарочиту пажњу треба обратити и на одвођење воде са мостова, јер продирућа вода може бетон да обоји прљавштином.

II. Сводови са витком арматуром.

1.) **Систем Monier-ов** Ови су сводови израђени на принципу, да уметнуте гвоздене шипке у масу бетона примају на себе напрезања од истезања. Опитима је утврђено, да је адхезија гвожђа и бетона потпуна и да при подужним променама не наступа никакво смицање. Дакле за оба материјала морају специфична напрезања бити једнака. Ови су сводови изведени 1886. год. и од тога су доба разгранато примењени за веће и мање распоне. Однос распона према стрелици износио је 6 — 10. Потребне димензије за Монијеве сводове у темену су *минималне* и по некад износе мање но 160 део распона, пошто је сопствена тежина ових сводова сразмерно мала, па је код њих због тога и хоризонтални потисак незнатан.

При одредби *сводовог облика* треба на првом месту водити рачуна о томе, да су мостовски сводови по систему Monier-овом *чврсто узидани*. Због тога се сводова дебљина почев од темена повећава ка ослонцима на тај начин, *што се вертикална пројекција свију радијалних фуга ставља равна дебљини свода у темену*. У опште се препоручује избор таквог сводног облика, да се осовина свода и потпорна линија од сопственог терета поклапају. —

Означимо са l распон лука (чист отвор), са h стрелицу лука, па ће се *полупречник унутарње сводне линије* моћи да одреди из једначине:

$$r = \frac{l^2}{8.h} + \frac{h}{2}$$

За однос стреле лука према распону узима се обично 1 : 5 до 1 : 10, а за дебљину свода у темену узима се опет $^1/_{100}$ до $^1/_{160}$ део распона. Код мостова од набијеног бетона овакве мале димензије не могу се употребити, јер код њих није дозвољено напрезање на истезање. Особито је важан избор пробитачног сводног облика за веће распоне,

где је у питању, да бетон свугде трпи напрезања у дозвољеним границама. Код правилног избора истежућа напрезања у опште отпадају, јер је прелазни терет у односу на сопствену тежину по правилу знатно мањи. Због тога ће се на арматури уштедити, нарочито за то, што гвожђе не може на себе да прими притискујућа напрезања. Код мостова средњих распона у томе погледу можемо бити слободнији, и при довољној арматури за негативне моменте можемо се одлучити шта више и за елиптички или сложени лук. — Овде је претежнији утицај прелазног терета и ако је свод снабдевен са чеоним зидовима и насипом. —

Арматура свода састоји се из мреже од округлих гвоздених шипака, које се полажу у правцу распона и управно на овом, дакле мрежа је састављена из *носећих* и *подеоних шипака* Прве су шипке (носеће) пресавијене и прилагођене граничним линијама свода. Њихова дебљина према димензији пресека износи 5 до 16 мм. и више, а њихово растојање је између 5 и 20 см. Подеоне шипке на против, увек су праве и постављају се у правно на носеће шипке, којима оне при бетоновању дају сигурнију потпору и помажу да се раздели дејство динамичких сила. Њихова је дебљина 3 до 7 мм. а постављају се у растојању од 10 до 30 см. Округле се шипке на њиховим укрсним тачкама повежу са танком жицом, да би при бетоновању остале у непромењеном положају. — Најпробитачнији распоред арматуре у сводовим попречним пресецима зависи од могућности образовања пукотина. Један неоптерећени мост са попустљивим ослонцима показује преломне фуге на унутарњој сводници у темену и на полећини ослонца. То исто важи и за пуно оптерећени свод са крутим и непопустљивим ослонцима само са том разликом, да се овде преломне фуге појављују на полећини у извесном одстојању од ослонца и то према величини стреле. Код једнострано оптерећеног свода показаће се пукотине на полећини ослонца оптерећене а на унутарњој сводници на делу неоптерећене половине свода. Положај средње преломне фуге опет је зависан од односа стрелице, у сваком случају преломне фуге се појављују на оптерећеној половини на унутрашњој сводници, а на неоптерећеној половини на полећини свода.

Само код врло незнатних распона довољно је поставити мрежу арматуре у зони унутарње своднине. Онда су ослонци као у сл. 85 и 86 довољно ојачани. те да се унапред избегну ослоначке преломне фуге, које се појављују усљед попуштања обалног стуба. За просте случајеве, довољно је, да се један део арматуре на ослонцу навише пресавије (сл. 85)

За средње и веће распоне потребно је поставити арматуру у обе зоне (горњу и доњу сводницу). Горња арматура мора да допре најмање од ослонца па до $^1/_4$ распона, аналого образовању пукотина на полећини код симетричких и несиметричких оптерећења. Горња арматура у притиснутим деловима допуњује извесну јачину, сем тога она прима на себе и истежућа напрезања, која постају од сунчаних зракова на полећини свода. Код мањих сводова смо у стању да са оваквом двојном арматуром потпуно искористимо бетонову моћ на притисак. Код већих распона двојна арматура губи теоријски значај, пошто су истежућа напрезања искључена услед исправно одређеног облика свода. Нетачна израда скеле или какво неравномерно њено слегање може бити узрок, да се најмања притискујућа напрезања преобрате у истежућа напрезања, због чега је и овде двојна арматура из чисто практичких разлога оправдана и тиме се у знатној мери појачава и степен сигурности. Сама пак арматура поставља се симетрично према осовини свода.

Сл. 86. представља спону симетрички постављене арматуре у ослонцу.— Округле шипке од 18 мм. пречника на оба краја су по 1,50 м. дубоко упуштене у масу ослонца и пресавијањем укотвљене. Темељна плоча на коју се ослања свод израђена је у размери 1:4:6, ослонац пак у размери 1 : 3 : 3 (као и свод.) За одвођење воде служи бетонски надзидак у размери 1 : 6 : 8.—

Рационално укотвљавање арматуре по Monier-ову систему види се из сл. 89 и 90.— Мост има 19,0 м. распона и 2,50 м. висину стреле. Арматура се састоји:

из носећих шипака доњих : 16. окр. гвожђа по 11 м.м. пречника, која скроз пролазе ;
из носећих шипака горњих : 10. окр. гвожђа по 7 м.м. пречника, која скроз пролазе ;
из носећих шипака : 10. окр. гвожђа по 11 м.м. пречника на дужину $l/4$
из подеоних шипака, горе и доле : по 7 м.м. пречника у одговарајућем одстојању.

Код Монијевих сводова смичућа напрезања играју споредну улогу. Врло ретко су примећаване подужне пукотине из којих би се могло закључити да се смичуће силе појављују. —Разоравања се по правилу испољавају само у раздробљавању притиснутих делова. При свем том узимају се и жичане машне (замке) сл. 91, којима је пре свега задатак, да спрече међусобно клизање арматурне мреже у притиснутим сводним деловим. Овакве жичане замке више су потребне за поједине лукове но за сводове. Пресавијање арматуре на ослонцима једноставно армираних сводова (сл. 85.) препоручује се још и из обзира на максималне смичуће силе, које се ту појављују.

2.) **Сводови са чеоним зидовима и насипом између њих**. Чеоне зидове ваља довољно јаке саградити да би могли издржати притусак у страну, који производи насип. Сл. 91. показује мрежасту арматуру чеоног зида. Из сл. 92. види се да су израђена ребра од 40 см. дебљине за укрућивање. Сами су пак зидови армирани као у сл. 9 и имају на своду дебљину од 30 см. а горе се сужавају на 22,50 см. — Ребра испадају унутра за 90 см. и образују целисходно косо укрућење. На овом објекту важно је приметити непосредну везу ограде са чеоним зидовима. Овај је мост укупно дугачак 238 мет. Сви луци и стубови као и обални стубови образују једну заједничку масу, па су ипак зато у чеоним зидовима изнад сваког стуба остављене дилатационе фуге.

Сл 94 показује везу чеоног зида са пешачком плочом подупртом консолама. Ове конструктивне делове треба као обично армирати. У слици је нацртана само потребна главна котва.—

3.) Сводови са камерама — ћелијама. Напред је већ речено, да сопствени терет испада врло велики код мостова са велим распонима и већим ширинама коловоза. У сл. 6. показан је распоред ћелија.

Сл. 95 до 97 представљају конструкцију једног друмског моста од 28, 86. м. отвора, чији управо распон у висини ослонаца износи 26. мет. са 5,20 м. високом стрелом. Јачина у темену износи 60 см а на ослонцу 90 см. — Ширина моста 8 мет. Арматура свода састоји се:

на унутарњој сводници скроз из 4 округла гвожђа 12 mm. пречника на уздужни метар;

на полеђини: 4. окр. гв. 20mm. преч у средњој трећини распона и 10. окр. гв. 200mm преч. у крајњим распонским трећинама.

Арматура лукова изнад ћелија види се из сл. 95. Подеоне шипке су скроз 7mm. дебеле. Мост је на једном крају проширен и усљед тога се морала пресавијати и арматура, што се види и сл 96 —

При изради овога моста моста употребљене су следеће бетонске мешавине:

1., За темеље обалних стубова и крилних зидова 1 : 11 — т.j.

1 део цемента + 3 д. базалт — туцаника 3 д. базалт песка + 4 д. шљунка + 1 д. песка.

2., За зидове 1 : 9 т.j.

1 д. цемента + 3 д. базалт — туцаника + 3 д. базалт-шљунка + 1 д. шљунка + 1 д. песка

3.) За свод 1 : 6 т.j.

1 д. цемента + 2 д. базалт - туцан. + 2 д. базалт-шљунка.

1 д. шљунка + 1 д. песка

4., Сводови изнад ћелија 1 : 8 т.j.

1 д. цемента + 3 д. шљунка + 3 д. шљунка + 1. д. шљунка + 1 д. песка.

5 , Испуна на ослонцима посан-бетон 1: 16 т.j. 1 д. цемента 5 д. туцан. 5 д. шљунка + 3 д. шљунка + 3 д. песка.

Укупно је употребљено 1800 m^3 бетона.

Полеђине сводова изнад ћелија превучене су слојем цемент-малтера 1 : 4 на 15 см. дебљине. Преко једног премаза са врућим гудроном посут је чист песак и преко овога положена је полога од асфалтног филца, која је само на саставцима излепљен-Сем овога су и све полеђине чеоних и крилних зидова премазане два пута врућим гудроном.

Један новији армирани мостовски свод представљају сл. 98 до 100.—Главни лук има 55 м. чистог отвора са 13. мет. високом стрелом. Јачина у темену 55 см. а на ослонцу 95 см. Главни је свод узидан у јак ослонац од набивеног бетона. Остале појединости виде се из слика.

Просто а уједно и рационално спајање арматуре потпора са сводном масом показује сл. 101.—

Вредно је поменути и извршење обалног стуба, код кога је арматура свода (окр. гв. 16 mm. пречника) продужена у темељну плочу и ту довољно укотвљена. Овде су израђени од армираног бетона и темељна плоча, ребра и крилни зидови. сл. 102—103.)

Сл.104. Представља конструкцију, код које је главни свод само на средини оптерећен. Једини стубови, који подупиру коловозну плочу, стоје на обалном стубу. Овакви економни облици мостова могу се само онда применити, ако је оптерећење као и тежина конструкције патосне плоче незнатна

III., Прорачун засведених мостова.

Да би за претходни пројекат могли најпре одредити целисходну јачину свода, послужићемо се Толкмитовим обрасцима.[1])

$$c \geq \frac{l}{10}\sqrt{\frac{4.p}{q_0}}$$

$$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{l/2}\right)$$

$$z_0 = \left(c + e + \frac{p}{2}\right)$$

$$H = 0{,}15\,\frac{l^2}{f}\left(z_0 + \frac{f}{10}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad [2])$$

---

1) Tolkmitt, Leitfade i f. d. Entwerfen u. d. Berechnnung gewölbter Brücken. Превод г. Вл. Тодоровића.

2) Тачнији резултат даје образац:

$$H = \frac{l^2}{16}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8 \cdot c \cdot z_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} - \frac{8 \cdot c\, z_0}{l^2}\right)^2 \frac{32 \cdot c \cdot z_0}{l^2}}\right]$$

$$q = \frac{H}{c}$$

$$\sigma_d = q + 0{,}06\ p \left(\frac{l}{c}\right)^2$$

$$\sigma_z = q - 0{,}06\ p \left(\frac{l}{c}\right)^2$$

У овим обрасцима значи:

l = распон у метр.

c = дебљина свода у темену у мет.

p = покретно оптерећење на 1м² мостовског патоса код једностраног оптерећења) у м.³

γ = тежина сводног материјала у t/м³

q_0 = највеће дозвољено нормално напрезање у м³/м

q = највеће појављено нормално напрезање у м³/м²

z_0 = укупна висина терећења, за нормални случај изражена у сводном материјалу (заједно са сводом) у метр.

e = редуцирана висина оптерећења на сводни материјал, услед сопствене тежине изнад горње ивице сводног темена у м.

H = хоризонтални потисак свода за нормални случај у m³

f = стрелица свода у m.

σ_d = највећи ивични притисак у темену у m³/m²

σ_z = највеће ивично истезање у темену у m³/m²

Под „*нормалним случајем*“ треба разумети оптерећења од сопственог терета и половине прелазног терета распоређеног преко целог моста.

Ако се појаве истезања, онда нападна истежућа сила у тежишту троугла истезања износи:

$$Z = \gamma . c \frac{\sigma_z^2}{2(\sigma_z + \sigma_d)} \text{ у тонама.}$$

Лежи ли арматура приближно у тежишту троугла истезања и ако треба гвожђе да прими на себе укупно истезање, онда можемо помоћу овог обрасца потребни пресек гвожђа оценом да одредимо.—

Пример Нека су за неки друмски мост дате ове вредности:

Распон l = 28 см; стрелица f = 3,0 м; тежина свода γ = 2,2 t/m³; висина оптерећења e = 0,45 m, највеће једнострано оптерећење

$$p = \frac{1}{2{,}2}\left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{4}\right) = 0{,}25 \text{ м;}$$

највеће дозвољено нормално напрезања σ = 30 кгр/см.² највеће дозвољено ивично напрезања σ_{max} = 40кгр/м² према томе q_0 = 30 кгр/см² = 300000 кгр/м.² = 300t/m² = 150 m³/m².

q_{max} = 40 кгр/см.² = 400000 кгр/м.² = 400t/m² = 200 m³/m². Дебљина свода у темену је:

$$c \geqq \frac{28}{10}\sqrt{\frac{4 . 0{,}25}{150}} \geqq 0.23 \text{ m.}$$

Узето је c = 0,30 мет.

$$z_0 = \left(0{,}30 + 0{,}45\ \frac{0{,}25}{2}\right) = 0{,}88 \text{ мет.}$$

$$H = 0{,}15\ \frac{28^2}{3}\ \left(0{,}88 + \frac{3}{10}\right) = 46{,}3 \text{ м}^3$$

$$q = \frac{46{,}3}{0{,}30} = 154 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Ивична ће напрезања бити:

$$\sigma_d = 154 + 0{,}06 . 0{,}25 \left(\frac{28}{0{,}30}\right)^2 = 154 + 131 =$$

$$= 285 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

$$\sigma_z = 154 - 131 = 23 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Према томе највећи је притисак

$$\sigma = 285 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 570 \text{ t/m}^2 = 570000 \text{ кгр/m}^2 =$$

$$= 57 \text{ кгр/см}^2$$

Истезања се не појављују. — Да би постигли што нижи притисак, повећаћемо димензију темена свода на 0,40 м., по томе је:

$$z_0 = \left[0{,}40 + 0{,}45 + \frac{0{,}24}{2}\right] = 0{,}98 \text{ m.}$$

$$H = 0{,}15\ \frac{28^2}{3}\ \left[0{,}98 + \frac{3}{10}\right] = 50 \text{ m}^3$$

$$q = \frac{50}{0{,}40} = 125 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ (дакле} < 150)$$

$$\sigma_d = 125 + 0{,}06 . 025 \left[\frac{28}{0{,}40}\right]^2 = 125 + 74 =$$

$$= 199 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 40 \text{ кгр/см}^2$$

и овога пута неће се појавити истезање (125—74 = = 51 m³/m² притисак) Теоријски није потребна арматура, не може се нарочито направити мања дебљина у темену, да би се избегла велика напрезања на притисак. Према овоме препоручује се арматура, јер се њоме добија већа сигурност него ли појачањем дебљине свода (усљед погрешака на скели, напрезања од температуре и т. д.)

За 36,0 м. распона 6,00 м. стрелицу и 0,40 м. дебљину темена, кад је γ = 2 t/m³; e = 0,35 m. и p = 0,26 m добиће се:

z_0 = 0,88

H = 45,6 m³

g = 114 m³/m²

онда ће напрезања износити

$$\sigma_d = 114 + 0{,}06 \left(\frac{36}{0{,}40}\right)^2 = 12 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 48 \text{ кгр/см}^2$$

притисак и

$$\sigma_z = 114 - 0{,}06 \left(\frac{36}{40}\right)^2 = 12 \text{ m}^3/\text{m}^2 = 2{,}4 \text{ кгр/см}^2$$

истезање.

Овде се дакле појављује истезање, које износи:

$$Z = 2 \,.\, 0{,}40 \,\frac{12^2}{2\,(240 + 12)} = 0{,}23 \text{ t.}$$

По томе за 1 мет. ширине свода

$$fe = \frac{230}{1000} = 0{,}23 \text{ см}^2$$

Потребни пресек гвожђа у темену је врло незнатан. Напрезања, која се појављују у ма којој спојници свода, према њиховом својству и величини, зависна су на првом месту од резултанте спољашњих сила (потпорне линије) Нормалну компоненту ове резултанте сменићемо на познати начин са аксијалном силом $\mathfrak{N}$ и моментом савијања M.

Најпре ћемо изнети приближну методу за одредбу пресека гвожђа (арматуре) и напрезања, која ће се појавити:

У опште је (сравни слика 105.)

$$\sigma = \frac{\mathfrak{N}}{\mathbf{F}} \pm \frac{M}{W}$$

Ставимо сада $\mathbf{F} = b \,.\, h$ и $W = \frac{b \,.\, h^2}{6}$; даље

$$\frac{h - x}{h} = \frac{\sigma_z}{\sigma_d + \sigma_z}$$

$$\sigma_d + \sigma_z = \frac{2\,M}{W}$$

па ће бити:

$$Z = b\,(h - x) \,.\, \frac{\sigma_z}{2}$$

$$Z = \frac{b^2 \,.\, h^3 \,.\, \sigma^2_z}{24 \,.\, M}$$

ако је димензионирање извршено по овом обрасцу, онда ћемо напрезања гвожђа одредити из:

$$\sigma_e = \frac{Z}{fe}$$

Ова се приближна метода рачунања препоручује за пројекат једног свода, али она не даје повољне вредности за σ_e. Напрезања на притисик за бетон на против одредиће се довољно тачно.

Тачнији прорачун је следећи:

1.) **На пресек дејствује само напрезање на притисак**. Према сл. 106. биће:

Укупна површина:

$$F = b \,.\, h + n\,(fe + f'_e)$$

одстојање тежишта:

$$s = \frac{\frac{bh^2}{2} + n\,[fe\,(h - a) + f'e\,a']}{bh + n\,(fe + f'_e)}$$

Код симетричног пресека баће:

$$fe = f'_e = \frac{F}{2} \text{ и } a = a';$$

онда је

$$s = \frac{h}{2}$$

и моменат лењивости

$$Js = \frac{bh^3}{12} + n\,Fe\left(\frac{h}{2} - a\right)^2$$

напрезања

$$\sigma_o = \frac{\mathfrak{N}}{F} = \frac{\mathfrak{N}}{bh + n\,F\,e}$$

$$\sigma_d = \frac{\mathfrak{N}}{F} + \frac{\mathfrak{M}}{W}$$

$$\sigma_z = \frac{\mathfrak{N}}{F} - \frac{M}{W}$$

$$\sigma_e = n\left[\frac{(\sigma_d - \sigma_z)\;a'}{h} + \sigma_z\right]$$

$$\sigma'_e = n\left[\frac{(\sigma_d - \sigma_z)\;(h - a)}{h} + \sigma_z\right]$$

2.) **На пресек дејствује истезање**. Ексцентричност је постала толико велика да је:

$$\frac{\mathfrak{N}}{\mathbf{F}} < \frac{M}{W}$$

Ако се опет узме

$$fe = fe' = \frac{Fe}{2} \text{ и } a = a'$$

сравни сл. 105.) онда се одстојање нулте линије прорачунава из односа:[1])

$$x^3 - x^2 \,.\, 3\left(\frac{h}{2} - \frac{M}{\mathfrak{N}}\right) + x \,.\, 12\,\frac{M}{\mathfrak{N}} \,.\, n \,.\, \frac{\mathbf{F}e}{b}$$

$$- 6\,\frac{n \,.\, Fe}{b}\left[\frac{M}{\mathfrak{N}} \cdot h + 2\left(\frac{h}{2} - a\right)^2\right] = 0$$

Напрезања су:

$$\sigma_d = \frac{\frac{b \,.\, x}{2} + \frac{n \,.\, fe}{x}\,(2x - h)}{\mathfrak{N}}$$

$$\sigma_e = n \;.\; \sigma_d\,\frac{h - x - a}{x}$$

$$\sigma'_e = n \;.\; \sigma_d\,\frac{x - a}{x}$$

Израчунавање напрезања у сводовим пресецима види у примерима.

Препоручљиво је, да се арматура употреби и онда, када напрезање на притисак σ_z буде равно нули, јер незнатне промене у ослонцима, као и у самоме своду могу да изазову напрезања на исте-

---

1) Једначина за x решава се приближним методама или по Кардановом обрасцу (срав. Taschenbuch der Hütte 1902. I. стр. 45.)

зање, усљед непредвиђених спољних утицаја. Код малих сводова са парапетним зидовима утицај прелазног оптерећења умањује се са насипом на мосту За сводове од набивеног бетона потребне су знатније дебљине, да би се избегла напрезања а истезање. Облици сводова средње величине могу се тако изабрати, да се при повољном избору не појави некакво истезање да, дакле, арматура не буде теоријски потребна, јер гвожђе не може да прими на себе напрезања на притисак. Сопствена тежина сводова са ћелијама у односу на прелазни терет незнатна је, дакле, утицај од једносртаног прелазног терета може бити врло знатан. Због тога се код ове врсте узимају умерене дебљине, јер је арматура увек потребна. Утицај једностраног оптерећења од прелазних терета расте са увећањем распона и лакоће саме конструкције Извршење армираних сводова условљава, да се и цео горњи строј готово искључиво гради од амираног бетона. Арматура се распоређује у две пологе, пошто се сводови повијају на више и на ниже. Због тога код већих сводова двојна арматура допуњује јачину свода, а корисна је и због тога, што промена температуре дејствује на уздизање и тонење сводова. Само код мањих распона довољна је једноставна арматура свода, али се ипак за то свод мора довољно да укрути на ослонцима.

Код мостова са ћелијама у сводовима могу да наступе на појединим местима споредна повијања због чега се у тачкама терећења, у којима се стубићи или дуварови ослањају на свод, гради нарочито јака арматура, а по потреби се умећу и попречне узенгије.—

На телима грађеним ради пробе као и на постојећим грађевинама констатоване су у ствари смичуће силе на оним местима, изазвате од пресавијања на појединим местима (срав. сл. 107.) Код обалних стубова фундираних без шипова треба основицу темеља толико проширити, да резултанта свију спољашних сила остане у централном језгру. Да ли ће се при томе активни земљишни притисак усети у обзир, зависи од месних прилика али је боље, да се повољно дејство земљишног притиска не узима у обзир (в. сл. 122.)

На првом месту треба да дејствују обални стубови својом сопственом масом, чији се утицај повећава самим насипом изнад стуба. Напрезање самога материјала је незнатно и нема значаја при прорачуну. — За сандучасте као и дводелне обалне стубове (систем Möller) види напред.

Ако крајња резултанта сила не падне у границе централног језгра свију спојница, онда се мора на одговарпјући начин да постави арматура ради пријема истежућих сила. Ради спречавања клизања у попречним пресецима обалних стубова препоручује се, да се лежишне фуге поставе косо. Нагиб мора бити толики, да угао, кога заклапа резултујућа сила са нормалном на лежишној фуги, буде бар раван дозвољеном угу трења. Како се прорачунавају обални стубови види сл. 113, 122, 130 и 172.

И средњи стубови на првом месту имају да дејствују својом сопственом масом. Ако се узме у обзир могућност рушења (падања) једног лука, онда их треба рачунати са једностраним оптерећењем дакле једостраним хоризонталним потиском. Код дугачких вијадуката граде се стубови у групама Прорачун је исти као и код камених стубова. Арматура је тек онда потребна ако се појаве истежућа напрезања (срав. сл. 62).

IV. Статички прорачун сводова.

За практичку потребу довољно је применити законе еластичког лука и на узидане армиране бетонске сводове. Испитивања аустријског друштва инжењера и архитекта утврдила су, да се армирани сводови могу сматрати и рачунати као еластички лучни носачи. Претпоставка је наравно, да ослоначки попречни пресеци по положају и правцу морају остати непроменљиви. Али само у ређим случајевима и то са теоријског гледишта дешава се, да је ова претпоставка оправдана, јер се слом једнога свода никад не дешава усљед недовољне дебљине свода, већ понајвише усљед попуштања обалних стубова. Слегање земљишта у темељима довршава се после извесног низа година. Такође се мора узети у обзир и утицај промене темпаратуре. Напослетку мора се мислити и на то, *да напрезања и дужне промене у ствари нису пропоцијални,* као што се обично у рачун уводе. Сви ови узроци су нарочито приметни код сводова са малом стрелицом, дакле и код параболских лукова, који су најпробитачнији облик за армирани бетон.

Да се одреди повољна оса свода, морају се претходно одредити дебљине у темену и ослонцу, по приближним методама — емпирички — пошто се свака одредба промене облика може да одреди само за потпуно утврђене димензије једног мостовског свода. Ради тога се највише примењује *метода помоћу потпорне линије* по којој се јачина свода на основи одређених претпоставака одређује уцртавањем разних потпорних линија. Испитивање се врши на исти начин као и код засведених камених мостова. Ако је прелазни терет сразмерно мали, онда треба у тој цељи као најнеповољније оптерећење узети оно представљено у сл. 108. Темену ослоначку фугу сећи ће потпорна линија у тачкама a, ^{b}, c које, у обичним приликама уједно падају са срединама фуга, или за тачнија рачунања, ова се растојања (у мет.) од средње линије свода одређује из следећих једначина (1)

За теме:

1.) Сравни Taschenbuch der Hütte, II део. Сводови

$e = \frac{5}{16} \cdot \frac{c^2}{f}$ за тач. *c* по E. Winkler-y

За оптерећени ослонац

$$e_1 = \cos\varphi_0 \left[2\,e + \frac{1}{8} \cdot \frac{p.f}{z_1 + o,\ 14\ f} \right]$$

За неоптерећени ослонац

$$e_2 = \cos\varphi_0 \left[2\,e - \frac{1}{8} \cdot \frac{p.f}{z_1 + o,\ 14\ f} \right]$$

} По H. MüllerBresslau

У овим формулама значи:

c = дебљину свода у темену у мет.

d = „ „ „ ослонцу „ „

f = висину стреле лучне осе „ „

φ_0 = нагибни угао тангенте на потпорној линији наспрам хоризонта.

p = висину највећег прелазног терета у м, редуковану на γ (тежину свода у кгр/м.^{3})

z_1 = висину тежине насипа и надзидка у м. редуковане на γ.

За $\cos\varphi_0$ може се написати:

$$\cos\varphi o = \frac{c}{d}$$

при чему ова вредност мора бити $\geq 0{,}5$. — Ако се за e_2 добије негативна вредност онда тачка b потпорне линије лежи изнад осовине свода. За одредбу потпорне линије за једнострано оптерећење свода конструише се најпре верижни полигон I' до IX' за тежине ламела (у тонама) од 1 до 8 са произвољно изабратим полом O'. Из тачака *a, b, c* повуку се управне до пресека са верижним полигоном у тачкама *a', b', c'*, у полигону сила повуче се O' L паралелно са *a' c'* и O' R паралелно са *b' c'* и напослетку O L паралелно са *a c* и O R паралелно са *b c*. У пресеку OL OR — добиће се тачка O као пол плана сила помоћу којега се одређује тражена потпорна линија I до IX. Она ће готово увек тежити да се у темену приближи сводној полеђини а на ослонцу или у његовој близини унутарњој сводници.

Тачнији резултати се добијају када се напрезања у сводовима прорачунају по *еластичкој теорији*. Код узиданих лучних носача сем вертикалних и хоризонталних отпора, појављају се још и моменти од узиђавања. Лук је статички троструко неодређен и за његов прорачун потребне су три једначине еластичности. За плитке параболске лукове ове једначине гласе.

$$\int_o^l M.\,dx = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\int_o^l M.\,x\,dx = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$-H\,\frac{J}{F} \cdot l + \int_o^l M.y.\,dx = o \quad \ldots \quad (3)$$

Ове три једначине еластичности у опште важе само за плитке параболске лукове са сталним (подједнаким) попречним пресеком, али ипак ове једначине дају довољно тачне резултате и за армиране сводове, чија се дебљина од темена ка ослонцима појачава. Кад један изоловани терет P дејствује у одстојању *u* од левог ослонца онда је

десни моменат $M_l = A\,.\,x - H\,y - M_a$

леви „ $M_r = A\,.\,x - H\,y - M_a\ P\ (x - u.)$

према томе да ли пресек лежи лево или десно од терета P.

Сменом односа.

$$y = \frac{4.f}{l}\ x\ (l - x)$$

$\int y.\,dx$ = параболна површина = $^2/_3$ f. l

$\int x.\,y.\,dx$ = статички моменат парабол. површине = $^1/_3$ f. l^2

добиће се напослетку: (1)

$$A = P\,\frac{(l-u)^2\,(l+2u)}{l^3}$$

$$H = \frac{15}{4}\ P\ \frac{(l-u)^2\ u^2}{l^3\,.\,f.\,(1+i)}$$

$$M_a = P\,\frac{u\,(l-u)^2}{l^3}\left(l - \frac{5\,.\,u}{2\,(1+i)^2}\right)$$

Вредност *i* односи се на скраћење средње линије услед притиска од *H*.

d_m = средња лучна дебљина у см.

$$J = \frac{100\,.\,d^3_m}{12} \quad \ldots\ldots \text{ у см}^4$$

$$F = 100\,.\,d_m \quad \ldots\ldots \text{ у см}^2$$

онда ће бити:

$$i = \frac{45}{4} \cdot \frac{J}{F\,.\,f^2} = \frac{15}{16} \cdot \frac{d^2_m}{f^2}\ .$$

За еластичку теорију примењену на практички задатак види пример 3. —

Аналитичко испитивање једнога свода, као троструко неодређени систем, препоручује се само за веће објекте, али никад за испитивање претходног пројекта, за који су довољне приближне методе, којима се долази брже до цељи и са мањим трудом добијају се потпуно задовољавајући резултати.

Ландсбергова метода[2]) основана је на резултатима еластичке теорије и може се применити како за плитке параболске лукове, тако и за плитке кружне лукове. Нека је дат изоловани терет P и кад се он покреће преко лука, онда ће се у сваком случају појавити обадва ослоначка притиска Ra и и Rb Пресечна тачка обеју сила са линијом правца

1] Сравни: Кеск: Vorträge über Elasticitäslehre.

2) Landsberg, Beitrag zur Theorie der Gevölbe. Zeitschrift des Ver. deutschér Jng. 1901. Bd. 45 страна — 1765.

силе P често пада у једној и истој линији званој *линији лежишног притиска*, која је зависна од облика лучне осовине и код плитких парабола представља праву линију. — Ако је f висина лучне стреле, онда се линија ослоначког притиска налази на одстојању од $^6/_5$ f изнад спојне линије ослоначких средина и са овом је паралелна (сравни Кеск: Vorträge über Elastizitätslehre). Ако су сада дате реакције Ra и Rb по њихову положају кроз две тачке, то се може њихов правац и величина на познати начин одредити. У тој цељи повуче се још једна права линија паралелно са спојном линијом A — B у одстојању $^2/_3$ f; конструишу се и управне на ослонцима A — Ao и B — Bo. Ако сада P дејствује у одстојању x десно од сводовог темена, онда ће Ra сећи управну A Ao у одстојању r испод Ao, а Rb ће сећи управну B Bo у одстојању r' испод Bo. Ако је l = теоријском распону — одстојању између ослоначких средина, онда је:

$$r = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l+x}\right)$$

$$r' = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l-2x)}\right)^{1)}$$

По овим обрасцима за извесан већи број положаја терета одређују се одговарајући лежишни притисци. Цео распон свода раздели се у округли број једнаких делова тако, да на темену тачку не дејствује ни један терет, одреде се вредности за v и v' и за све положаје терета нацртају се ослоначки притисци. Величина ових притисака одређује се графијским путем помоћу троуглова сила, који се надовезују на линију ослоначких притисака.

Како се конструјише потпорна линија за сопствени и прелазни терет види пример 4.

За плитке лукове сличне параболским могу се лако одредити за изоловане терете три непознате реакције и из њих извести утицајне линије. — Помоћу ових утицајних линија могу се конструисати кривине (Kurven) из којих се може да одреди положај ослоначких реакција за разне положаје терета. За одредбу ослоначке линије притиска треба конструисати потпорну линију за сопствени терет конструкције, која се због њене симетричности црта само за једну половину свода. За одредбу највећих момената и реакција треба одредити утицајне линије за разне попречне пресеке лука и то за најнеповољнији положај и врсту оптерећења. Пошто се носећи свод на целој својој ширини конструише као плоча, то изгледа, да се добија већа сигурност када се терети расподеле по целој ширини.

Напослетку од особите је важности код плитких сводова познавање промене обика од утицаја температуре. Сводови од армираног бетона имају незнатне димензије и због тога код њих треба водити рачуна, да се они могу потпуно загрејати. Пробитачно је кад се свод довољно наспе, што ће изједначавати температуру. За тачно испитивање мостова, морају се определити и споредна напрезања, која се појављују услед промене температуре,—као што је то урађено при прорачуну Идрија— моста (сл. 98.) Код овога моста хоризонтални потисак од промене температуре изнео је 7150 Кгр. који је у разним лежишним фугама произвео моменте, који су се морали узети у рачун. — Ако се хоће да уштеди заметно рачунање утицаја температуре, онда је довољно, да се гранична напрезања на подесан начин умање и нарочиту арматуру увек тамо полагати где сунчани зраци дејствују непосредно на бетон.

1.) Пример:

Статички прорачун друмског моста са насипом (сл. 121 до 112.)

Дате су следеће вредности:
Распон l = 19 мет.
Стрела f = 2,50 мет.
Дебљина у темену c = 0,30 мет.
Дебљина у ослонцу d = 0,60 мет.
Полупречник унутарње кривине

$$r^2 = \frac{l^2}{8f} + \frac{f}{2} = \frac{19^2}{8.2{,}50} + \frac{2{,}50}{2} = 19{,}30 \text{ м.}$$

Тежина бетона (одређена испитивањем) γ = 2200 кгр./м³. Тежина насипа g = 1600 кгр./м³

Прелазни терет: парни ваљак од 16,5 t стварне тежине.

Висина насипања 0,65 мет.

1.) Графијско испитивање свода. Прелазни је терет узет као равномерно подељен.

Под претпоставком, да се притисак терета услед насипа раздељује под 35° према управној ($tg35^0 = 0{,}70$) добијају се следећа напрезања:

а) терет највећег точка на 1. мет. ширине свода

$$P = \frac{9900}{1{,}24 + 2.0{,}70.0{,}25} = \sim 6000 \text{ кгр.}$$

б.) терет остала два задња точка на 1. мет. ширине свода

$$P_1 = \frac{2.3300}{2.0{,}46 + 1{,}08 + 2.0{,}70.0{,}35} = \sim 2800 \text{ кгр.} —$$

Одавде укупни терет на 1. мет. широке сводне траке износи: 6000 + 2800 = 8800 кгр., а на 1. м² доћи ће

$$p = \frac{8800}{22{,}4} = \sim 400 \text{ кгр.}$$

Пошто је овде 1 м³ материјала за насипања узет да тежи 1600 кгр., добиће се висине за наношење прелазног терета $\frac{400}{1600} = 0{,}25$ мет.

1) Графијску конструкцију ових вредности као четврту пропорционалу ка датим трима количинама види у Handbuch der Jngenieurwissenschaften. Der Brückenbau I. Band 1904.

Свод је подељен у 19 једнаких ламела по 1,0 м. ширине и дубине.

Кад се насип и прелазни терет редукују на бетонску масу $\left(\frac{1600}{2200} = 0{,}727\right)$, онда се добијају следеће ординате :

0.) 3,10 . 0,727 = 2,25 m.
1.) 2,96 . 0,727 = 2,15 „
2.) 2,53 . 0,727 = 1,84 „
3.) 2,16 . 0,727 = 1,57 „
4.) 1,84 . 0,727 = 1,34 „
5,) 1,57 . 0,727 = 1,14 „
6.) 1,33 . 0,727 = 0,96 „
7.) 1,16 . 0,727 = 0,84 „
8.) 1,03 . 0,727 = 0,75 „
9.) 0,93 . 0,727 = 0,68 „
10.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
11.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
12.) 0,93 . 0,727 = 0,68 „
13.) 1,03 . 0,727 = 0,75 „
14.) 0,80 0,727 = 0,58 „
15.) 0,90 . 0,727 = 0,65 „
16.) 1,10 . 0,727 = 0,80 „
17.) 1,33 . 0,727 = 0,97 „
18.) 1,60 . 0,727 = 1,16 „
19) 1,90 . 0,727 = 1,38 „
20,) 2,30 . 0,727 = 1,67 „
21.) 2,73 . 0,727 = 1,97 „
22.) 2,86 . 0,727 = 2,08 „

Ординатe ослонца (без прелазног терета)

2,81 . 0,727 = 2,03 m,
2,86 . 0,772 = 2,08 „
5,50 . 0,727 = 4,00 „

По Ландовој методи прелазни је терет постављен и ван темена свода. Ради упрошћења рада у плану сила нису нанесене тежине појединих ламела већ само њихове средње висине у четири пута смањеној размери. Кад се хоће да одреди стварна тежина појединих ламела, онда треба средње висине умножити са тежином $\gamma = 2200$ кгр.

Према току потпорне линије изналазе се напрезања у своду и то:

a.) За ослоначку фугу c-d

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{N}_2}{F} = \frac{70400}{60.100} = 11{,}73 \text{ кгрсм.}^2 = \text{притисак}$$

$$\sigma_d = 11{,}73 \left(1 + \frac{6.4}{60}\right) = 16{,}42 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 11{,}73 \left(1 - \frac{6.4}{60}\right) = 7{,}04 \text{ „ „}$$

b.) за преломну фугу e-f

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{N}_3}{F} = \frac{52580}{38.100} = 13{,}83 \text{ кгрсм}^2 = \text{притисак}$$

$$\sigma_d = 13{,}83 \left(1 + \frac{6.100}{38}\right) = 35{,}68 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 13{,}83 \left(1 - \frac{6.100}{38} = -8{,}02 \text{ „} = \text{притисак}\right.$$

c.) За темену фугу:

$$\sigma_0 = \sigma_d = \sigma_z = \frac{H}{F} = \frac{63726}{30.100} =$$

21,24 кгрсм.^{2} = притисак

Овај је свод такође испитиван и по теорији узиданог лука и добивено је највеће напрезање на притисак 41 кгрсм^2 при положају парног ваљка на $l/_4$ одстојања од ослонца. Највеће истезање од 16,35 кгрсм^2 појавило се горе на ослонцу. У темену је нађено горе највеће истезање од 6.20 кгрсм^2 а највеће истезање доле 20,71 кгрсм^2. при положају терета на $l/_4$ одстојања од ослонца.
Распоред и јачина арматуре мостовског свода види се из сл. 89 и 90. —

2.) Графијско испитивање обалног стуба. Један обални стуб трпи најнезгодније напрезање кад се свод пуно оптерети, а сам стуб остави без оптерећења.

Тежине:

$$G_1 = \frac{0{,}93 + 3{,}78}{2} \cdot 3{,}40 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 17653 \text{ кгр.}$$

$$G_2 = \frac{3{,}78 + 4{,}60}{2} \cdot 1{,}50 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 13827 \text{ кгр.}$$

$$G_3 = \frac{4{,}60 + 1{,}25}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 8895 \text{ кгр.}$$

Тежине насипа редукованог на бетон.

$$G_I = \frac{4{,}0 + 2{,}03}{2} \cdot 4{,}90 \cdot 1{,}0 \cdot 2200 = 32550 \text{ кгр.}$$

$$G_{II} \quad \frac{2{,}03 + 1{,}66}{2} \cdot 1{,}35 \cdot 1{,}00 \cdot 2200 = 5495 \text{ кгр.}$$

Ивична напрезања у замишљеној темељној фуги.

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{N}_1}{F} = \frac{124000}{500 \cdot 100} \quad 2{,}48 \text{ кгрсм}^2 \text{ притиска}$$

$$\sigma_d = 2{,}48 \left(1 + \frac{6 \cdot 22}{500}\right) \quad 3{,}13 \text{ „ „}$$

$$\sigma_z = 2{,}48 \left(1 - \frac{6 \cdot 22}{500}\right) = 1{,}83 \text{ „ „}$$

2.) Пример

Статички прорачун друмског моста са ћелијама.

(Графијско испитивање)

Из сл. 122 до 127 види се графијско испитивање једног армираног засведеног бетонског моста са ћелијама. Мост има 23 метра распона између ослоначких фуга и 3,50 мет. високу стрелу. Свод је параболског облика чије су ординате одређене по познатом оарасцу :

$$h = \frac{4 \cdot f}{l^2} \cdot x \cdot x^1$$

Стави ли се

$$\frac{4 \cdot f}{l^2} = \frac{4 \cdot 3{,}50}{23^2} = 0{,}0264$$

онда се за 1 метар одстојања ордината добијају ове величине:

0,0264 . 1 . 22 = 0,58 m
0,0264 . 2 . 21 = 1,10 „
0,0264 . 3 . 20 = 1,58 „ и т. д.

Коловозна плоча има се сматрати као континуивни носач на више подупирача, изнад потпорних зидова појавиће се дакле негативни моменти за које треба предвидети одговарајућу подлогу арматуре.

Потпорни су зидови 18 см. дебели и могу дакле са сигурношћу да приме на себе на 1 мет. дужине аксијалну притискујућу силу од

$$P = F \cdot \sigma = 100 \cdot 18 \cdot 20 = 36000 \text{ кгр.}$$

Притискујућа сила од сопственог прелазног терета је знатно мања тако, да арматура потпорних зидова треба управо да спречи само извијање у страну.

Свод је најпре испитан за симетрично оптерећење. Добивене су следеће вредности терећења (сопствени терет и 500 кгрм² корисног терета):

$P_1 = 6300$ кгр	$P_4 = 4900$ кгр
$P_2 = 5600$ „	$P_5 = 4550$ „
$P_3 = 5250$ „	$P_6 = 3850$ „

Ослоначки и хоризонтални притисци изнели су:

$K = 58800$ кгр.
$H = 50000$ „

Потпорна линија одступа врло мало од параболног облика лучне осовине. Највећи ексцентрицитет добивен је на 6 m. одстојања од ослонца. Саме пак максималне моменте који се т. ј. појављују прима на себе арматура.

Ексцентрицитети, који се појављују од једностраног оптерећења, одређени су на след. начин

Теме

$$e = \frac{5}{16} \cdot \frac{0.20^2}{3{,}50} = 0{,}003 \text{ m} = 0{,}3 \text{ см.}$$

ослонац оптерећен:

$$e_1 = \frac{20}{30} \left[2 \cdot e + \frac{1}{8} \cdot \frac{0{,}42 \cdot 3{,}50}{0{,}50 + 0{,}14 \cdot 3{,}50} \right] = 1{,}13 \text{ см}$$

Ослонац неоптерећен

$$e_2 = \frac{20}{30} \left| 2 \cdot e - \frac{1}{8} \cdot \frac{0{,}42 \cdot 3{,}50}{0{,}50 + 0{,}14 \cdot 3{,}50} \right| = 1{,}07 \text{ см.}$$

Вредности појединих терета су:

Лево оптерећени,	десно неоптерећени део
1 — 6 = P_1 до P_6	
7 = 2050 кгр.	10 = 3450 кгр.
8 = 2750 „	11 = 3800 „
9 = 3100 „	12 = 4500 „

На преломној фуги (оптерећена страна) изнађен је ексцентрицитет од ≈ 20 см. Сила која ту дејствује по цртежу износи = 48000 кгр. —

$$M = 48000 \cdot 20 = 960\,000 \text{ смкгр.}$$

$$f_e = \frac{960\,000}{1000 \cdot 22} = 43{,}6 \text{ см}^2$$

= 8 округлих гвожђа по 27 м. м. пречника

Обални стубови су такође графијски испитани. Силе, које су се при томе добиле следеће су:

Ослоначки притисак	K = 58800 кгр.
	I = 8700 „
	II = 10500 „
	III = 3500 „
Притисак земље одозго	IV = 28500 „
	V = 10000 „

Кад се не узме у обзир притисак земље са стране добија се:

резултујућа R - = 104000 кгр
нормална сила $\mathfrak{N}$ = 90500 „ и
ексцентрицитет e = ≈ 30 см

Највећи притисак на земљиште:

$$\kappa = \frac{90500}{300 \cdot 100} \left(1 + \frac{6 \cdot 30}{300}\right) = 4{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Пошто је фундирање извршено на пешчарској стени, то је одређено максимално напрезање темеља дозвољено. —

3.) Пример

Статички прорачун друмског моста са ћелијама.

(Аналитичко испитивање) сл. 128 до 135.

1.) Сопствени терет

Тежина бетона = 2200 кгрм³
Тежина насипа = 1600 „

Тежине појединих ламела следеће су:

$P_1 = (0{,}70 \cdot 2{,}2 + 0{,}9 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}5 = 2{,}08$ t
$P_2 = (0{,}72 \cdot 2{,}20 + 0{,}93 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 = 4{,}14$ „
$P_3 = (0{,}81 \cdot 2{,}2 + 0.98 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 = 4{,}54$ „
$P_4 = (1{,}02 \cdot 2{,}2 + 1{,}02 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 = 5{,}22$ „
$P_5 = (1{,}32 \cdot 2{,}2 + 1{,}05 \cdot 1{,}6) \cdot 1{,}35 = 6{,}20$ „

$$P_6 = (0{,}5 \cdot 1{,}35 \frac{1{,}52 + 1{,}76}{2} \cdot 2{,}2 + \frac{1{,}05 + 1{,}10}{2} \cdot \left(1{,}35 + \frac{1{,}35}{2}\right) \cdot 1{,}6 + \frac{1{,}02 + 0{,}42}{2} 1{,}35 \cdot 2{,}2 = 8{,}08 \text{ t.}$$

$$P_7 = \frac{0{,}73 + 0{,}86}{2} \cdot 2{,}70 \cdot 2{,}2 = 4{,}70 \text{ „}$$

$$P_8 = \frac{0{,}55 + 0{,}90}{2} \cdot 0{,}70 \cdot 2{,}2 + \frac{1{,}10 + 1{,}18}{2} \cdot 2{,}7 \cdot 1{,}6 +$$

$$+ \frac{1,40+1,32}{2} \cdot 2.7 \cdot 2,2 -$$

$$- \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 2 \cdot 2,2 \ldots\ldots = 10.63 \text{ t.}$$

$$P_9 = \frac{0,86+1,42}{2} \cdot 2,7 \cdot 2,2 \ldots\ldots = 6,75 \text{ „}$$

$$P_{10} = \frac{1,9+2,25}{2} 0,70 \cdot 2,2 + \frac{1,18+1,25}{2} \cdot 2,7 \cdot 1,6 +$$

$$+ \frac{1,32+1,28}{2} \cdot 2,70 \cdot 2,2 -$$

$$- \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 2 \cdot 2,2 \ldots\ldots = 12,69 \text{ t.}$$

$$P_{11} = \frac{1,42+1,80}{2} \cdot 0,8 \cdot 2,2 \ldots\ldots = 2,83 \text{ t.}$$

Ослоначки прититисци од сопственог терета износе . . . . . A = B = 67,86 t.

a.) Одредба H — линије.

$$i = i_m = \frac{15}{16} \cdot \frac{\left(\frac{0,60+0,90}{2}\right)^2}{5,15^2} = 0,02$$

$$H = \frac{15}{4} \cdot 1 \frac{(l-u)^2 \cdot u^2}{26^3 \cdot 5,15\,(1+0,02)} = \frac{3}{74000}(l-u)^2 \cdot u^2,$$

11.) u = 0, H = o

10.) $u = 0,80$ $H = \frac{3}{74000}(26-0,80)^2 \cdot 0,80^2 = 0,017$

9.) $u = 2,15$ $H = \frac{3}{74000}(26-2,15).^2\, 2,15^2 = 0,106$

8.) $u = 3,50$ $H = \frac{3}{74000}(26-3,50).^2\, 3,50^2 = 0,250$

и т. д. ср. сл. 129.

Хоризонтални потисак од сопственог терета изналази се из

10.) 0,017 . 12,69 = 0.215 t.
9.) 0,106 . 6,75 = 0,715 „
8.) 0,250 . 10,63 = 2,660 „
7.) 0,427 . 4,70 = 2,020 „
6.) 0,610 . 8,08 = 4,930 „
5.) 0,785 . 6,20 = 4,860 „
4.) 0,938 . 5,22 = 4,900 „
3.) 1,06 . 4,54 = 4,800 „
2.) 1,13 . 4,14 = 4,670 „
1.) 1,16 . 2,08 = 2,420 „

укупно 32,190 тоне

H = 2 . 32,190 = **64,40** тона

b.) *Одредба A — линије*

Ординате A — линије добијају се из обрасца.

$$A = 1 \cdot \frac{(l-u)^2(l+2u)}{26^3} = \frac{(l-u)^2(l+2u)}{17550}$$

11.) u = o A = 1 .

10.) $u = 0,80$ $A = \frac{1}{17550}(26-0,80).^2 (26 + 2.0,80) = 0,995$

9.) $u = 2,15$ A $\frac{1}{17550}(26-2,15).^2 (26+2.2,15) = 0,982$ и т. д. сравни слику 129.

c.) *Одредба Ma — линије*

Ординате Ma — линије добијају се из обрасца:

$$Ma = -1 \cdot \frac{u(l-u)^2}{26^3}\left(26 - \frac{5 \cdot u}{2\,(1+0,02)}\right) - \frac{u(l-u)^2}{17550}\left(26 - \frac{u}{0,41}\right)$$

11.) u = o Ma = o

10) $u = 0,80$ $Ma = -\frac{0,8(26-0,80)^2}{17550}\left(26 - \frac{0,80}{0,41}\right) = -0,695$

9.) $u = 2,15$ $Ma = -\frac{2,15\,(26-2,15)^2}{17550}\left(26 - \frac{2,15}{0,41}\right) = -1,44$

8.) $u = 3,50$ $Ma = -\frac{3,50\,(26-3,50)^2}{17550}\left(26 - \frac{3\,50}{0,41}\right) = -1,76$ и т. д. сравни сл. 129.—

Ослоначки моменат за сопствени терет по томе се израчунава из

10.) — 0,695 . 12,69 = — 8,82 mt.
9.) — 1,44 . 6,75 = — 9,72 „
8.) — 1,76 . 10,63 = — 18,70 „
7.) — 1,76 . 4,70 = — 8,28 „
6.) — 1,50 . 8,08 = — 12,10 „
5.) — 1,14 . 6,20 = — 7,08 „
4.) — 0,62 . 5,22 = — 3,24 „
3.) — 0.116 . 4,54 = — 0,53 „

укупно — 68,47 mt.

2.) + 0,3 5 . 4,14 = + 1,31 mt
1.) + 0,73 . 4,16 = + 3,03 „
2.) + 1,02 . 4,14 = + 4,23 „
3.) + 1,19 . 4,54 = + 5,40 „
4.) + 1,24 . 5,22 = + 6,49 „
5.) + 1,15 . 6,20 = + 7,12 „
6.) + 0,97 . 8,08 = + 7,85 „
7.) + 0,725 . 4,70 = + 3,40 „
8.) + 0,455 . 10,63 = + 4,83 „
9.) + 0,205 . 6,75 = + 1,39 „
10.) + 0,031 . 12,69 = + 0,30 „

укупно + 45,44 mt.

Ma = — 68,47 + 45,44 = — **23,0**3 mt

За све остале пресеке ординате су израчунате по обрасцу.

$$Ml = A \,.\, x - H \,.\, y - Ma$$

$$Mr = A \,.\, x - H \,.\, y - P\,(x - u)$$

Као пример нека послужи прорачун извршен за темену фугу.—

d.) *Одредба Mo линије*

Ординате Mo — линије добијају се из обрасца

$$Mr = A \,.\, 13{,}0 - H \,.\, 5{,}15 - Ma - (13 - u)$$

11.) Mo = o

10.) Mo = 0,995.13 — 0,017 — 5,15 — 0,695 (13 — 0,80) = = — 0,033

9.) Mo = 0,982.13 — 0,106 . 5,15 — 1,44 — (13 — 2,15) = = — 0,087

8.) Mo = 0,95 . 13 0,25 . 5,15 — 1,76 — (13 — 3,50) = = — 0,20

7.) Mo = 0,91 . 13 — 0,427 . 5,15 — 1,76 — (13 — 4,85) = = — 0,31

6.) Mo = 0,86 . 13 — 0,61 . 5,15 — 1,50 — (13 — 6,20) = = — 0,20

5.) Mo = 0,80 . 13 — 0,785 . 5,15 — 1,14 — (13 — 7,55) = = — 0,22

4.) Mo = 0,73 . 13 — 0,738 . 5,15 — 0,62 — (13 — 8,90) = = — 0,06

3.) Mo = 0,66 . 13 — 1,06 . 5,15 — 0,116 — (13 — 10,60) = = + 0,234

2.) Mo = 0 58 . 13 — 1,13 . 5,15 — 0,315 — (13 — 11,60) = = + 0,615

1.) Mo = 0,50 . 13 — 1,16 . 5,15 — 0,73 — (13 — 13) = = + 1,26

Ако се ове ординате помноже са одговарајућим тежинама ламела, онда се добија моменат савијања у темену од сопственог терета, као што следује:

10.) — 0,033 . 12,69 = — 0,42 mt.
9.) — 0,087 . 6,75 = — 0,59 „
8.) — 0,20 . 10,63 = — 2,12 „
7.) — 0,31 . 4,70 = — 1,46 „
6.) — 0,29 . 8,08 = — 2,34 „
5.) — 0,22 . 6,20 = — 1,36 „
4.) — 0,06 . 5,22 = — 0,31 „

укупно — 8,60 mt.

3.) + 0,234 . 4,54 = + 1,06 mt.
2.) + 0,615 . 4,14 = + 2,54 „
1.) + 1,26 . 2,08 = + 2,63 „

укупно + 6,23 mt.

$$M = 2\,(6{,}23 - 8{,}60) = -\ \mathbf{4{,}74}\ \text{mt.}$$

2.) Прелазни терет. Прорачун напрезања у бетону и гвожђу. За оптерећење узета је једна локомобила од 7. t. тежине, као и људска навала од p = 500 кгрм² на оним местима свода, који нису оптерећени локомобилом.

$$P = \frac{3{,}5}{1{,}4} = 2{,}5\ \text{t.}$$

a) Испитивање ослоначке фуге.

1.) Моменат савијања од сопствене тежине - - - - - - - - - - - - = — 23,03mt.

2.) Моменат од локомобиле (један терет у 6. други између 8 и 9.)

— 2,5 . 1,50 - - - - - - - - - = — 3,75 „

$$-2{,}5.\frac{2{,}4}{2{,}7}$$ - - - - - - - - - = — 3,92 „

$$-2{,}5\,.\,\frac{0{,}3}{2{,}7}\,.\,0{,}695$$ - - - - = — 0,19 „

3.) Моменат од људске навале

— (0,695 + 1,44 + 1,14 + 0.62 + 0,116) . 0,5 - - - - - - - - - - - = — 2,00

укупно = — 32,89 ~ 32,9 mt.

Ширина ослоначке фуге d = 90 см²
Арматура је двојна
fe (горе) = 12 окр. гвожђа 20 mm = 37,68 см²
fe' (доле) = 5 „ „ 12 „ = 5,65 „
укупно = 43,33 см²

$$x^2 + \frac{2\,n\,.\,x}{b}\,(fe + f'e) - \frac{2\,.\,n}{b}\,(fe\,.\,h' + fe'\,.\,a')\ ^{1})$$

$$x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}$$

$$p = \frac{2\,.\,15}{100}\,.\,43{,}33 = 13.^{1})$$

$$p = \frac{2\,n}{b}\,(fe + fe')$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma\,.\,M\,.\,x}{x^2.b(3\,h' - x) + 6\,.\,n\,.\,f'_e(x - a')(h' - a')}$$

$$q = \frac{2\,.\,n}{b}\,(f_e\,.\,h' + f'_e\,a') = \frac{2.\,15}{100}\,(37{,}68\,.\,87 + 5{,}65\,.\,3) = 990.$$

$$x = -\frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{13^2}{4} + 690} = 25{,}6\ \text{см.}$$

$$\sigma_b = \frac{6\,.\,3290000\,.\,25{,}6}{22{,}6^2\,.\,100(3.87 - 25.5) + 6.15\,.5{,}65(25{,}6 - 3).(87 - 3)} = 31\ \text{кгрсм}^2$$

$$\sigma_e\ (\text{истезање}) = \frac{31\,.\,15\,(87 - 25{,}6)}{25{,}6} =$$

= 1120 кгрсм² . . . . . ²)

$$\sigma'_e\ (\text{притисак} = \frac{31\,.\,15\,(25{,}6 - 3)}{25{,}6} =$$

= 411 кгрсм² . . . . . ²)

1.) Види обр. 17. Основи за статичко рачунање конструкција од бетона и од ојачаног бетона. Срп. тех. лист 1907. Стручни додатак стр. 61.

За σ_b. види образац 18. на истој страни, где d и d' значе h' и a'

2) Образац 19 и 20 у поменутим основима и т. д.

Хоризонтални потисак износи:

1.) од сопствене тежине - - - - - = 64,40 t
2.) од локомобиле 2,5 . 0,61 - - - - = 1,53 „

$$2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7}\ .\ 0{,}25 \text{ - - - } = 0{,}56 \text{ „}$$

$$2{,}5\ \frac{0{,}3}{2{,}7}\ .\ 0{,}017 \text{ - - } = \sim 0 \text{ „}$$

3.) од људске навале

(0,017 + 0,106 + 0,785 + 0,938 + 1,06) . 0,5 = 1.45 „

Укупно = 67.94 t

Ослоначки притисци износе:

1.) од сопственог терета - - - - - = 67,86 t
2.) од локомобиле 2,5 . 0.86 - - - - = 2,15 „

$$2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7}\ .\ 0{,}95 \text{ - - } = 2{,}12 \text{ „}$$

$$2{,}5\ \frac{0{,}3}{2{,}7}\ .\ 0{,}995 \text{ - - } = 0{,}28 \text{ „}$$

3.) од људске навале

(0,995 + 0,982 + 0,80 + 0,73 + 0,66) . 0,5 - = 2,08 „

Укупно - = 74,49 t.

По томе нормална сила износи:

$$\mathfrak{N} = \sqrt{67{,}94^2 + 74{,}49^2} = 103 \text{ t.}$$

$$\sigma_b = \frac{103000}{90 \,.\, 100 + 15 \,.\, 43{,}33} = 10.7 \text{ кгрсм}^2$$

ка томе од савијања - - - - = 31

Укупно σ_b = **41,7** кгрсм²

σ_e (истезање) = 1120 кгрсм²

σ_e (притисак) = 15 . 10,7 = 160 „

остаје σ_e = **960** кгрсм²

b.) Испитивање фуге у пресеку 8.

Моменат савијања од сопственог терета добија се множењем ордината утицајних линија са тежинама ламела:

10.) + 0,038 . 12,69 = + 0,483 mt.
9.) + 0,345 . 6,75 = + 2,330 „
8.) + 0,865 . 10,63 = + 9,200 „
7.) + 0,33 . 4,70 = + 1,080 „

Свега 13,093 mt.

6.) — 0,185 . 8,08 = 1,495 mt
5.) — 0,52 . 6,20 = 3,220 „
4.) — 0,67 . 5,22 = 3,500 „
3.) — 0,746 . 4,54 = 3,380 „
2.) — 0,795 . 4,14 = 3,290 „
1.) — 0,74 . 4,16 = 3,080 „
2.) — 0,65 . 4,14 = 2,690 „
3.) — 0.54 . 4.54 = 2,460 „
4.) — 0,42 . 5,22 = 2,190 „
5.) — 0,312 . 6,20 = 1,930 „
6.) — 0,221 . 8,08 = 1,780 „
7.) — 0,147 . 4,70 = 0,692 „
8.) — 0.065 . 10,63 = 0,692 „
9.) — 0,022 . 6,76 = 0,149 „
10.) — 0,0065 . 12,69 = 0,083 „

Свега — 30,631 mt.

M_8 = 13,093 — 30,631 = ... — 17,54 mt.

Од локомобиле (1 терет у темену, 1 терет између 3 и 4) — 2,5 . 074 . 2 = — 3,70 „

Од људске навале (оптерећење од 6 преко темена до ослонца) =
— (0,185 + 0,52 + 0,67 + 0,65 + + 0,54 + 0,42 + 0,312 + 0,221 + + 0,147 + 0,065 + 0,022 + + 0,0065) . 0,5 . . . . . = — 1,88 „

Свега = — 23,12 mt.

Ширина фуге d = 77 см.

Арматура је иста као и у ослонцу, као и напред одреди се:

x = 23,2 см.
σ_e = 29,2 кгрсм²
σ_e (затезање) 930 кгрсм²

Хоризонтални потисак износи:

1.) Од сопствене тежине - - - - - - - 64,40 t.
2.) Од локомобиле 2,5 . 1,16 - - - - - 2,90 „
2.5 . 1,04 - - - - - : 2,60 „
3.) Од људске навале (0,61 + 0,785 + + 0,938 + 1,13 + 1,16 + 1,13 + 1,06 + + 0,938 + 0,785 + 0,61 + 0,427 + + 0,25 + 0.106 + 0,017) . 0,5 - - = 3.83 „

Свега - = 73,73 mt

Ослоначки притисак износи:

1.) Од сопствене тежине (ламеле 1 до 8)
67,86 — (2,83 + 12,69 + 6,75) - - = 45,59 t
2.) Од локомобиле 2,5 (0,5 + 0,68) - - = 2.95 „
3.) Од људске навале (0,86 + 0,80 + + 0,73 + 0,42 + 0,345 + 0,272 + + 0,205 + 0,144 + 0,091 + 0,05 + + 0,0195 + 0,028) . 0,5 - - - - = 1,97 „

Свега - = 50,50 t.

Према томе нормална сила износи:

$$\mathfrak{N} = \sqrt{73{,}73^2 + 50{,}50^2} = 89{,}90 \text{ t}$$

$$\sigma_b = \frac{8990000}{77 \,.\, 100 + 15 \,.\, 43{,}33} = 10{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Уз то од савијања - - - 29,2 кгрсм²

Свега **40** кгрсм²

σ_e (истезање) - - - - - - = 930 кгрсм²
σ_e (притисак) 15 . 10,8 - - = 162 „

Остаје σ_e = **768** кгрсм²

c.) Испитивање фуге у пресеку 4.

Моменат сопствене тежине

10) — 0,026 . 12,69 = — 0,33 mt.
1) — 0,30 . 4,16 = — 1,250 „
2) — 0,60 . 4,14 = — 2,480 „

3) — 0,76 . 4,54 = — 3,450 „
4) — 0,77 . 5,22 = — 4,020 „
5) — 0,75 . 6,20 = — 4,660 „
6) — 0,63 . 8,08 = — 5,090 „
7) — 0,485 . 4,70 = — 2,280 „
8) — 0,285 . 10,63 = — 3,030 „
9) — 0,124 . 6,75 = — 0,838 „
10) — 0,025 . 12,69 — 0,318 „

Укупно — 27,746 mt.

9.) 0,038 . 6,75 = 0,257 mt.
8.) 0,095 . 10,63 = 1,010 „
7.) 0,26 . 4,70 = 1,220 „
6) 0,56 . 8,08 = 4,525 „
5.) 0.91 . 6,20 = 5,640 „
4.) 1,43 . 5,22 = 7,480 „
3.) 0,734 . 4,54 = 3,300 „
2.) 0,125 . 4,14 = 0,518 „

Укупно + 23,95 mt.

M_4 = 23,95 — 27,746 - - - - - - - = — 3,80 mt.

Моменат од локомобиле (1 терет у 3, а 1 терет између 5 и 6)
— 2,5 (0,76 + 0,72) - - - - - - - - = — 3,70 „

Моменат од људске навале (оптерећење од темена до ослонца) — (0,20 + + 0,60 + 0,63 + 0,485 + 0,285 + + 0,124 + 0,025) . 0,5 - - - = — 1,22 „

Укупно — 8,72 mt.

Ширина фуге d = 65 см.
Арматура је такође двојна
f_e (горе) = 5 окр. гвожђа 20 mm. = 15,71 см² (1)
f'_e (доле) = 5 „ „ 12 „ = 5,65 „

Укупно = 21,36 см²

На познати начин одреди се:
x = 14,3 см.
σ_b = 19,5 кгрсм²
σ_e (истезање) = 975 кгрсм²

По томе хоризонтални потисак износи:
1.) Од сопствене тежине - - - - - = 64,40 t.
2.) Од локомобиле 2,5 (1,06 + 0,74) - = 4,50 „
3.) Од људске навале - - - - - - = 1,85 „

Укупно = 70,75 t.

Ослоначки притисак износи:
1.) Од сопствене тежине (ламеле 1—4) = 15,98 t.
2.) Од локомобиле 2,5 (0,545 + 0,195) = 1,35 „
3.) Од људске навале - - - - - - = 0,30 „

Укупно = 17,63 t.

Нормална сила $\mathfrak{N} = \sqrt{70{,}75^2 + 17{,}63^2} = 73$ t.

$$\sigma_b = \frac{73000}{65 \cdot 100 + 15 \cdot 21{,}36} = 10{,}7 \text{ кгрсм}^2$$

Од савијања = 19,5 „

σ_b = **30,20** кгрсм²

(1) Види таблицу на стр. 39. Срп. Техн. Лист — стручни додатак Април—Јуни 1908.

σ_e (истезање = 975 кгрсм²
σ_e (притисак) = 15 . 10,7 = 160 „

Остаје σ_e = 815 „

d.) Испитивање темене фуге.

Највећи негативни моменат износи:
1.) Од сопственог терета - - - = = 4,74 mt
2) Од локомобиле (1 терет у 6, 1 терет између 8 и 10) — 2,5 . 0,29 = — 0,725 „

$$-2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7}$$ - - = — 0,445 „

$$-2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7} \cdot 0{,}33$$ - = ≈ 0 „

3.) Од људске навале (оптерећење од ослонца до пресека 4 са обе стране темена) (0,033 + 0,067 + 0.22 + + 0,02) . 0,5 - - - - - - - - - = — 0,20 „
0,06 + 0,22 + 0,22 + 0,31 + 0,20 + + 0,037 + 0,033) . 0,5 - - - - = — 0,60 „

Укупно = — 6,71 mt.

Дебљина темене фуге d = 60 см.
Арматура као и напред
f_e (горе) = 5 окр. гвожђа 20 mm. - = 15,71 см²
f'_e (доле) = 5 „ „ 12 „ - = 5,65 „

Свега - = 21,36 см²

x = 13,65 см.
σ_b = 17,10 кгрсм²
σ_e = 815 кгрсм² (истезање

Хоризонтални потисак износи
1.) Од сопственог терета - - - - = 64,40 mt.
2.) Од локомобиле 2,5 . 0,61 - - - = 1,53 „

$$2{,}5\ \frac{2{,}4}{2{,}7} \cdot 0{.}22$$ - - = 0,02 „

$$2{,}5\ \frac{0{,}3}{2.7} \cdot 0{,}017$$ - - = ≈ 0 „

3.) Од људске навале - - - - - = 0,91 „
= 1,37 „

Укупно = 68,28 mt.

$$\sigma_b = \frac{68230}{60 \cdot 100 + 15 \cdot 21{,}36} = 10{,}8 \text{ кгрсм}^2$$

Од савијања = 17,1 „

Свега σ_b = 27,90 кгрсм²

σ_e (истезање) - - - - - - = 815 кгрсм²
σ_e (притисак) 15.10,8 - - - = 162 „

Остаје σ_e = **653** кгрсм²

Највећи позитивни моменат износи:
1.) Од сопственог терета - - - - = — 4,74 mt.
1.) Од локомобиле (1 терет у темену 1 терет између 3 и 4) =
2,5 (0,615 + 0,16) - - - - - = + 3,55 „
3. Од људске навале 0,5 (0,615 + 0,233) = + 0,42 „

Укупно + 3,97 — 4,74 = — 0,77 mt.

Дакле не појављује се позитивни моменат савијања.

3.) Испитивање обалног стуба

Силе које се овде појављује следеће су
Тежине ламела од свода на ћелији:

1.) = 1,22 . 0,20 . 1,6 + 0,30 . 0,2 . 2,2 = 0,522 t.
2.) = 1,23 . 0,2 . 1,6 + 0,34 . 0,2 . 2,2 = 0,543 „
3.) = 1,24 . 0,20 . 1,6 + 0,43 . 0,2 . 2,2 = 0,587 „
4.) = 1,25 . 0,20 . 1,6 + 0,57 . 0,2 . 2,2 = 0,650 „
5.) = 1,26 . 0,20 . 1,6 + 0,92 . 0,2 . 2,2 = 0,763 „

Ослоначки притисак свода на ћелији израчунен је и износи K' = 4,32 t.

Нормална сила у ослоначкој фуги свода износи 103 t. Највећи моменат савијања у ослонцу износи — 32,9 mt. Ексцентрицитет, доле мерен, добивен је

$$\frac{32,90}{103} = 0,23 \text{ m}$$

Према цртежу земљишни притисак износи:

$$E = \frac{0,85 + 3,08}{2} \cdot 4,9 \cdot 1,6 = 15,4 \text{ t.}$$

Остале су тежине:

$$G_I = \frac{1,88 \cdot 1,1}{2} \cdot 1,6 = 1,65 \text{ t.}$$

$$G_{II} = \frac{6,04 \cdot 2,05}{2} \cdot 2,2 = 14,29 \text{ t.}$$

$$G_{III} = \frac{3,25 \cdot 1,42}{2} \cdot 2,2 = 5,50$$

$$G_{IV} = \frac{4,1 + 2,9}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,3 = 2,31$$

$$G_V = \frac{5,95 \cdot 4,32}{2} \cdot 2,2 = 28\ 27$$

$$G_{VI} = \frac{5,5 \cdot 1,0}{2} \cdot 2,2 = 12,10$$

$$G_{VII} = \frac{3,16 \cdot 1,15}{2} \cdot 2,2 = 4,00$$

Графијски одређена резултанта свију ових сила даје за фугу e—f нормалну силу $\mathfrak{N}_3$ = 161,3 тоне.

Ексцентрицитет је нађен да је = 40 см. Према томе напрезања земљишта у темену за 5,50 м. широку фугу e—f износе:

$$\sigma max = \frac{161300}{55000}\left(1 + \frac{6 \cdot 40}{550}\right) = \mathbf{4,32} \text{ кгрсм}^2$$

$$\sigma min = \frac{161300}{55000}\left(1 - \frac{6 \cdot 40}{550}\right) = \mathbf{1,65} \text{ кгрсм}^2$$

Овде је изложен табеларни преглед резултата испитаног свода.

ФУГА		ослон.	пресек 8	пресек 4	темена
Моменат савијања у mt.	E	— 23,03	— 17,54	— 3,80	— 4,74
	L	— 7,86	— 3,70	— 3,70	— 1,17
	M	— 2,00	— 1,88	— 1,22	— 0,80
		— 32,89	— 23,12	— 8,72	— 6,71
Хоризонтални потисак у t	E	64,40	64,40	64,40	64,40
	Л	2,09	5,50	4,50	1,55
	M	1,45	3,83	1,85	2,28
		67,94	73,73	70,75	68,23
Ослончки притисак у t.	E	67,86	45,59	15,98	
	L	4,55	2,95	1,35	
	M	2,08	1,96	0,30	
		74,49	50,50	17,63	
нормална сила у t.		103	89,90	73,00	68,23
арматура у см²	горе f'e	12. о. гвожђа 20 mm.		5. о. гвожђа 20 mm.	
	доле f'e	5. „ „	12 „	5. „ „	12 „
дебљина фуге у см.		90	77	65	60
Мах напрезање у кгрсм²	бетон σ_b	— 41,7	40	30,20	27,9
	гвожђе σ_e	960	768	815,00	653

Овде значе E дејство од сопственог терета L = дејство локомобиле, M = дејство људске навале

Напослетку вредно је напоменути, да одређена напрезања неће никад наступити, пошто се терет локомобиле како у попречном тако и подужном правцу распростире под извесним углом, услед чега се ова тежина распростире на већу површину мостовског свода.

За овај је мост употребљен бетон јачине од 260 кгр/см²

V. Ребрасти сводови и поједини луци.

1.) Мостови са коловозом горе. Систем Енебик. Докле Monier — код својих конструкција употребљава јаче жице (тања округла гвожђа) од којих са попречним тањим жицама гради мрежу, дотле Енебик употребљава округле гвоздене шипке, које помоћу узенгија од пљоснатог гвожђа доводи у приснију везу са бетоном. —

За мање распоне довољна су ребра савијена у виду лука са равном полеђином. Ако је ширина коловоза сразмерно мала, онда се у том случају

граде само два ребра. Коловоз може онда горе лежати. Он се може поставити и између ребара (сл. 145) Ако имамо два или три ребра, онда се постизава већа ширина коловоза са додатком попречних носача.

Ако је и сама плоча изнад ребара израђена у лучном облику, онда се мора изнад ње извршити насипање да се добије подлога за коловоз. Спољашња (крајња) ребра се продужују навише да образују чеоне дуварове, који служе и за утврђење ограде (сл. 155). Ребра се упуштају и у ослонце, где се по правилу умеће армирана плоча извесне дебљине ради равномерне поделе терета.

За веће са распоне препоручују облици у сл. 21 — 24 (Мостови оваквих типова израђени су преко Bromida код Millesimo, Genua и преко Vienne код Chatellerault. — оба са 50 м распона и $^1/_{10}$ стреле). Корисније је да се свод раздели у два или више засебна лука (појаса). Основни облици оваквих типова виде се из сл. 19 — 20 и 25 — 38. — Коловозна се плоча наслања у темену моста на свод. У осталом терет са коловоза преноси се на лук армираним стубићима. Како ове тако и посебне лукове морамо снабдети са довољно јаком арматуром Њу не треба поставити само на обиму него и у дијагоналном правцу. Боље је да се бетон умота шпирално са жицом у ком ћемо случају смети своду дати још већа напрезања (70 — 80 кгрсм) Енебикова метода није до сада јако распрострањена за мостовске конструкције, јер изгледа, да је овај систем врло мало подесан за лучне носаче. Да би задржали принципијелни облик носача, **T**, они се морају градити са ребрима. Узенгије се постављају делом управно а делом радијално. Према потреби ребраста конструкција или се продужи у ослоначке стубове или се узида у сам стуб.

У сл. 136 – 139 представљена је конструкција са три отвора од по 13 мет. распона. Сваки отвор има по два ребраста лука са $^1/_{10}$ висине стреле. Коловозна је плоча дебела 18 см. а широка 3,80 м. Темељи обалних и средњих стубова израђени су од обичног зида, зидови стубова од армираног бетона отпочињу тек у висини најмањег водостања.

Сл. 140 – 142 представљају један пешачки мост од 20 м. распона и 1,40 мет стреле. Има два ребраста свода у одстојању 1,80 мет. са 3,40 мет. широким мостовским патосом. Висина ребара у темену износи 0,65 мет. а на ослонцу 1.60 мет. Плоча је на крајевима тања а у средини је 10 см. дебела. Патос је премазан са 3 см. дебелим слојем асфалта Плоча је армирана :

горе са 6. окр. гвожђа 5 mm пречника и 2,40 м. дужине

доле са 12. окр. гвожђа 6 mm пречника и 3,50 м. дужине.

Арматура ребара види се из сл. 142 као и арматура попречних носача који спречавају извијање ребара. Свуда су уметнуте и узенгије од 7 mm пречника.

Обални стубови израђени од набивеног бетона и на пилотнама фундирани и са паралелним крилима снабдевени. Ради бољег преношења смичућих сила ребара су на ослонцима проширена и са 20 см. дебелом армираном плочом спојена.

Размера бетона је ова :

1 : 2 : 2 за ребра

1 : 2 : 4 за патос

1 : 2 : 6 за обалне стубове.

На ивицама патоса, који је с поља у одстојању 1,98 м. подупрт са консолама, постављена је ограда од вештачког камена.

У сл. 143 и 144 на доњој површини ребара постављена је једна плоча, која унутарњој сводини даје облик обичног пуног свода. Ребра се помоћу једне раздеоне плоче ослањају на зидане или бетонске обалне стубове Као и код свију ребрастих конструкција тако и код ових употребљују се узенгије. Оне се полажу радијално на сводну кривину и задатак им је, да на себе приме смичуће силе. Распоред узенгија врши се исто онако као и код ребрастих плоча.

Сл. 145 представља једну америкаиску мостовску конструкцију од 32 м. распона са коловозом доле. Лучни носачи служе уједно и као ограда. Овакови су мостовски типови за препоруку онда, када је потребно да се добије што већи чист профил испод моста. Ослоначки стуб је одређен у виду сандука тако, да земља у што већој мери статички дејствује.—

Напослетку ћемо овде напоменути, да су ребрасте конструкције подесне и за високе преносе жељезница, као што то сл. 146—148 показује. Зарад веће стабилности препоручује се, да се потпоре косо изврше.

За један армирани мост (сл. 149 — 150) употребљена су искључиво Kahn-ова фасонска гвожђа[1]) Мост има 36,0 м. распона, два ребраста лука са по 5,50 м. високом стрелом и 4,20 мет. широким патосом. Ребрасти луци су избушени на подужим странама и на извесним одстојањима су укрућени попречним дуваровима; унутарње ивице доње сводине нарочито су укрућене. Ослонци су шупљи и дебљина дувара је 30 см. Они су осмоугаони и 7,20 м. широки и 6 мет. дугачки у правцу мостовске осовине.

Размера мешавине је.

За патос 1 : 2 : 4 (ситан туцаник)

За ребра 1 : 2 : 3

За стубове 1 : $3^1/_2$: 7

---

1) Kahn-ова фасонска гвожђа су оваквог пресека ⊣◆⊢ Плоснати делови са стране попречног пресека служе као узенгије.

Време грађења је трајало 4. месеца, коштао је 30000 марака а употребљено је 8370 кгр. гвожђа и 440 m³ бетона.[2])

Овај овде описани мост чини у исто доба и прелаз ка таквим мостовским облицима код којих се пуни носећи свод расчљањује у поједине луке (појасеве). На место избушених подужних дуварова, који почивају на луку, узимају се поједини стубићи (подупирачи) за пренос терета са мостовског патоса на носеће појасеве (лукове) (Сравни основне облике у сл. 25 до 28.)

Извршени лучни мост на главој пруги Donau-wörth Treuchlingen (сл. 151 — 154) постављен је преко жељезничког усека под углом 69°. Два лучна ребра по 24 мет. чистог отвора и 6,20 м. висине стреле, имају у темену пресек 55 × 35 см, а на ослонцима 70 × 50 см. Арматура преломне фуге види се из сл. 153.—На одстојању 40—50 см. као и дуж обима а и дијагонално постављене су узенгије (окр. гвожђе 7 mm. пречника.) Изнад ослонаца су постављене дилатацијоне фуге. Терет са колосека преноси се на лук са појединим 35 см. дебелим стубићима.

За сигурнији пријем сила од притиска ветра предвиђени су изнад лучних ослонаца јаки попречни рамови. Сем тога сразмерно узани мост добио је ка ослонцима један мали нагиб. Од ослонаца носећег лука постројени су са обе стране гредни носачи који имају нарочите темеље испод нагибног стуба, а сем тога су повезани и попречним гредама које леже у самом нагибном стубу.

За лучна ребра се израчунава потпорна линија за симетрично оптерећење. За одредбу лучног облика била је меродавна потпорна линија од симетричног оптерећења. Изабрати сложени лук незнатно одступа од поменуте потпорне линије. Пошто је арматура распоређена сваки ребрасти лук бетонован је за 1. дан, за стубове је требало два а за патос 5 дана. Мешавине бетона биле су у размери 1 : 4,5 до 1 : 5. Видне су површине штоковане.

4.) Пример:

Статички прорачун једног друмског моста (Ребрасти свод) Сл. 155 до 175.

Свод има 14 мет. чистог отвора. У недостатку податка узето је, да је висина стреле 1,10 мет.

Конструкција се састоји из три ребраста лука са таваницом између њих. Тиме је постигнута корист да насипање буде минимално и да се хоризонтални потисак H умањи. Ширина свода терена између ограде износи 5,50 мет; ширина коловоза 4,90 мет.

Обални је стуб израђен у виду греда и тиме уштеђен материјал. Ребра обалног стуба образује продужење сводових ребара. Тежина стуба је допуњена земљаним насипом.

Чеони зидови представљају продужење спољашних ребара, због тога је и ограда бетонована на спољашњим ребрима. Ван свода су чеони зидови 30 см. дебели и положени на обални стуб. —

Оптерећења

а) *сталан терет*

армирани бетон	= 2400	кгрм³
насип	= 1600	„
шљунак и снег	= 400	„

б) *прелазни терет*

1.) Парни ваљак од 17,5 тона стварне тежине (сл. 157) увек у неповољном положају

2.) равномерно раздељена људска навала од 360 кгрм².

Дозвољена напрезања

у бетону $= \frac{240}{6}$	= 40	кгрсм²
у гвожђу	= 1000	„
у темељу	= 4	„

1.) Испитивања једног лучног ребра. Рачун ћемо извршити за једно средње ребро које је на ослонцу 1,00 м. а у темену 0,40 м. дебело. Ширина ребра је = 60 см.

Ширина оптерећења по сл. 158 за ово средње ребро износи 2,75 мет.

Свод је прорачуњен по основима еластичке теорије и то помоћу Ландсбергове приближне методе Унутарња сводница свода представља једна парабола са висином стреле 1 36 m. ($= \sim {}^1/_{10} l$). Онда је за прорачун лука меродавна висина стреле

$$f = 1{,}36 - 0{,}46 + \frac{0{,}40}{2} = 1{,}10 \text{ m.}$$

Испитивање се простире на 1. мет. мостовске ширине.

Чист отвор свода раздељен је у округли број ламела (10. комада) тако, да дакле у темену не дејствује ни један терет. Ламеле су 1,40 м. широке а на ослонцима због косо леже ослоначке фуге 1,60 Тежина појединих ламела сљедећа је:

$G_1 = G_I$

Шљунак = 1,4 . 400	= 560	кгр
Насип	= —	„
Плоча (Decke)	= 435	„
Лучно ребро $= \frac{0{,}4 \,.\, 0{,}6}{2{,}75} \,.\, 2400 \,.\, 1{,}40$	= 294	„
$G_1 = G_I$	1239 кгр = 1,29 t.	

$G_2 = G_{II}$

Шљунак = 1,4 . 400 . . .	= 560	кгр.
Насип $= \frac{0{,}05}{2} \,.\, 1{,}4 \,.\, 1600$.	= 56	„

---

2) То је у Америци, где је надница два пута скупља но у Немачкој, где би цена била мања.

Плоча = ... = 435 „

Ребрасти лук $= \frac{0{,}45 \cdot 0{,}6}{2{,}75} \times$

$\times$ 2400 . 1,40 . . . . . = 330 „

$G_2 = G_{II} = 1381$ кгр. = **1,38 t.**

$G_3 = G_{III}$

Шљунак = 1,40 . 400 - . . = 560 кгр.

Насип $= \frac{0{,}08 + 0{,}18}{2} \cdot 1{,}40 \times$

$\times$ 1600 . . . . . = 290 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук $= \frac{0{,}6 \cdot 0{,}6}{2{,}75} \times$

= 2400 . 1,4 . . . . = 440 „

$G_3 = G_{III} =$ 1725 кгр. = **1,73** t.

$G_4 = G_{IV}$

Шљунак = 1,4 . 400 . . . . . = 560 кгр.

Насип $= \frac{0{,}20 + 0{,}40}{2} \cdot 1{,}4 \cdot 1600 =$ 670 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук $= \frac{0{,}8 \cdot 0{,}6}{2{,}75} \cdot 2400 \cdot 1{,}40 =$ 585 „

$G_4 = G_{IV} =$ 2250 кгр **2,25 t.**

$G_5 = G_V$

Шљунак = 1,60 . 400 . . . . . = 640 кгр.

Насип $= \frac{0{,}40 + 0{,}75}{2} 1{,}4 \cdot 1600 =$ 1280 „

Плоча . . . . . = 435 „

Ребрасти лук $= \frac{0{,}95 \cdot 0{,}60}{2{,}75} \cdot 2400 \cdot 1{,}40 =$ 700 „

$G_5 = G_V =$ 3055 кгр. **3,05 t.**

a) *Промашрање сопшвене шежине*

Ослоначка линија притиска од средине ослоначке фуге одстоји вертикално за

$$\frac{6}{5} f = \frac{6 \cdot 1{,}10}{5} = 1{,}32 \text{ м.}$$

а лежи паралелно са линијом која спаја ослонце[1]) на овој правој пресецају се сви ослоначки притисци.

Друга једна права, $A_o - B_o$ је за

$$\frac{2}{3} f = \frac{2 \cdot 1{,}10}{3} = 0{,}73 \text{ m.}$$

удаљена од ослоначких средина и паралелна је са ослоначком линијом притисака.

Сад се према слици 111 конструишу ослоначки притисци од изолованих терета. Нпр. графијски прорачун за ламелу IV извршен је на след. начин: сравни сл. 161.)

1) Ослоначка линија притисака је права линија, јер плитке лучне осе врло мало одступају од параболног облика.

Одстојање средине ламеле од темена $x = 4{,}90$ см.

Леви ослоначки притисак изолованог терета $G_{IV} = 2{,}25$ t. пресеца управну на ослонцу у висини r испод праве Ao Bo а десни ослоначки притисак пресеца одговарајућу управну на одсечку r' испод Bo и онда је:

$$r = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l + 2x} \right) = \frac{8}{15} \cdot 1{,}10 \times$$

$$\times \left(\frac{14{,}40}{14{,}40 + 2 \cdot 4{,}90} \right) = 0{,}35 \text{ m.}$$

$$v' = \frac{8}{15} f \left(\frac{l}{l - x} \right) = \frac{8}{15} \cdot 1{,}10 \times$$

$$\times \left(\frac{14{,}40}{14{,}40 - 2 \cdot 4{,}90} \right) = 1{,}84 \text{ m.}$$

На овај начин се извршује и конструкција и осталих ослоначких притисака. Одстојања v и v' за све ламеле изложена су у следећој табели:

	Одстојање x од темена	v	v'
G_I	0,70 m.	0,54 m	0,65 m.
G_{II}	2,10 „	0,46 „	0,83 „
G_{III}	3,50 „	0,395 „	1,15 „
G_{IV}	4,90 „	0,35 „	1,84 „
G_V	6,50 „	0,31 „	6,05 „

За терете G_1 до G_5 лево од темена ослоначки су притисци за сопствени терет симетрични десној полутини свода.

Сад се лежишни притисци једне стране нпр. леве по реду (R_5 R_4 R_3 R_2 R_1 R_I R_{II} R_{III} R_{IV} R_V) сложе у један влак сила

За резултанту R добија се R = 26,9 t. Положај ове силе добија се из верижног влака са полом *O*.— R пресеца ослоначку фугу у *a*.

Пренесимо на многоугаоник ослоначког притиска тежине ламела леве сводне половине, па ће се добити нови верижни влак (пол *O'*) сводне потпорне линије за сопствени терет почев од тачке *a*. Хоризонтални потисак H мора бити хоризонталан што се добија и конструкцијом.

Десна половина потпорне линије је симетрична са левом, за то и није конструнсана.

b.) *Промашрање прелазног шерешта.*

Линије притисака за покретно оптерећење од парног ваљка сл. 17,5 t. стварне тежине одређене су за најнеповољнији положај терета, и тежина ваљка редукована је на 1 m² површине. На овај начин је рачун простији и без утицаја на тачност статичког испитивања.

На 1 м² долази:

$$1м^2 = \frac{17,5}{4,6 \,.\, 2,1} = 1,82 \text{ t.}$$

Према томе за ширину ламеле од 1,4 м. биће:

$$P = 1,4 \,.\, 1,82 = 2,55 \text{ t.}$$

а за ламелу од 1,6 м. ширине биће:

$$P_s = 1,6 \,.\, 1,82 = 2,90 \text{ t.}$$

Између многих нацртаних потпорних линија за прелазно оптерећење. узете су у графијско испитивање само оне потпорне линије, које су изазвале најнеповољније напрезање у неколико сводних попречних пресека.

Оптерећење I. Парни је ваљак постављен изнад прве три ламеле од ослонца. Силе су ове:

$$P_5 = 2,90 \text{ t.}$$
$$P_4 = 2,55 \text{ t.}$$
$$P_5 = 2,55 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R износи 10,25 t. Уцртана линија притиска даје за ослонац горе истезање.

Оптерећење II. Горњем оптерећењу у продужењу додата је људска навала. Силе су:

$$P_5 = 2,90 \text{ t.}$$
$$P_4 = P_3 = 2,55 \text{ t.}$$
$$p_2 = p_1 = p_I = 1,4 \,.\, 360 = 540 \text{ кгр.} = 0,5 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R изнео је 13,80 t.

Оптерећење III. Парни ваљак у средини лука преко темена

$$P_2 = P_{II} = 0,9 \,.\, 1,82 = 1,64 \text{ t.}$$
$$P_1 = P_I = 2,55 \text{ t.}$$

Ослоначки притисак R изнео је 23,6 t., а хоризонтални потисак H = 23,3 t.

c) *Испитивање ослоначке фуге* (сл. 165.)

Ослоначки притисак од сопственог терета $\mathfrak{N}_g = 26,9$

Ослоначки притисак за оптерећење II $\mathfrak{N}_{II} = 13,5$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 7 а $\mathfrak{N}_{II}$ за 50 см. удаљено од ослоначке средине. Одстојање резултанте од ослоначке средине добија се из:

$$\Sigma (M) = 26,9 \,.\, 7 + 13,5 \,.\, 50 = 40,4 \text{ r.}$$

$$r = \frac{863}{40.4} = 21.4 \text{ см.}$$

Количине које долазе у обзир за ребро на ослоначком пресеку ове су:

Моменат M = 863 . 2.75 = 2373 смt. = 23,73 mt²

Нормална сила P = 40,4 . 2,75 = 111 t.

Одстојање $e = 50 - 21,4 + 28,6$ см.

Арматура f_e = 6 окр. гвожђа 22 мм = 22,81 см. доле, а исто тако, $f'_e = f_e$ = 6 окр. гвожђа 22 мм = = 22,81 см² горе

Димензије b = 60 см,

h = 100 см.

a = 3 см.

Онда је:

$$\frac{b}{6 \,.\, n \,.\, f_e} \,.\, x^3 - \frac{b \,.\, e}{2\, n\, f_e} \,.\, x^2 - (2e - h) \,.\, x =$$

$$= 2a^2 + h^2 - (2a + e)\, h$$

$$\frac{60}{6 \,.\, 15 \,.\, 22,81} \,.\, x^3 - \frac{60 \,.\, 28,6}{2 \,.\, 15 \,.\, 22,81} x^2 - (2.28,6 - 100)x$$

$$= 2 \,.\, 3 + 100^2 - (2 \,.\, 3 + 28,6) \,.\, 100$$

Одстојање нулте линије x = 95,3 см.

Напрезање бетона

$$\sigma_b = \frac{P}{\frac{b \,.\, x}{2} + \frac{n \,.\, f_e}{x}(2x - h)} =$$

$$= \frac{111\,000}{\frac{60 \,.\, 95,3}{2} + \frac{15.22,81}{95,3}(2.95,3 - 100)} = \mathbf{34,7} \text{ кгр см}^2$$

Напрезање гвожђа

$$\sigma_{ed} = n \,.\, \sigma_b \frac{x - a}{x} = 15 \,.\, 34,7 \frac{(95,3 - 3)}{95,3} = \mathbf{505} \text{ кгр см}^2$$

$$\sigma_{ez} = n \,.\, \sigma_b \frac{h - a - x}{x} = 15 \,.\, 34,7 \frac{100 - 3 - 95,3}{95,3} =$$

$$= \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{9,25} \text{ кгр см}^2$$

d.) *Испитивање фуге на одстојању 4,2 м. од ослонца* сл. 176.

Нормална сила од сопственог терета $\mathfrak{N}_g$ = 25,2 t.

Нормална сила од оптерећења I, $\mathfrak{N}_I$ = 7,1 t.

H_g је за 0 см., $\mathfrak{N}_I$ за 22,5 см. удаљено од средине фуге добија се из:

$$7,1 \,.\, 22,5 = (7,1 + 25,2) \,.\, r$$

$$r = \frac{160}{32,3} = 5 \text{ см.}$$

Количине, које се узимају у обзир за пресек ребра на овој фуги, ове су:

Моменат M = (25,2 + 7,1) . 0,05 . 2,75 = 4,4mt

Нормална сила P = (25,2+7,1) . 2,75 = 89 t.

Одстојање $e = \frac{55}{2} - 5 = 22,5$ см.

Гвоздена арматура $f_e = f'_e$ = 6 окр. гвожђа 22 мм. = 22,81 см² (као и горе)

Димензије b = 60 см; h = 55 см; a = 3 см.

Овај пресек прима на себе само притисак. Због тога ће се напрезања одредити на след. начин;

Напрезање бетона

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{M}{Js} \cdot \frac{h}{2}$$

$F = 55 . 60 = 3300$ см²

$$Js = \frac{60 . 55^3}{12} + 2(15 . 22{,}81 . 24{,}5^2) = 1241\,875 \text{ см}^4$$

$$\sigma_b = \frac{89000}{3300} + \frac{440\,000}{1241\,000} \cdot \frac{55}{2} = \mathbf{36{,}8} \text{ кгрсм}^2$$

Напрезање гвожђа:

$\sigma_e = 15 . \sigma_b$

је дакле $<$ 1000 кгрсм²

е.) *Испитивање фуге на одстојању 5,6 мет. од ослонца.* (сл. 167)

Нормална сила од сопственог терета $\mathfrak{N} = 25{,}2$ t.

Нормална сила за оптерећење I $\mathfrak{N}_I = 7{,}0$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 0 см, $\mathfrak{N}_I$ за 20 см. од средине фуге. Одстојање резултанте (25,2 + 7 = 32,2 t.) од средине фуге добија се из

$$7 . 20 = 32{,}2 . r$$

$$r = 4{,}3 \text{ см.}$$

Количине, које долазе у обзир за пресек ребра у овој фуги следеће су:

Моменат $M = 32{,}2 . 0{,}043 . 2{,}75 = 3{,}85$ tm.

Нормална сила $P = 32{,}2 . 2{,}75 = 88{,}5$ t.

Одстојање $e = \frac{45}{2} - 4{,}3 = 18{,}2$ см.

Арматура fe = f'e = 6 окр. гвожђа 22 mm = = 22,81 см. као и напред

Димензије b = 60 см; h = 55 см; a = 3 см.

и на овај пресек дејствује само притисак

$F = 45 . 60 = 2700$ см²

$$Js = \frac{60 . 45^3}{12} + 2(15 . 22{,}81 + 19{,}5^2) = 720\,625 \text{ см.}^4$$

$$\sigma_b = \frac{88500}{2700} + \frac{385000}{720625} \cdot \frac{45}{2} = \mathbf{44{,}8} \text{ кгрсм.}$$

Напрезање гвожђа $\sigma_e = 15 . 44{,}8$ је дакле $<$ 1000 кгрсм²

f.) *Испитивање темене фуге* (сл. 168)

Нормална сила за сопствени терет (хоризонтал. притисак H) $\mathfrak{N}_g = 25{,}2$ t.

Нормална сила за оптерећење III (хоризонтални притисак) $\mathfrak{N}_{III} = 23{,}3$ t.

$\mathfrak{N}_g$ је за 0 см, $\mathfrak{N}_{III}$ за 10 см. удаљено од средине темена. Одстојање резултујуће (48,5 t. од средине темена добија се из:

$$23{,}3 . 10 = 48{,}5 . r$$

$$r = \frac{233}{48{,}5} = 4{,}8 \text{ см.}$$

Ноормална сила $P = 48{,}5 . 2{,}75 = 133$ t.

Пресек има такође да прими на себе само притисак. Ако се уведе у рачун и плоча изнад горње површине ребра, да и она носи, онда се испитивање врши овако:

Статички моменат у односу на а—а

$$S = (60 . 40) . 20 + (215 . 17) \frac{17}{2} + 15 . 22{,}81 (3 + 37) = 92748 \text{ см}^3$$

Површина пресека

$F = 60 . 40 + 17 . 2.15 + 2{,}15 . 22{,}81 = 6739$ см²

Одстојање тежишне тачке.

$$s = \frac{S}{F} = \frac{92748}{6739} = 13{,}8 \text{ см.}$$

Моменат лењивости за тежишну осу:

$$Js = \frac{60 . 40^3}{12} + 60 . 40 . 6{,}2^2 \ . \ . \ . = 412080 \text{ см}^4$$

$$+ \frac{215 . 17^3}{12} + 215 . 17 (13{,}8 - 8{,}5)^2 = 190060 \text{ „}$$

$$+ 15 . 22{,}81 (10{,}8 + 23{,}2)^2 \ . \ . \ . \ . = 395525 \text{ „}$$

$$997665 \text{ „}$$

Ексцентрицитет $z = 20 - 4{,}8 - 13{,}8 = 1{,}4$ см.

Моменат $M = 133 . 1{,}4 = 186{,}2$ см. = 186200 смкгр.

$$\sigma_b = \frac{133000}{6739} + \frac{186200 . 14}{997665} = 22{,}3 \text{ кгрсм}^2$$

Напрезање гвожђа $\sigma_e = 15 . \sigma_b$ је дакле $<$ 1000 кгрсм²

2.) *Испитивање коловозне плоче* (сл. 169, 170 и 171)

Плоча је најнеповољније оптерећена кад у њеној средини доње тежак точак ваљка (P = 9000 кгр. Подела терета услед шљунка даје следеће оптерећење на 1 m².

а) За средину свода

Друмски ваљак $= \frac{9000}{1{,}0 . 2{,}2} \ . \ . = 4100$ кгр

Шљунак . . . . . = 400 „

Сопствена тежина плоче . . . . = 390 „

4860 кгр

Моменат $M = \frac{1}{24} . 4860 . 2{,}6 . 100 = 136000$ смкгр. за

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ је}$$

$M = 0{,}0406 \sqrt{136000} + 1{,}5 = 17$ см.[1])

$fe = 0{,}0280 \sqrt{136000} = 10{,}33$ см²

Изабрато *8. окр. гвожђа 13 мм.*

b.) у $^1/_4$ распона

Тежина ваљка $\frac{9000}{1{,}2 . 2{,}4} = \ . \ . \ . \ . \ 3150$ кгр.

1.) Види стр. 32. Срп. Тех. Лист, стручни додатак Април—Јуни 1908.

Шљунак . . . , ...	400	„
Насип	160	„
Сопствена тежина	340	„
	4050	„

Моменат $M = \frac{1}{24} . 4050 . 2{,}6^2 . 100 = 114000$ смгр. за

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ je}$$

$M = 0{,}0406 \sqrt{114000} + 1{,}5 = 15{,}5$ см

$fe = 0{,}0280 \sqrt{114000} = 9{,}46$ см.

Узето је *8. окр. гвожђа 13 мм.*

с.) На ослонцу

Ваљак $= \frac{9000}{2{,}26 . 3{,}46}$	= 1150	кгр.
шљунак	= 400	„
насип	= 1040	„
сопствена тежина	= 312	„
	2900	кгр.

Моменат $M = \frac{1}{24}$ 2900 . 2,6². 100 = 82 000 смкгр.

$$\text{За } \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{38} \text{ je}$$

$h = 0{,}0406 \sqrt{82\,000} + 1{,}5 = 13{,}5$ см.

$fe = 0{,}028 \sqrt{82\,000} = 8{,}04$ см²

Узето је *8. окр. гвожђа 12 мм,*

3. Испитивање обалног стуба (сл. 172 до 174)

Обални стуб је израђен од бетона; у продужењу сводних ребара извршен је масивно. Између ребара изостављена је бетонска маса (сл 155) . Испитивање је извршено такође на 1. м. ширине.

Укупна садржина обалног стуба износи 98м³ а укупна тежина $G = 98 . 2{,}0 = 196{,}0$ t.

За текући метар ширине и дужине самог обалног стуба добија се

$$g = \frac{196}{5{,}5 . 7{,}2} = 4{,}95 \text{ t},$$

Обални стуб је раздељен у три ламеле

Испитивање је извршено са обзиром на насип изнад стуба и притисак воде. Притисак земље са стране није узет у обзир. Према овоме добијају се следеће тежине ламела:

Ламела I и II

Сопствена тежина = 4.95 . 2,5 . . .	= 12,4	
Насип = 2,7 . 1,6 . . .	= 4,3	„
	16,7 t.	
Притисак воде	= — 10,0	„
	GI = GII = 6,7 t.	

Ламела III.

Сопствена тежина = 4,95 . 2,2	= 10,8	t
Насип = 2,46 . 1,6	= 3,95	t
	14,75 t	
водени притисак	= — 7,50	t
	GIII = 7,25	t

Нормални притисак који управно дејствује на површину темеља, (земљиште) износи P = 54 t. Притисак дејствује ван језгра x = 150 см.

Пошто се истезања морају искључити, пошто је $F = 100 . 3 . 150 = 45\,000$ см² биће:

$$\sigma_e = \frac{2 . P}{300 x} = \frac{108\,000}{45\,000} = 2{,}4 \text{ кгрсм.}^2$$

према овоме дозвољено напрезање темеља од 4 кгрсм² није прекорачено.—

2.) Мостови са висећим коловозом. Основни облици лучних мостова са висећим коловозом виде се из сл. 37 до 40. У сваком је случају коловоз утврђен за висеће стубове са обе стране лучног носача. Избор овакових мостовских типова само је онда користан, кад имамо ниске обале и високо водостање и кад је темељ за обалне стубове несигуран или кад су ниско лежећи ослонци јако положени нападу од велике воде. Према потреби, коловозна плоча, односно нарочито јака арматура ребрастих носача, може на себе потпуно или делимично да прими хоризонтални потисак. Чешће се појављују већи распони, код којих не би била корисна примена гредних носача са коловозом доле[1]) Такви носачи са пуним дуваровима изгледали би врло грубо, због чега се и са естетичког гледишта морало дати првенство лучним мостовима са висећим коловозом, разуме се, кад су обале ниске а водостање високо. У свима другим случајевима били би потребни дугачки навози (приступне рампе) који су у сваком погледу велика сметња за јаки саобраћај, а сем тога и саме зграде у близини моста много би изгубиле од своје вредности. Ако би се ипак одлучили за какав простији гредни систем, онда ћемо већ и при средњој речној ширини морати да градимо и речне стубове, који не само да поскупљују мост, већ шта више сметају и речном саобраћају, а при великом водостању могу бити и опасни, јер опстанак целога моста много зависи од стабилности самих речних стубова, јер падање мостова не зависи толико од дебљине свода, колико од јачине самих стубова. Арматура лучног носача врши се на познати начин и она у принципу од-

1) Сравни: Мостови од ојачаног бетона— Срп. Техн. Лист струч. додатак Св. II. — 1908 стр. 20.—

говора арматури ексцентрично оптерећених потпора. Потребно је употребити и довољан број попречних узенгија. Овде се може корисно да употреби и спирално умотани бетон, који може да издржи притисак од 60 — 80 кгрсм², дакле већи притисак но што је иначе дозвољен.

Ради примера напоменућемо жељезнички мост преко Роне код Chippis-a у кантону Wallis. Код овог моста коловозна конструкција не прима на себе хоризонталан потисак већ су лучни носачи чврсто узидани у обалне стубове. Распон је лука 59 мет., највећи до сада жељезнички мост, израђен од армираног бетона. Одстојање лукова од осе је 4,80 мет. Њихове димензије пресека константно расту од темена ка ослонцу тако, да им ширина износи 80 до 120 см. а висина пресека је 1,5 до 2.6 мет. Укупна ширина моста са пешачким стазама износи 8,6 мет. Луци су укрућени као у сл. 36 са попречним носачима, а сем тога у средњем делу моста и са једном засведеном плочом, која пролази преко поменутих попречних носача. Цела је арматура чврсто укотвљена у обални стуб. Ребра су такође прорачуњена као еластички узидани лук.—

VI. Сводови са крутом арматуром.

1.) Проф. Мелана—систем. Овај систем увео је проф. Мелан 1892 г. У почетку је био примењен само у Аустрији, а доцније у Америци доспео је до свога врхунца. Тамо се нису могле да одомаће конструкције од Моније-а, Енебика и т. д. јер су ове конструкције морали да граде нарочити специјални раденици. Меланова се конструкција састоји из редова паралелних гвоздених крутих лукова састављени од ваљаног гвожђа или решеткастог лука или жељезничких шина, обложених бетоном Од овог су система користи различне. По највише. се уштеђује на дрвету, јер се оплата може да обеси о носеће лукове, због чега им се дају такве димензије, да буду у стању да носе терет свода. Рад на монтажи је простији него ли код Монијевих грађевина, код којих се предвиђени положај округлих шипака може одржати само пажљивим надзором радника. Код овог система при набијању бетона нема бојазни да ће се арматура пореметити Избор распона не подлежи никаквом ограничењу за ма који могући случај оптерећења. Просечно су распони већи него ли код Монијевих мостова а исто је тако и количина гвожђа већа у односу на бетонски пресек. Зглобови у темену и ослонцима готово су правило и могу се квнструктивно лако извршити за гвоздене лукове узимају се челични а за свод бетонски, квадер — зглобови, који се у цилиндричним површинама са разним полупречницима кривина додирују. Пошто се један део тежине свода преноси и на гвоздене лукове, то ће услед делимичног мањег оптерећења бетон бити изложен мањем напрезању и усљед тога моћи ће се повољно да искористи јачина гвожђа до дозвољене границе што значи, да се једновремено могу узети напрезања $\sigma_e = 1000$ и $\sigma_b \leq 40$ кгрсм.²

У обичним случајевима проценат арматуре наспрам бетона у теменом пресеку износи:

$$n = \frac{fe}{fb} = 1 \text{ до } 2\%$$

Ако гвоздени лук треба да носи већи део свода тежине, онда треба арматуру саградити јачу. Јачину свода у темену треба одредити пробним рачуном а по Мелановом обрасцу:

$$c = \frac{\left[q_o + 0{,}5 \left(\frac{f}{e} - 1 \right). p \right] \varrho_o}{(1 + 0{,}15\, n)\ \sigma}$$

Овде значи:

q_o оптерећење у темену (то је прелазни и сопствени терет по одбитку оног дела сводове тежине, који се непосредно преноси на гвоздени лук услед вешања скеле.

p — прелазни терет у t/m².

f стрелу свода у мет

ϱ_o полупречник кривине потпорне линије у темену при тоталном оптерећењу у мет.

n проценат арматуре (1 до 2%)

σ напрезање бетона = 300 до 500 t/m² [1])

У опште су димензије Меланових сводова чешће много веће него ли код Монијевих сводова. Меланови се сводови могу израђивати као узидани а и са зглобовима.

Висине стрела су чешће врло мале. Израђен је један Меланов мост са $^1/_{16}$ стреле. У обичним слу аевима граде се сводови са чеоним зидовима а има их извршених готово у већем броју и са ћелијама (камерама) (срав. сл. 191. и 194.)

За мање распоне и дебљине сводова довољно је, кад се употребе ваљани носачи са пуним дуваром облика I L C гвожђа и жељезничке шине. Међусобна веза у попречном правцу по правилу није потребна Лко профилисана гвожђа леже сразмерно далеко једно од другог‘ онда се могу по Монијеву систему да употребе подеона гвожђа.

За веће распоне узимају се нитовани решеткасти носачи. Једна оваква арматура по своме основном облику, може се сравнити са двојном Монијевом арматуром. Појасеви гвозденог лука леже у близини сводница. Они су по правилу склопљени из равнокраких угаоних гвожђа, која су са пљосна-

---

1) У колико гвоздени луци један другом ближе леже у толико се може узети веће дозвољено напрезање σ.

тим гвожђем међу собом спојена нитнама у виду једне решетке. И за појасеве могу се узети разнокраки угаоници чији дужи краци долазе у поље. Растојање ових решеткастих гвоздених лучних носача износи 0,80 до 1,50 метра. Ради поделе терета, и да се спречи повијање у страну за време монтаже служе попречни рамови од ваљаног гвожђа (сл. 186.) или решетка. Напослетку и овде се могу употребити подеона округла гвожђа (шипке.) Спајање решеткастих гвоздених делова врши се најчешће нитовањем, али се ипак ови делови могу на лицу места и зашрафити ради уштеде на времену и транспортним трошковима. Често се ради већег укрућења у близини ослонца и темена занитују и ламеле а шта више решеткастим луцима даје се да овим местима пресека и пун дувар. Размера мешавине бетона је 1:2:4 а квадера за зглобове 1 : 2 : 2 —

Једна проста арматура из ваљаних профила види се из сл. 176. Овде су употребљени I профили у одстојању око 1,0 мет. Попречна је веза извршена са шипкама од округлог гвожђа. На ослонцима се сви I носачи ослањају на угаона гвожђа. На темену свода они су одвојенн једном фугом и са хоризонталним иве ртикалним подвезицама међу собом повезане.

У сл. 254 ослањају се лучни носачи на један носач I профила. Спој гвожђа извршен је са угаоним подвезицама и да би се на лицу места избегло нитовање, оне су утврђене са чеповима.

Мостовска конструкција у сл. 178 и 179 има чист отвор од 10 мет. Арматура свода из сложеног лука састављена је из I профила № 18 у међусобном одстојању од 1,0 м. На ослонцима се ова профилисана гвожђа ослањају о један ⊏ N. P. 24[1]) положен управно на прве и који је са истоветним профилом на другом лежишту спојен са I N. P. 14 који је положен испод постеље речнога дна. У темену су лучни носачи спојени међусобно са једним косо положеним ⊏ N. P. 10. И овде се појединa профилисана гвожђа спајају међу собом шрафовима, да би се уштедили трошкови око нитовања.

Размера мешавине бетона: За средњи део и постељу дна 1 : 7; за теме 1 : 8 и за ослоначке стубове 1 : 9. —

Сл. 180. до 183. представљају један жељезнички мост од 10,14 м. чистога отпора са укупном ширином од 9,0 мет. У обалном стубу укотвљени појасни угаоници не служе само да примају истежуће и смичуће силе у бетону, него су у стању да приме на себе и један део оптерећења. Јачина у темену 39 см. а на ослонцима 84 см. Лучни носачи леже у одстојању од 76 см. и у попречном правцу нису међу собом спојени. Чеони су зидови такође од армираног бетона. Из обзира на утицај температуре предвиђене су, како изнад ослонаца тако и изнад преломних пресека, отворене фуге за истезање. Мешавина бетона је за свод: 2 : 4 а за ослоначке стубове $1 : 3^1/_2 : 7$. —

На исти је начин сграђен и један друмски мост са 3 отвора по 33,53 м. распона и 4,83 м. стреле. Укупна ширина је 22 мет. Решткасти носачи леже у одстојању од 89. см.

Најсмелији до сада извршени бетонски армирани мост сграђен је 1892 год. са 42 мет. распона и 2,65 м. високом стрелом, дакле однос између стреле и распона је $^1/_{16}$ — Ширина моста је 9,00 м. Свод је израђен као лук са три зглоба. Дебљине су: на темену 60 см; наослонцима 70 см. а у средини половине распона 80 см. Решеткасти носачи састављени из угаоних и пљоснатих гвожђа, од топљеног гвожђа, леже у одстојању 1,00 мет. и у свакој половини свода спојени су са решеткастим попречним носачима. Мешавина бетона употребљена је: за свод у размери 1 : 2 : 4. Разуме се, да су усљед великог хоризонталног потиска димензије обалног стуба од набијеног бетона врло велике. Само дужина једног стуба износи 14,00 мет.

У сл. 184 до 185 представљена је једна конструкција Мелановог моста без зглобова од 30. м. распона, 5,50 м. ширине и 7,5 м. висине стреле. Преко моста прелази електрична друмска железница у кривини од 75. мет. пречника. Пет гвоздених решеткастих носача у облику кружног лука постављени су у одстојању 1,25 м. а спојени су са 9. гвоздених попречних носача међу собом. Јачина свода у темену је 70 см. а на ослонцима 1,00 мет. Услед малих сводова за смањивање терета (Entlastungsgewölbe) јачина у темену износи до 0,50 м. тако да унутарња површина свода чини утисак као ребраста сандучаста таваница. Горњи и доњи појасеви превучени су са слојем бетона од 2,50 см. На ослонцима се појасеви нарочито продужују а горњем појасу додат је као појачање још један нови појас (види сл. 85.) и све је чврсто узидано.

При стастичком прорачуну узето је, да гвоздени луци арматуре требају при грађењу да послуже као скеле за свод и због тога су њихове димензије тако одређене, као да они морају сами да носе цео свод. Грађење моста је по томе продужено тек онда, када се бетон за свод био довољно стврднуо, да би цело оптерећење (сопствени и прелазни терет) могао на себе примити. За овај је случај извршен поновни статистички прорачун са обзиром на најнеповољније оптерећење.

Сл. 186 представља један решеткасти носач спојен са једним попречним утврђењем које је састављено из ⊏ нормалног профила. За веће висине

---

1) ⊏ N. P. 24 означава ⊏ или I нормални профил а број дотичну висину овде 24 см. — Ово ћемо означење и даље задржавати.

носача, препоручују се решеткасти попречни носачи као у сл. 185.

Нарочито јако утврђивање једног плитког узиданог решеткастог лука са зглобом у темену представља сл. 177. Носач је упуштен у бетонску масу ослоначког стуба у виду кљуна и утврђен је са по две округле шипке од 3,5 см. пречника за хоризонталне I носаче, који су попречно у ослоначки стуб положени. Овако необично утврђивање свода код Меланових мостова одговара основном принципу система Wünsch (срав. сл. 196.)

Сл. 188 и 189 представља мост у Сан-Себастијану, који има 3 лука по 24 м. распона и 1,9 м. висину стреле. Облик мостовског свода одговара облику у сл. 17. Решеткасти су носачи упуштени у стуб и чврсто међу собом спојени. Обални и речни стубови као и чеоне стране свода обложени су вештачким каменом. Пројекат је израдио шпански инжењер Рибера.

Други пример спајања решеткастих лукова на речноме стубу види се из сл. 190. Овде су само горњи појасеви међусобом чврсто спојени а крајеви доњих појасева утврђени су за попречна угаона гвожђа.

Сл. 191 показује практично утврђивање арматуре у потпорама на лучним носачима. Ћелије се састоје из редова потпора са попречним гредним носачима и између њих пресведених сводова. Овде је дакле помешан Меланов и Монијев систем. Разуме се, да се на место потпора редовима могу да употребе и пуни дуварови са двојном Монијевом арматуром (ср. сл. 101.)

Меланов мост преко реке Polcevera код Ђенове (сл. 192 и 193 и 193 а) има 5. отвора по 21. мет. чисте ширине и 2,05 м. висину стреле и са стране један пролаз за жељезницу од 8. мет. отвора, Ширина моста између ограде је 20 м. од којих су 15 м. коловоз а по 2,5 м. пешачке стазе. Свод је израђен без зглобова и облик му је сложени сегментски лук. Дебљина свода у темену = 30. см. За арматуру свода употребљени су гвоздени решеткасти луци, којих има по 20 комада у сваком отвору. Изнад стубова су гвоздени луци међусобом спојени (сл. 193 а).

Средњи су стубови фундирани пнеуматично на гвозденим кесонима на дубини од 10 м. испод морског огледала. На таваници кесона положен је прво један слој бетона а преко овога два слоја од ломљеног камена. Остатак темељних зидова израђен је од ломљеног камена а спољашње су стране на 50 см. дебљине обложене цигљаним зидом. Сами обални и средњи стубови израђени су од набијеног бетона. Оплата за стубове због њихових конкавних површина на странама и округлих глава није била сасвим проста. Имитација квадера са фугама израђена је помоћу летава, које су биле приковане на унутарњој страни оплате. При прорачунавању узета је у обзир и та околност, да се скела делимично обеси о гвоздене лукове и да они непосредно носе $^1/_3$ тежине свода.

Армирани вијадукт Chauderon - Montbenon у Лозани сграђен је 1905 г. и има укупну дужину од 227 мет. са 6. једнаких отвора по 28,75 м. и 18 м. ширине. Због оваквих ванредно великих размера и велике висине стубова (око 40 м.) било је практичније, да се вијадукт изради из два паралелна, одвојена и засведена моста у растојању од 5,0 м. са сводовима од по 5,80 м. ширине ширине (ср. сл. 19 и 20). Конструкција патоса између оба одељена моста сграђена је од армиране плоче подупрте армираним бетонским гредама. И стубови су одвојени као и сводови и само су горе међу собом спојени конструкцијом патоса.

Још један пример Мелановог моста преко Tagliamento види се из сл. 194 и 195. Његова је цела дужина 194 м. а ширина 5,0 м, Три главна свода имају распон по 52 м. и са 24 м. високом стрелом, а армирани су са по 4 решеткаста лука. Главни луци носе на себе један вијадукт са чистим отворима по 10,5 м. и овај вијадукт преноси уличну тежину. Мост се на обе стране ослања на стеновите обале. Средњи су стубови израђени од обичне зидне масе.

Као последњи пример споменућемо армирани мост преко Hudzon-a код Њу-Јорка, који је укупно дугачак 313 м. а 11 мет. широк, са 15м. отвора по 19,50 м. распона и 2,5 м. високом стрелом. Сваки отвор има по 7 посебних лучних ребара као у сл. 25 и 56; дебљина у темену 31 (одн. 53) см. на ослонцу 69 (односно 91 см.) Мостовска се тежина преноси на ова ребра подужним дуваровима као у сл. 18 и 20, који су 31 (одн. 38) см. дебели.[1]) На унутарњој сводници ребара израђена је обложна плоча као у сл. 31. и 32. Арматура за лучна ребра израђена је по Меланову систему, а арматура носећих дуварова и коловозне плоче по Монијеву систему (са Thacher-гвожђем).

Систем Wünsch.

Овај је систем до сада примењиван само у Мађарској при грађењу мостова И код овог система арматура се склапа из ваљаних профила. Главна је особина овог система што се силе преносе на обалне стубове вертикално као и код гредних мостова. Ово се дејство постизава кад се у стуб убетонира гвоздена конструкција, која потпуно отклања појаву хоризонталног потиска. Наспрам до сада примењених сводних конструкција овај је сис-

1) Вредности у загради односе се на она два лучна ребра, на која непосредно дејструје терет жељезничког колосека.

тем много кориснији и кад је хрђаво земљиште или кад је незнатна конструктивна висина може да игра врло важну улогу. Полеђина свода, код пуних сводних надзидака скроз је равна. Висина стреле као и код Меланових мостова, може према прилика бити незнатна (до $^1/_{15}$).

Прорачун се врши са претпоставком, да је оптерећење од сопственог и прелазног терета симетрично. Доњи појас у облику параболе понаша се као ланац подупрт на оба своја краја, чији се пресек одређује из хоризонталног напрезања. Горњи хоризонтални појас налази се у овом случају у не напрегнутом стању. За несиметрично оптерећење конструкције узима се једнострано оптерећење као најопасније и тада ће наступити покретање лука, које се може спречити само укрућивањем целе конструкције. У тој је цељи горњи појас израђен хоризонталио. Вертикалне котве (Anker), које иду наниже, изложене су истезању и њихов је задатак да спрече издизање ослонца изнад пресечне ивице своднине и унутарње стране обалног стуба.

Сл. 196. представља конструкцију обалног стуба по систему Wünsch једног засведеног моста од 25 м. распона. Појасеви се састоје из по два уједно занитована угаона гвожђа и постављени су паралелно са дотичним сводним површинама. У близини позадне површине обалног стуба утврђени су угаоници са вертикално постављеним ⊏ гвожђима, која су при дну темеља спојена са двојним ⊏ гвожђима која су хоризонтално положена. На овај се начин постизава чврста и заједничка веза између свода и обалног стуба. За разлику од Мелановог система извршена је веза појасева само код ослонаца и у темену. Сам гвоздени склоп, не рачунећи ту утврђење у темену, није нигде међусобно спојен. Арматура (гвоздени склоп) је постављена у одстојању око 50 см. дакле ближе но код Мелана и ипак је укупни пресек гвожђа у односу на сводни пресек у темену приближно једнак са Мелановим, дакле око 1 до 2%. — И мешавина бетона је такође једнака са Мелановом и то само до извесне висине на доњој сводини, која је висина равна дебљини на темену. За остали се део употребљава мршавији бетон (1 : 8).

Као пример нека послужи конструкција моста у Висбадену сл. 197 до 201. Распон је 30,05 м. а висина стреле 2,0 м. дакле $^1/_{15}$ део. Ширина моста између ограде је 15,0 м. јачина у темену 40 см. Арматура је у одстојању од 47. см. и састављена је у горњем као и доњем појасу из 2 < 60 . 60 . 6; вертикална и хоризонтална арматура у обалним стубовима састављена је из 2 ⊏ N. P. 18. Појасни угаоници спојени су месобом у темену и са ⊏ профилима са занитованим подвезама.

Мостови по систему Wünsch извршени ови су:

Друмски мост преко Neutrafluss код Érsekujvar-a има 6 отвора по 17. м. распона; $^1/_{15}$ део стрелу 6. метра ширине и 25 см. дебљине у темену. Коштао је 100 000 дин.

Друмски мост преко Vèrke поред Beregszasz-a један отвор од 7. м. распона,, дебљина у темену 10 см. коштао је 9000 динара.

Мост у Сарајеву, један отвор од 25,36 м. распона, $^1/_{10}$ део стрела, ширина 11,25, дебљина у темену 30 см. и коштао је 55000 дин.

Друмски прелаз код Пожуна, један отвор од 25,60 м. распона, коштао је 50 000 дин.

Нарочиту врсту арматуре показује сграђени друмски мост у New-Jersey (код Paterson-a (у Америци (сл. 202 и 203). Горњи и доњи појасеви састављени су из профилисаних шина, које су повијене према луку. — Спој (веза) оба појаса извршен је са вертикалним гвозденим плочама у одстојању по 1,50 метар. За попречно укрућења појединих носача међ собом служи округло гвожђе. Спајање носача са ослоначким стубовима извршено је на сличан начин као и код система Wünsch.

VII. Лучни мостови са зглобовима

Данас су лучни мостови са зглобовима нешто најмодернији у већ модерном грађењу армираних сводова. У данашње доба су без сумње подељена мишљења о практичкој примени зглобова. Тако н. пр. французи су у опште противни зглобовима, док међутим немци протежирају системе са зглобовима код засведених мостова нарочито за веће распоне.

Врло мало је извршено сводова са једним или два зглоба, јер они са практичког и теоријског гледишта не пружају никакве нарочите користи наспрам узиданих сводова.[1]) Најпробитачнији је *лук са три зглоба*. Овакав је лук постао готово неопходан код већих мостовских распона у погледу добре скеле и за успешно спречавање штетног утицаја температуре. У толико се то боље увиђа, у колико је сопствени терет већи наспрам прелазног. Студије о извршењу и целисходном распореду зглобова не могу се сматрати као завршене. Мертенс заступа мишљење да су за трајност моста зглобови бољи и да фуге код мостова са зглобовима треба испунити пре употребе моста, што се може врло лако извршити код набивених и армираних мостова. Ипак до сада извршени мостови са зглобовима имају отворене и слободне лежеће зглобове.

Преимућство мостова са зглобовима наспрам узиданих сводова (као и код гвоздених и камених мостова) у главноме је следеће:

1) Код лучних мостова са само једним зглобом нема никакве везе у целокупној конструкцији, због чега динамична дејства могу бити од штетног утицаја. Услед смањења потиска појачаће се у опште стабилност обалних стубова, услед чега ће и фундирање бити јефтиније. Ипак је ова корист незнатна.

1. Лучни носач са три зглоба статички је одређен, дакле примена еластичке теорије постаје излишна и може се простим рачуном прорачунати.

2., Напрезања у своду су независна од утицаја температуре, од попуштања обалних и средњих стубова, од гњечења сводног материјала и напослетку од пријема и испуштања влаге. Готово су сасвим искључене пукотине усљед сасушивања дрвета на скелама и усљед тонења сводног темена при скидању скела. Сви ови прописи важе на име само за плитке сводове од ојачаног бетона.

3., Јачина бетона на притисак може се, код мањих армираних сводова, искористити до крајњих дозвољених граница, са свим противно пропису за узидане сводове. Избором већег дозвољеног напрезања у бетону постизава се такође и уштеда у количини материјала.

Нерацијоналност мостова са зглобовима, наспрам напред именованих користи, већином је од незнатне важности и само се у специјалном случајевима узима у обзир при избору система (пљоснати сводови са великим распонима, попуштање ослоначких стубова и штетни утицај температуре), а састоји се у овоме:

1.) Повећање трошкова око грађења и одржавања, који су врло осетни нарочито код мањих распона, и које проузрокује нарочиту пажњу при избору материјала и при монтирању зглобова;

2., Ружни облик у естетичком погледу услед повећане дебљине на срединама лучних кракова (сл. 204) Код мањих напрезања у темену и ослонцима и када је прелазно оптерећење мање онда ова појачања могу отпасти.[1])

3., Тонење сводног темена знатније је кад се скеле уклоне.

Кад се не искористи највећа дозвољена граница напрезања онда количина употребљеног материјала за сводове са три зглоба може бити већа но код узиданих сводова са претпоставком да су условљена подједнака напрезања. Ипак треба имати на уму, да је степен сигурности конструкције у првом случају знатно већи. Пошто потисак свода код лукова са три зглоба може испасти већи него ли код узиданих конструкција, потребни су јаки и масивни ослоначки стубови.

Једном је већ напоменуто, да се зглобови скоро увек остављају отворени. Они су одоздо по правилу увек видни, а на чеоним странама моста су маскирани са бетоном покривеном фугом довољне ширине а са горње су стране покривени са армираним бетонским плочама заливеним са гудроном (наравно кад је насипање пуно). Сем тога су изнад свода потребне и дилатацијоне фуге, које се покривају као у сл. 78 и 79. Услед врло великог напрезања (до 80 кгрсм.[2]) потребне су нарочито боље мешавине бетона за лежишта зглобова (1 : 3 или 1 : 1 : $2^1/_2$). Код армираних бетонских мостова до сада су зглобови ретко примењени, ипак за то нема никаквих тешкоћа, да се употреба оваквих зглобова распростарани и код армираних бетонских сводова.

Код мањих распона (Mörsch даје границу до 38 м.) препоручују се покретне фуге са *оловним плочама* које дејствују слично као и зглобови. Оловне зглобове увео v. Leibbrand, разуме се, као провизорне зглобове. Дозвољена гњечења износе 70 до 100 кгрсм.^{2} кад фуге нису изливене са цементом Дебљина ових плоча је око 20 мм. ширина 15 до 20 см. и дужина 60 до 80 см. која се управља према дужини суседних квадера. Ове се плоче полажу између гранитских или бетонских квадера или се полажу непосредно у свежи бетон (1 : 6), да би се омогућило равномерно преношење терета.

Сл. 205 до 207 показују распоред зглобова у темену и на стубу једног пројектованог железничког моста са 5 отвора по 30 м. распона; дебљина у темену је 55 см. на ослонцима 70 см и у средини кракова по 1,0 мет. Уметнуте оловне плоче имају 10 мм. дебљину, 10 односно 24 см. ширину и 90 см. дужину. У одстојању на 20 см. положене су у бетону унакрсно округле шипке свака по 16 мм. пречника, да би спречиле клизање кракова са ослоначких стубова. Суседни бетонски квадери израђени су у размери 1 : 3 — Да фуга на зглобовима остане отворена полаже се у бетон једна пантљика од лима.

На место укрштених округлих шипака положено је, на мосту у Диселдорфу, у бетону а нормално на додирну површину стојеће плоснато гвожђе пресека 100. 15 мм. у одстојању 1,0 м. Оловне су плоче биле 25 см. широке и 8 мм. дебеле, да фуге остану отворене, при изради ослонаца за кракове, употребљене су армиране бетонске плоче које су раније израђене и у стврднутом стању узидане и служиле су уједно и као оплата. Сталну везу између ових плоча и масе кракова одржавају округле шипке снабдевене са кукама.

Камене зглобове применио је прво Körcke јер су ови јефтинији од гвоздених зглобова, али ипак нису практични јер се њима теже рукује због њихове велике тежине. Одговарајући камени делови зглобова имају разне конвексне и конкавне кривине и ове последње са већим полупречником. Специфично гњечење испада у толико мање у колико зглобови имају више додирних површина, дакле, у колико има мање разних полупречника кривина, али је ипак у толико и теже фиксирати резултанту притисака. Најбољи је материјал за зглобове *чврш*

1.) Кад се правилно поставе зглобови у ослонцима, може се шта више са најмањим додатком материјала створити облик свода, кодкога се, као и код узиданих лукова, јачина свода почев од ослонца ка темену равномерно смањује. —

граниш. Квадери треба по могућству да имају једнаку ширину и висину. За максимално гњечење на додирним местима узима се 150—200 кгрсм.

Да се евентуалне мале грешке на кривим површинама зглобова изједначе, умећу се, између зглобних квадера плочице од меканог олова. Плоче од асфалта или азбеста мање су употребљиве, пошто се могу сувише стињити. На једноме мосту узете су 2 мм дебеле и 25 см широке оловне пантљике, које су метнуте између два месингана блеха 0,08 мм дебелих за то, да се умањи трење зглобова. У место месинганих блехова, могу се узети око 0.1 мм дебеле бакарне плочице.

На једном је мосту ослоначки квадер израђен равно, а почетак свода израђен је са кривином од 5,0 м полупречника. Додирна су места узета по 8 см. ширине и полирана су тако, да се је могло рачунати на специфични притисак од 280 кгрсм²

Камени се зглобови рачунају по обрасцима од Hertz-a или Korcke-a,[1]) али резултати добивени из тих образаца не одговарају стварним захтевима јер су основани на сумњивим претпоставкама. У сваком случају најбоље је претходно испитати јачину дотичног каменог материјала. Ово важи и за зглобне квадере од бетона и армираног бетона. Они имају већег првенства јер су јефтинији и трајашнији, граде се у чврстим калупима тако, да они још при узиђивању имају довољан степен тврдоће и довољну јачину на притисак. Коефицијенте трења је врло тешко одредити а специфичко напрезање на притисак износи највише 90 кгрсм. Бетонски се зглобови дакле могу употребити само за средње распоне. Код бетонских зглобова на Leune-мосту у Halden-у (50·50 см.) конвексне су кривине израђене са 2,0 м полупречника а конкавне са 3,13 мет. Ови су бетонски зглобови израђени у мешавини 1. део цемента и 2. д. опраног и просејаног песка и 2. д. опраног шљунка. Мешање је извршено машинама. а количина воде тако је одмерена, да је бетонска маса по свршеном набијању постала нешто пластична. На место скупих ливених гвоздених калупа за заокругљене површине квадера употребљени су калупи од тврдог гипса,

За бетонске зглобове на мосту преко Мозела у Sauvage код Меца употребљена је ова мешавина 1. део цемента + 2. д. песка од 0 до 7мм величине зрна + 2. д. доломитског шљунка од кога је по једна трећина имала величину зрна од 4 до 15, и од 25 до 35 мм.

Гвоздени зглобови дејствују најпробитачније и стварни практични ефекат може се само код њих да увиди, јер много боље дејствују него сви досада наведени зглобови. Као рђава страна може се означити, да нису заклоњени од климатског утицаја и да су сразмерно скупљи јер мање трају. Да би се постигло равномерно преношење притисака, препоручује се, да се једна оловна плочица око 4 мм дебљине уметне између зглоба и ослоначког квадера.

Сл. 208— представља један армирани лучни бетонски мост са зглобовима, у Wilmersdorf - Berlin од округло 30 м чистог отвора а сам распон износи 24,40 м. Испуштени краци на ослонцима имају на првом месту задатак да на преломној фуги спрече и иначе знатно дејство линије притисака и да створе могућност, да свод, као и кад је узидан, буде приметно тањи ка темену, од 75 на 40 см. Смањивање дебљине од 75 на 65 ка ослонцима је незнатно. Неоправдана је претпоставка, да је најбоље, да се зглобови на ослонцима поставе на истом месту, где падају ослоначке фуге (код узиђивања). Испуштене краке на ослонцима са којима се обални стубови одупиру на лукове, као у сл. 208 не треба сматрати као повољно изабрате делове. При насипању од 25 см до доње ивице шина, узима се за стрелицу $^1/_{11}$ део распона.

Зглобови су израђени — слично као и покретна лежишта са чеповима (Bolzenkipplager) код гвоздених лукова—са лежишним столицама од ливеног гвожђа између којих је уметнут цилиндрички челичан чеп. Овакве зглобове представљају сл. 209 и 210.

Зглобови са ваљцима од ливеног челика имају мање полупречнике но камени зглобови. Више су за препоруку са теоријског гледишта, јер се њима може тачније да фиксира положај резултантне линије притиска. Сл. 217 представља конструкцију једнога зглоба на једноме мосту у Цириху, који је по Меланову систему израђен од ојачаног бетона. Ради поделе притиска на већу површину бетона овде је на место квадера израђено гвоздено сандуче, које је склопљено од лима и ваљаног гвожђа.

На мосту преко Изара код Гринвалда делови лежишних ваљака израђени су из једног комада од ливеног челика са углађеном површином и између њих и армираних бетонских квадера уметнута је оловна плоча од 4мм дебљине. При изради ових бетонских квадера, који су изливени у калупе од ливеног гвожђа са такође углачаном површинама, арматура је подједнако распоређена на целој висини, пошто се при извршеној проби показале пукотине на пробним телима у доњем мање армираном делу. Да би се челични зглобови сачували од рђе, фуге зглобова заливене су са цемент—малтером. У средини фуге убетониран је један слој асфалтног филца, да би се очувала покретљивост зглоба. —

Мостовски сводови, израђени по Меланову систему, врло су подесни за уметање зглобова, јер се могу врло лако и чврсто да монтирају са ребрима саме арматуре. Код Мелановог моста у Rauerbach-у (в. сл. 187.) начињен је само један зглоб у

1) Види Српски Технички Лист од 1891 год. стр. 7.

у темену. Циљ је овоме зглобу, да отклања сва напрезања на савијање у темену које има малу дебљину (45 см.) и да фиксира и саму потпорну линију. Овај мост има 26 м. распона и 1,8 м. високу стрелу.

Напослетку се препоручује, да се приликом израде пројекта за мостове са три зглоба, претходно одреде графијски потпорне линије за разне случајеве оптерећења Тачан аналитички прорачун ових ивичних напрезања извршује се доцније за више пресека и то одредбом момената језгра из утицајних линија. Графијско испитивање помоћу потпорне линије није тачно а дангубно је.

Најбоље је испитивање извршити по методи von Leibbranda помоћу зоне оптерећења[1])

VIII., **Скеле и грађење самог објекта.**

На грађење скела за засведене мостове мора се обратити нарочита пажња. За одредбу димензија за скеле у рачун се уноси $1^1/_2$ тежине самога свода, због неизбежних потреса приликом бетоновања.

Код мостова са три зглоба, скела се у темену узвишава за 3 до 7 см. према величини распона и висини стреле.

За добру скелу мора се на првом месту да изврши тачна веза (спој) чворних тачака тако, да се терет свуда равномерно преноси и да се дрво не згњечи. Оплата се гради од дасака, које су на горњој површини глатко орендисане.

За скеле треба употребити само добро, суво, здраво и израсло дрвеће најбољег квалитета. Код већих мостовских објеката количина употребљеног дрвета износи $^1/_4$ до $^1/_5$ m^3 на 1 m^3 бетона (свод и патос). Природно је, да су ово подаци приближне и просечне вредности. Највише се употребљује стругано четвртасто дрвеће, само за доњи део скеле може се узети округло дрво. Уобичајене димензије дрвета виде се из сл. 212, 213 и 214. Оплата се гради од дасака 2—3 см. дебелих, које су горе орендисане а доле учепљене.

Нарочиту пажњу треба обратити на малу моћ напрезања код дрвета, нарочито на напрезања управно на правац влакана. Да би се избегло велико напрезање, дакле, да би се постигла боља подела терета, између дрвећа умећу се лимане плочице од 2 м. м дебљине, парчета од тврдог дрвета или гвоздене папуче.

На основу опита, које је вршио Föppl, баварска управа држав. жељезница прописала је ове граничне вредности за напрезање дрвета: за тврдо дрво косо на влакна 22 кгрсм² а управно на влакна 28 кгрсм². Leibbrand-Sigmaringen предлаже односне вредности 28 и 80 кгрсм², кад се употребе гвоздени уметци. За обичне случајеве треба узети као граничне вредности 12 до 15 кгрсм² управно на правац влакана а 40 до 50 кгрсм² паралелно са правцем влакана са претпоставком да се употребе храстови или гвоздени уметци за поделу притисака.

Као помоћна средства за расклапање скела највише се препоручују гвоздени лонци напуњени са песком и кад су конструкција и песак добри, они су бољи и стабилнији од вретена са завртњима (Schraubenspindeln) и код већих скела нормални притисак може често изнети 15 до 20 t. на један лонац. Лонци са песком треба да су добро заптивени а песак треба да је ситно зрнаст и добро зажарен. Да песак остане потпуно сув, прелива се гудрон између храстове плочице и лонца, за тим се лонац и плочица покривају са капом од сегелтука, који не пропушта воду. Песак се испушта окретањем прстенова или отварањем чепова са завртњима.

Клинови за расклапање скела употребљују су само код засведених мостова мањих распона.

Бетоновање. Бетонски се сводови граде, као и камени, једновремено и симетрично у редовима са обе стране темена и то грађењем (набивањем) појединих ламела од бетона, 2 до 3 метра ширине а преко целе ширине моста и до укупне дебљине свода на довољном месту. Посао се тако раздели да се за један дан могу да израде најмање две бетонске ламеле. Пошто вештачко оптерећавање скеле, често смета при бетоновању, то се препоручује, да се бетонске ламеле тако распореде, да вештачко оптерећење не буде потребно. Разуме се, да распоред ламела зависи и од конструкције саме скеле. Не смеју се при томе појављивати јаке деформације и за то се ламеле прво бетонују изнад попречних тачака, па се напослетку простор између ламела довршава. Да би се за време бетоновања поједини бетонски слојеви држали на облој облози скела, ограничавају се дотичне ламеле са обе стране, са јаким талпама, које се радијално утврђују за скелу, да се дакле, бетонска маса ослања на тзв. вештачке ослонце. За ограничење ламеле на чеоним странама свода гради се такође јака дашчана облога или се на тим странама поставља раније израђена полога од бетонских квадера, који уједно служе и као мера за дебљину свода. Разуме се по себи, да се арматура пре почетка бетоновања распореди и утврди на скели. Код мостова са три зглоба, свод се завршује најпре на темену, по томе на ослонцима и напослетку на преломним фугама. Код сводова мањих распона могу се бетонске ламеле израђивати и у подужном правцу моста, чија величина треба да је толика, да се може за један дан да избетонира. Ако се хоће један свод

---

1) Упућујемо на књиге од: Tolkmitt-a; von Leibbranda; Färber-a Teichmann-a; Devitz-a; и Christopha. —

без прекида да доврши за један дан, онда се морају за то учинити нарочите припреме. Нпр. на лучном мосту преко „Jdriaschlucht“ од 44 мет. распона израђен је свод за само један дан помоћу 4 машине за мешање бетона, које је електрична снага покретала.

Сипање веће количине бетонске масе са високих скела на облогу сводне скеле треба у сваком случају избегавати. Набијање бетона врши се управно на полеђину свода, тангенционално само онда, кад је нагиб благ и то између двојне облоге. У том се случају облога сводове полеђине постепено намешта; у околини темена , где је нагиб блажији набија се опет управно на полеђину. Да се сагради чврст бетон треба набијати снажно и јако. Размере бетонских мешавина су различне, као што је то већ напред поменуто код разних конструкција. У опште је бетон земљане влаге, т.ј. влаге као земља, јачи од пластичног бетона, а овај последњи је напротив поузданији.

Из бојазни да се видне површине бетона не расцветају (искрљуштају), чешће со она на неки начин облажу. Влажан је бетон у опште више подложан крљуштању него ли суви. Кишница, која продире у бетон прима из цемента све растворљиве соли, које проузрокују крљуштање, и износи их на површину грађевине, где вода испари а растворене се соли ту сталоже, за то се препоручује за спољашње стране да се употреби цемент, који садржи најмање таквих соли. За видне површине боље је употребити потпуно пластички спремљени бетон 1 : 3 и добро га набити са лимовима.

Да би бетон имао довољно времена да се добро стврдне, треба дуго да остане на оплати, за то скидање скела не треба отпочети пре пет недеља рачунећи од дана, кад је бетоновање завршено. Грађење пешачких стаза, ограде коловоза, шосирање и т.д. не треба предузимати пре но што се скела попусти,

Скидање скела. Овај посао треба брижљиво и пажљиво вршити, Расклапање скела почиње од средине ка ослонцима. Код мостова са три зглоба дошло се до искуства, да расклапање скела треба отпочети и у срединама кракова па се кретати ка зглобовима. При расклапању скела треба теодолитом посматрати и свод и стубове.

Расклапање скела са моста преко Изара у Гринвалду предузето је тек после три месеца за које се време бетон довољно стврднуо. При расклапању употребљено је 28 поузданих људи, од којих је сваки имао при себи по једну металну чашу од 0,25 литара, кључ за завртње и једну малу кашику. На дати сигнал једновремено су попуштени шрафови на пешчаним лонцима код оба лука, а испод средњих јармова, и сваки је радник избацио из лонца по једну чашу песка. Овако је рађено и са осталим јармовима ка ослонцима, тако да је наступило постепено слегање лука почев од темена и свод је после 3 сата рада био ослобођен. (Било је укупно 154 лонца са песком)

Пошто се доврши расклапање скела онда се предузима:

Пробно оптерећење. За друмске и железничке мостове за ово оптерећење узимају се иста средства, као и при прорачунавању као ваљци и локомотива. За пешачке мостове узима се подједнако раздељено оптерећење од 400—800кгр/см.² Стално као и пролазно повијање фиксира се са апаратима (Griotscher ов, Bauschinger-ов или Fränkel-ов апарат.) При томе треба теодолитом посматрати и евентуелно тонење стубова и тачно осмотрити све пукотине на грађевини и савесно их избележити. —

За један бетонски лучни мост за пробно оптерећење употребљен је друмски ваљак од 18 t. а сам мост је рачунат за теретна кола од 12 тона или за ваљак од 6 тона са додатком 400 кгр/м² људске навале. Употребљени су прости апарати за мерење прегибања (4. комада). На мостовским срединама тачно су утврђене висине оба лука, и исто тако нивелманом су утврђени: горња површина коловоза у средини моста и на оба ослонца. Пробно оптерећење вршено је овако:

1.) Парни је ваљак брзо прешао преко моста испод кога ради сигурности није било људи.

2.) Парни је ваљак лагано дошао до средине моста и ту је дуже времена стајао. Прочитано прегибање (1 односно 1,5 м/м.) изчезло је кад је ваљак уклоњен.

3.) Парни је ваљак више пута долазио до средине моста са разним брзинама и на разним местима; и при томе није се приметило заостало прегибање.

4.) Парни је ваљак пуштен до средине моста уза саму ивицу коловоза, где је дуже времена стајао. Очитано прегибање од 2 мм. ишчезло је кад је терет уклоњен. —

22. октобра 1909 г.
Врање.

Свет. Јовановић
виши инжењер

Прорачунавање статички неодређених крутих рамова

Инж. **КАРЕЛ СКОРКОВСКИ.**

(СА СЛИКАМА НА ЛИСТУ 11.)

Изложимо у кратко начин, којим се може употребити став о виртуелном раду, као основ за рачунање статички неодређених конструкција у случајевима које хоћемо да испитамо.

Кад на неку конструкцију дејствују терети као спољне силе, онда се изазивају у конструкцији унутарње силе. Кад пак систему тачака у којима дејствују све силе саопштимо бескрајно мали покрет, али свакојако покрет који је по конструкцији могућан, онда вреди став:

Збир виртуелних радова свих спољних сила мора бити једнак раду свију унутарњих сила.

Под вертуелним радом разумемо производ из силе и пројекције оног бескрајно малог пута на правац силе. У пракси, примењујемо принцип виртуелног рада и за мале коначне покрете.

На пример, код решеткастих конструкција услед дејства сила P на чворовима и отуд резултујуће реакције изазивају се у штаповима унутарње силе S. Ако конструјишемо деформацију такве конструкције, онда ћемо добити померање свију чворова које померање дана конструкција доиста допушта и ако је оно доста мало, онда можемо применити и на тај случај једначину о једнакости виртуелних радова:

$$\Sigma P \triangle p + \Sigma R \triangle r - \Sigma S \triangle s = o$$

где значи:

$\triangle$ p пројекцију пута нападне тачке силе P на правац силе P.

$\triangle$ r пројекцију пута нападне тачке реакције на правац реакције.

$\triangle$ s измену дужине штапа s услед силе. S. (Види Шолин: Грађевинска Механика).

Посматрајмо један крив носач сл. 1. Лист 11. чија је дужина наспрам осталих димензија тако велика, да се при срачунавању деформације може узети у рачун само она у подужном смислу а остале промене да се могу занемарити. Средина носача је крива површина и нека спољне силе дејствују у тој површини. Замислимо два бескрајно блиска пресека I. II. и међу њима елементаран делић дужине ds пресека dF. Дејством спољних сила јављају се у елементарном делићу нормална напрезања (остала занемарујемо) на пр. за део о коме говоримо, напрезање σ а на целу површину dF. сила σ . dF = S. Промену дужине елементарног делића означимо са $\triangle$ ds па је виртуелни рад силе s дат изразом S. $\triangle$ ds, а виртуелан рад свих унутарњих силаи $\int \triangle ds = \int \sigma \, dF. \triangle ds$.

Узмемо ли у обзир нарочито оптерећење силама $P_1, P_2, P_3, \ldots$, које изазивају реакције $C_1, C_2 \ldots$, и унутарње силе S, онда можемо написати једначину виртуелног рада у аналогом облику као и за решеткасте конструкције у сличном случају:

$$\Sigma P . \triangle p + \Sigma C \triangle c = \int \sigma \, dF \triangle ds$$

при том $\triangle$ p значи померања нападне тачке сила P у смислу дотичне силе и $\triangle$c померање нападних тачака реакција C у правцу самих реакција, све услед деформације $\triangle$ ds.

Означимо још ds dF. = dV = запремини елементарног делића, па горња еквација добија овај облик.

$$\Sigma P . \triangle p + \Sigma C \triangle c = \int \sigma \frac{\triangle ds}{ds} dV \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$\text{јер је } dF = \frac{dV}{dF}$$

При статички неодређеним конструкцијама ове врсте бива могуће увођењем извесних претпостава-ка које упрошћавају рачун, извести зависност између оптерећења, реакција и унутарњих сила у облику линеарних једначина. Из дане конструкцције излучимо онолико чланова — означимо их са x', x'', x''' . . . колико је потребно да би конструкција прешла у статички одређену. У тако створеној статички одређеној конструкцији израчунајмо по ма којој познатој методи за дата оптерећења одговарајуће непознате количине као и реакције и унутарња напрезања. Означимо их са C_0 и σ_0.

Уплив излучених елемената одредићемо тиме што ћемо их поступно увести као спољне силе које дејствују на конструкцију (статички одређену) као неоптерећену. Пошто не знамо њихову величину, увешћемо место правих сила x', x'' x''' . . . привремено $x' = 1$, $x'' = 1$ . . . и одредимо опет реакције и напрезања услед таквог оптерећења, дакле количине: C,' σ'; C'', σ'' . . . Према томе ће истинске силе произвести реакције $C' x'$, $C'' x''$. $C''' x'''$ . . . и напрезања $\sigma' x'$, $\sigma'' x''$, $\sigma''' x'''$ . . . .

У истини све те величине оптерећења x', x'', . . дејствују једновремено и њихово се заједничко дејство сабира и резултујуће реакције и унутарња напрезања првобитне конструкпије дати су изразима:

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots . \\ C &= C_0 + C' x' + C'' x'' + \ldots . \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Величине x', x'', x''' . . . одредићемо помоћу једначине о виртуелном раду (D'Allambert - ов принцип).

За случај, да дејствује само $x' = 1$, сматраћемо да су остале количине x'', x''', . . . равне нули па ћемо по једначини (1) добити вредности: $P = o$, $C = C'$, $\sigma = \sigma'$ и једначину виртуелног рада:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\, C' \triangle c &= \int \sigma \frac{\triangle ds}{ds} \cdot dV \\ \text{слично за } x'' &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 3)$$

$$\left.\Sigma\, C'' \triangle c = \int \sigma'' \frac{\triangle ds}{ds} \cdot dV\right\}$$

Оваквих једначина има онолико колико непознатих x, и вреде за ма каква померања $\triangle c$ и $\triangle$ ds само ако су померања довољно малена и ако су према систему конструкције могућна. У пракси употребљујемо корисно померања која наступају услед деформације од дејства спољних сила и промене температуре. Померања тачака потпорних конструкција (лежишта) цене се, а деформацију елемента добијамо по познатом обрасцу:

$$\triangle ds = \frac{\sigma ds}{E} + \varepsilon t \cdot ds$$

У том изразу значи:

E модул еластичности материјала

ε сачинилац истезања материјала за промену температуре за 1 ^{0}C.

t разлику температуре степенима C

У једначину 3) уведимо ово, па је:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\, C' \triangle c &= \int \frac{\sigma' \sigma}{E} dV + \int E + \sigma' dV \\ \Sigma\, C'' \triangle c &= \int \frac{\sigma'' \sigma}{E} dV + \int \varepsilon t \sigma'' dV \end{aligned}\right\} \quad \ldots 4)$$

Из једначине 2) добијамо парцијалне диференцијале:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x'} = \sigma', \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x''} = \sigma'', \quad \ldots\ldots \text{ и т. д.}$$

И сад можемо једначине под (4) писати у општем облику:

$$(5).\ \Sigma\, C \triangle c = L = \int \frac{\sigma}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial x} dV + \varepsilon t \frac{\partial \sigma}{\partial x} dV.$$

Где L значи виртуелан рад реакције

У таквом облику можемо написати онолико једначина (5) колико имамо непознатих x; из тих једначина израчунати све количине x и заменом у једначину (2) одредити одговарајућу вредност реакције C и напрезање σ.

Испитајмо подробније неколике случајеве статички неодређених правих носилаца изложених савијању. (Уплив топлоте привремено занемаримо.)

Напрезање дато је изразом:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M \cdot v}{J}$$

где значи: N резултанту сила подужно оптерећеног пресека F, M је моменат савијања, v ордината тачке у којој посматрамо напрезање, мерена од тежишта пресека; J моменат лењивости носача. Претпоставља се, да раван спољних сила пролази кров једну главну осу пресека. (Види Müller-Breslau: „Die neueren Methoden der Festigkeitslehre“).

Уопште вред једначине (2):

$$C = C_0 + C' x' + C'' x'' + \ldots$$
$$\sigma = \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots$$

Где значе: x', x'', x''', ... оне величине које је нужно издвојити, да би смо посматрани статички неодређен систем претворили у статички одређен.

C_0 и σ_0 су реакција и унутрашње напрезање оног статички одређеног система, који постаје из првобитног занемарењем свију x (т. зв. главног система) а под дејством даних оптререћења;

C', σ' су реакција и напрезање истог статички одређеног система кад на њ дејствују само x' = 1.

C'', σ'' исто тако за x'' = 1

У нашем случају је:

$$\sigma' = \frac{N'}{F} + \frac{M'v}{J}; \quad \sigma'' = \frac{N''}{F} + \frac{M'' v}{J} \ldots\ldots$$

. . . и т, д. и dV = dx dF

Уведено у једначину (4.) добијамо:

$$L' = \frac{\sigma\sigma'}{E} dV = \iint \left(\sigma \frac{N'}{7} + \sigma \frac{M'v}{J}\right) \frac{dx\, dF}{E} =$$

$$= \int \frac{N' dx \int \sigma\, dF}{E\, F} + \int \frac{M dx\, v \quad \sigma d\mathbf{F}}{E\, J}$$

али је:

$$\int \sigma\, d\mathbf{F} = N \quad v'. \int \sigma\, .\, d\mathbf{F} = M \text{ па је:}$$

$$\left.\begin{aligned} L' &= \int \frac{N N' dx}{E\, \mathbf{F}} + \int \frac{M M'\, dx}{E J} \\ \text{а слично томе:} & \\ L'' &= \int \frac{N N'' dx}{E\, F} + \int \frac{M M''\, dx}{E\, J} \end{aligned}\right\} \quad \ldots 6.)$$

Једначину 2 можемо за наш случај преобразити овако:

из: $\sigma = \sigma_0 + \sigma' x' + \sigma'' x'' + \ldots\ldots$ добија се:

$$M = M_0 + M' x' + M'' x'' + \ldots$$
$$N = N_0 + N' x' + N'' x'' + \ldots$$

Нађимо извод по x па добијамо:

$$\frac{\partial M}{\partial x'} = M', \quad \frac{\partial N}{d x'} = N'$$

$$\frac{\partial M}{dX''} = M'' \quad \frac{\partial N}{\partial X''} = N' \text{ и т. д.}$$

Ово уведено у једначину (6) даје :

$$L' = \int \frac{N}{E\,F} \quad \frac{\partial N}{\partial X'} \, dx + \int \frac{M}{E\,J} \quad \frac{\partial M}{\partial X'} \, dx$$

$$L'' = \int \frac{N}{E\,F} \cdot \frac{\partial N}{\partial X''} dx + \int \frac{M}{E\,J} \quad \frac{\partial M}{\partial X''} \, dx \text{ и т. д. . . .}$$

У опште :

$$L = \int \frac{N}{E\,F} \quad \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{M}{E\,J} \quad \frac{\partial M}{\partial X} \, dx \quad , \quad . \quad . \quad 7)$$

што представља основну једначину за решавање статички неодређених система код правих носача ако се занемари уплив температуре.

A

Изаберимо одређен пример, који се у пракси често јавља у конструкцијама од армираног бетона, и то :

Чврст рам састављен из хоризонталног носача и вертикалних стубова усађених у темеље. (Сл. 2.)

Оптерећење је скроз силама P чија је резултанта R. Уплив подужних сила занемаримо што је допуштено код виших стубова.

На темељима јавиће се косе реакције које дејствују мимо тачака *a* и *b*. Њих можемо разложити на шест непознатих:

$$H_a \text{ , } A, M_a \text{ , и } H_b \text{ , } B \text{ и } M_b.$$

За ових шест непознатих имамо само три статичка услова равнотеже; према томе је овај систем троструко статички неодређен.

По обичном поступку морамо издвајањем трију непознатих преобратити дату конструкцију у статички одређену, што ће најподесније бити ако претпоставимо да је лежиште *a* стално, а лежиште *b* да је покретно тако, да се може кретати по хоризонталној равни (сл. 3). Тиме смо избацили оба момента и хоризонталну силу H_b.

Главни систем је сад лако решити:

$$A_0 = \frac{R.r_b}{l}; \quad B_0 = \frac{R.r_a}{l} \quad ; H^0_a = R \cos \alpha.$$

Означимо нападне моменте главног система: $\mathfrak{M}_0$ за део *a c*, $\mathfrak{M}_1$. за део *cd* и $\mathfrak{M}_2$ за део *db;* па је:

$$\mathfrak{M}_0 = H^0_a \, y - \sum_0^y (P)\, y$$

$$\mathfrak{M}_1 = H^0_a \, v + A_0 \, x - \sum_0^x (P) x$$

$$\mathfrak{M}_2 = - \sum_0^y (P)\, y$$

$\sum_0^y (P) y$, $\sum_0^x (P)\, x$ и т. д. значе моменте спољних сила за дотични пресек.

На овај главни систем пустимо да дејствују поступно све изостављене величине и за сваки случај одредимо реакције и моменте савијања.

Ако дејствује само H_b у тачци b (сл. 4) онда ће у тачци *a* изазвати реакцију $H'_a = -H_b$ и моменте:

$$M'_0 = - H_b \, y \, ; \, M_1' = - H_b \, x \, ; \, M'_2 = - H_b \, y$$

Ако ли дејствује само моменат M_a (сл. 5) онда:

$$A'' = \frac{M_a}{l} = - B'' \, ; \, M_0'' = M_a$$

$$M_1'' = M_a - A'' \, x = M_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) = \frac{M_a \, x'}{l}$$

$$M_2'' = 0$$

Слично ако дејствује само M_b :

$$A''' = \frac{M_b}{l} = - B''' \, ; \, M_0''' = 0 \, ; \, M_1''' = \frac{M_b \, x}{l}$$

$$M_2''' = M_b$$

Пређимо на основни систем:

$$\left.\begin{aligned} H_a &= - H^0_a + H'_a \\ A &= A_o + A''' - A'' \\ B &= B_o + B'' - B''' \\ M_o &= \mathfrak{M}_o + M'_o + M''_o + M'''_o \\ &= H^0_a \, y - \sum_0^y (P)\, y - H_b \, . \, y + M_a \\ M_1 &= \mathfrak{M}_1 + M_1' + M_1'' + M_1''' \\ &= H^0_a \, v + A_o \, x - \sum_0^x (P)\, x - H_b \, v + \\ &\qquad \frac{M_a \, x' + M_b \, x}{l} \\ M_2 &= \mathfrak{M}_2 + M_2' + M_2'' + M_2''' = \\ &= - \sum_0^y (P)\, y - H_b \, y + M_b \end{aligned}\right\} 8$$

Непознате H_b , M_a , M_o , добићемо по једначини :

$$\int \frac{M}{EJ} \quad \frac{\partial M}{\partial X} \, d\, x = 0 \text{ - - - - - - - - - - - - - - - - - - - } (7')$$

која излази из једначине (7) ако у њој занемаримо уплив подужних сила и ако ставимо да је померање лежишта = 0 ; Биће дакле i L = 0.

Означимо са: J моменат лењивости стубова *a c* и *d b*; са J_1 мом. лењив. носиоца *c d*. и означимо још размеру $\frac{J_0}{J_1} = k$.

У даљем извођењу предпоставићемо сем тога да су пресеци носиоца и стубова стални, и онда се

таква конструкција може чисто рачунски одредити. (Међутим ако та сталност не би постојала, но би били пресеци промењиви, онда би рачунско решење било отежано и била би за препоруку употреба графичких метода).

Кад још претпоставимо да је и модул еластичности E за све делове сталан, онда за наш случај добијамо ове једначине:

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H_b}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b}\, dx + \int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial H_b}\, dy = 0 \quad \ldots \text{(a)}$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial M_a}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_a}\, dx + \int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial M_a}\, dy = 0 \quad \ldots \text{(b)}$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial M_b}\, dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_b}\, dx + \int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial M_b}\, dy = 0 \quad \ldots \text{(c)}$$

Из једначина бр. (8) излази:

$$\frac{\partial M_0}{\partial H_b} = -y \quad \frac{\partial M_1}{\partial H_b} = -v. \quad \frac{\partial M_2}{\partial H_b} = -y$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H_b} dy = -\int_o^v H^0_a\, y \,.\, y \,.\, dy + \int_o^v \Sigma_a^y (P)_y\, y.\partial y + \int_o^v H_b \,.\, y.y\, dy - \int_o^v M_a\, y \,.\, dy =$$

$$= -H_a{}^0 \frac{v^3}{3} + (\pi_0)_a + H_b \frac{v^3}{3} - M_a \frac{v^2}{2} \quad \ldots \text{(a')}$$

$\int_o^v \Sigma_o^y (P)_y \,.\, dy$ је моментна површина дела *ac* смараног као у а слободан а у с узидан — Означимо је са π_0. $\int_o^v \Sigma_o^y (P)_y \,.\, y \,.\, dy$ је статички моменат те површине у односу на тачку *a*; означимо га са $(\pi_0)_a$

$$k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b} dx = k \left[-\int_o^l H_a{}^0\, v.\, v.\, dx - \int_o^l A_0 x.v.\, dx + \int_o^l H_b\, v.\, v,\, dx + \int_o^l \Sigma_o^x (P)_x \,.\, v.\, dx - \int_o^l \frac{M_a\, x'\, M_b\, x}{l} v \,.\, \partial x \right]$$

$$= k \left[-H_a{}^0 v^2 l - A_0 v \frac{l^3}{2} + H_b v^2 l + v \pi_1 - M_a v.\frac{l}{2} M_b \,.\, v \,.\, \frac{l}{2} \right] \ldots \text{(a'')}$$

где опет π_1 значи моментну површину дела *c d* за случај да је носилац *a c d* у *a* слободан а у *d* узидан.

$$\int_o^v M_2 \frac{\partial M_2}{\partial H_b} dy = \int_o^v \Sigma_o^y (P)_y\, y\, dy + \int_o^v H_b\, y \,.\, y\, dy - \int_o^v M_b \,.\, y\, dy = (\pi_2)_b + H_b \frac{v^3}{3} - M_b \frac{v^2}{2} \ldots a'''$$

Уведемо ли вредности из једначина (*a'*), (*a''*), (*a'''*) у једначину (*a*) и средимо добијамо:

$$(\pi_0)\, a + kv \,.\, \pi_1 + (\pi_2)_b - R_o \left[v \,.\, \cos\alpha \left(\frac{v}{3} + kl \right) + \frac{kl r_b}{2} \right] + H_b\, v^2 \left(\frac{2v}{3} + kl \right) - (M_a + M_b) \frac{v}{2}$$

$$(v + kl) = 0 \quad \ldots \text{(A)}$$

Вредности из једначине (b):

$$\frac{\partial M_o}{\partial M_a} = 1; \quad \frac{\partial M_1}{\partial M_a} = \frac{x'}{l}; \quad \frac{\partial M_2}{\partial M_a} = 0 \text{ дају:}$$

$$\int_o^v M_0 \frac{\partial M_o}{\partial M_a} dy = \int_v^o H^0_a\, y \,.\, dy - \int_v^o \Sigma_o^y (P)_y\, \partial y - \int_o^v H_b\, y\, dy + \int_o^v M_a\, dy = H^0_a \,.\, \frac{v^2}{2} - \pi_0 - H_b \frac{v^2}{2} + M_a \,.\, V \quad \ldots \text{(b.')}$$

$$K \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_a} \,.\, dx = K \left[\int_o^l H^0_a \quad v \,.\, \frac{x'}{l}\, dx + \int_o^l A_{ox} \frac{x'}{l} dx - \int_o^l \Sigma_o^x (P)_x \quad \frac{x'}{l}\, dx - \int_o^l H_b\, v \quad \frac{x'}{l} dx + \int_o^l \frac{M_a\, x' + M_b\, x}{l} \frac{x'}{l}\, dx \right] = K \left[H^0_a \quad \frac{v\, l}{2} + A_o \quad \frac{l^2}{6} - \frac{1}{l} (\pi_1)\, d - H_b \quad \frac{v\, l}{2} + M_a \frac{l}{3} + M_b \frac{l}{6} \right] \quad \ldots \text{(b'')}$$

Кад то уведемо у једначину (b) добијамо:

$$-\pi_0 - \frac{\kappa}{l} (\pi)\, d + \frac{R}{2} \left[v \,.\, \cos a \,(v + \kappa l + \frac{k.l.r_b}{3} \right] - H_b \quad \frac{v}{2} \,(v + \kappa l) + M_a \left(v + \frac{\kappa l}{3} \right) + M_b \quad \frac{\kappa l}{6} = o \quad \ldots \text{B}$$

Вредности једначине с:

$$\frac{\partial M_0}{\partial M_0} = o; \int \frac{\partial M_1}{\partial M_b} = \frac{x}{l}; \int \frac{\partial M_2}{\partial M_b} = 1; \quad K \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_b}\, dx =$$

$$= \kappa\left[\int_o^l H^0 a \;\; v\,\frac{x}{l}\,dx + \int_o^l A_o\, x\,\frac{x}{l}\,dx - \int_o^l \Sigma_o^x (P)\, x\,\frac{x}{l}\,dx - \int_o^l H_b\, v\,\frac{x}{l}\,dx + \int_o^l \frac{M_2\, x' + M_b\, x}{l}\,\frac{x}{l}\,dx\right] = \kappa\int_o^l H^0 a\;\frac{v\,l}{2} + A_0\,\frac{l^2}{3} - \frac{1}{l}\,(\pi_1)c - H_b\, v\;\; l/_2 + M_a\; l/_6 + M_b\,\frac{l}{3}\Big] \;.\;.\;.\;,\;.\;\; (c'')$$

$$\int_o^v M_2\,\frac{\partial\, M_2}{\partial\, M_b}\,dy = -\int_o^v \Sigma_o^y (P) y\, dy - \int_o^v H_b\, y\, dy + \int_o^v M_b\, dy = -\pi_2 - H_b\,\frac{v^2}{2} + M_b\, v.$$

Уведимо ово у једначину за (c):

$$-\pi_2 - \frac{\kappa}{l}(\pi_1)c + Rl\left[\frac{v.\,\kappa\cos\alpha}{2} + \frac{\kappa r_b}{3}\right] - Hb\,\frac{v}{2}(v + \kappa l) + \frac{M_a\,\kappa l}{6} + M_b\left(v + \frac{\kappa l}{6}\right) = 0 \;\;.\;.\;.

$$+ H_b\, v^2\,(^2/_3\, v + \kappa l) - (M_a + M_b)\,\frac{v}{2}\,(v + \kappa l) = 0 \ldots (A')$$

$$- \frac{\kappa}{l}\,\frac{P\,.\,p'^3}{6} + \frac{P}{2}\,\frac{\kappa l p'}{3} - H_b\,\frac{v}{2}\,(v+\kappa l) +$$

$$+ M_a\left(v + \frac{\kappa l}{3}\right) + M_b\,\frac{\kappa l}{6} = 0 \;.\;.\;.\;. \quad (B')$$

$$- \frac{\kappa}{l}\,\frac{P\,p'^2}{2}\left(l - \frac{p'}{3}\right) + \frac{P\,l\,\kappa p'}{3} - H_b\,\frac{v}{2}$$

$$(v + \kappa l) + M_a\,\frac{\kappa l}{6} + M_b\left(\frac{\kappa l}{3} + v\right) = 0 \;.\;. \quad (C')$$

Кад решимо ове једначине и унесемо скраћење

$$\frac{h}{\kappa l} = \varphi$$

добићемо вредности:

$$H_a = H_b = \frac{3\,P\,pp'}{2vl(2+\varphi)}$$

$$M_a = \frac{P\,pp'}{2l}\left[\frac{1}{2\,\varphi} - \frac{\varphi - 2\,p}{l}\cdot\frac{1}{1+6\varphi}\right]$$

$$M_b = \frac{P\,pp'}{2l}\left[\frac{1}{2+\varphi} + \frac{l-2p}{l}\cdot\frac{1}{1+6\varphi}\right]$$

3.) **Притисак земље на оба стуба.**

(Сл. 8.)

Означимо целокупни притисак земљишта са Z и претпоставимо да резултанта притиска дејствује хоризонтално у висини $^1/_3$ стуба. Површина која преставља притисак дата је троуглом чија је основица

$$a\,a' = \frac{2\,Z}{v}$$

Одредимо сад поједине потребне изразе:

$$\pi_0 = \pi_2,\ (\pi_0)a = (\pi_2)b, \pi_1, (\pi_1)c, (\pi_1)d$$

$$\sum_o^y (P)_y = Pl\,(aa'a''a'''\cdot\frac{y}{3}\,\frac{2\,\overline{aa'} + \overline{a''a'''}}{\overline{aa'} + \overline{a''a'''}} =$$

$$= \frac{Z}{v}\left[1 + \frac{y'}{v}\right] y\cdot\frac{y}{3}\cdot\frac{2v + y'}{v + y'} =$$

$$= \frac{Z}{2v^2}\,y^2\,(3v - y)$$

$$\pi_0 = \pi_2 = \int_o^v \sum_o^y (P)_y\,.\,dy = \frac{Z\,v^2}{4}$$

$$(\pi_0)a = (\pi_2)b = \int_o^v \Sigma\,(P)_y\;.\,y\,dy = \frac{11}{60}\;Z\,.\,v^3$$

$$\sum_o^x (P)_x = Z\,.\,^2/_3\,.\,v$$

$$\pi_1 = \int_o^l \sum_o^x (P)_x\,dx = {}^2/_3\,Z\,.\,v\,.\,l$$

$$(\pi_1)c = (\pi_1)d = \frac{Z\,.\,V\,.\,l^2}{3}$$

Даље је: $R = o$; $M_a = M_b$

Кад то све заменимо у једначине (A) и (B) и уредимо их, добијамо:

$$\frac{11}{30}\,Z\,v^2 + {}^2/_3\,Z\,.\,v\,\kappa l + \kappa l\,[v\,H - M\,a] +$$

$$+ H\,{}^2/_3\,v^2 - M_a\,.\,v = o$$

$$- \frac{Z\,.\,v^2}{2} - {}^2/_3\,Z\,.\,v\,.\,\kappa l - \kappa l\,[v\,H - M\,a] -$$

$$- H\,.\,v^2 + 2\,M_a\,.\,v = o$$

Из ових двеју добијамо:

$$- {}^2/_{15}\;Z\;.\;y - \frac{H\,v}{3} + M_a = o$$

из које излази:

$$M_a = \frac{2}{15}\;Z\,.\,v + \frac{H\,.\,v}{3}$$

Заменом у једну од горњих једначина добијамо:

$$H = -\frac{Z\,[^7/_2\,v + 8\,\kappa l]}{5\,(v + 2\kappa l)}$$

Знак — значи, да сила H дејствује у противном смислу но што смо при општем извођењу једначина претпостављали.

Одредимо још моменат у тачки c:

$$M_c = H.\,v + M_a - Z.\,2/3\,v = -\frac{Z\;v^2}{15\,(v + 2\,\kappa)}$$

Као што се види услед земљиног притиска повећава се негативан моменат у кутовима c и d; Тиме се још већма смањује позитивни моменат на носиоцу c d који произлази од вертикалног оптерећења.

4.) **Равномерно хоризонтално оптерећење** q **на стубу a c** (н. пр. притисак ветра) (сл. 9.)

У овом случају је:

$$R = qv,\ \cos\alpha = r_b = -\frac{v}{2}$$

$$\pi_o = \int_o^v \frac{q\,y^2}{2}\,dy = \frac{q\,v^3}{6};\quad \pi_2 = o$$

$$(\pi_o)_a = \int_o^v \frac{q\,y^2}{2}\,y\,d\,y = \frac{q\,v^4}{8},\quad (\pi_2)_b = o$$

$$\pi_1 = \int_o^l \frac{q\,v^2}{2}\,dx = \frac{qv^2\,l}{2}\quad (\pi_1)\,d = (\pi_1)c = \frac{q\,v^2\,l^3}{4}$$

Ако ове вредности уведемо у једначине A) B) C) и решимо их добијамо:

$$H_b = \frac{q \cdot v}{8} \frac{2v + 3\kappa l}{v + 2\kappa l}, \quad H_a = qv - H_b$$

$$M_a = -\frac{q\,v^2}{2}\left[\frac{\frac{5}{6}\,v + \kappa l}{2\,(v + \kappa l)} + \frac{v + \frac{\kappa l}{4}}{3\left(v + \frac{\kappa l}{6}\right)}\right] + \frac{v(2/3v + \kappa l}{v + \kappa l}.$$

5. **Уплив промене температуре** био је изражен у опште у једначини (4) чланом $\varepsilon + \sigma\, d\, V$

Претпоставимо да је промена температуре истоветна у свима тачкама пресека. И пишимо опет према првобитном извођењу место dV: d x d F па је

$$\int \varepsilon\, t\, \sigma'\, d\, V = \iint \varepsilon\, t\, \sigma\, dx\, dF = \int \varepsilon\, t\, d\, x \int \sigma\, dF =$$

$$= \int \varepsilon\, t\, H'\, d\, x$$

Једначину виртуелног рада можемо написати у општем облику:

$$L = \int \frac{M}{E\,J} \frac{\partial\, M}{\partial\, x}\, dx + \int \varepsilon\, t \frac{\partial\, N}{\partial\, x}\, dx \quad \ldots \quad (9)$$

(при чему је занемарен члан:

$$\int \frac{N}{E\,F} \frac{\partial\, N}{\partial\, x}\, dx).$$

Крути рам са стубовима усађеним у темељима преобразићемо на горе показани начин у статички одређен систем, који, пошто није оптерећен теретима, нема реакције нити унутарњих напрезања, те према томе:

$$H^0a = H^0b = o \quad \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = o$$

$$\mathfrak{N}_0 = \mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2 = o$$

За случај, да дејствује само Hb (сл. 4.) имамо:

$$Ha' = -Hb \quad N_0' = N_2 = o, \quad N_1 = -Hb$$

$$M_0' = M_2' = -Hb\,y, \quad M_1' = -Hb\,.\,v.$$

Пошто је конструкција симетрична, то су моменти узиђивања једнаки и можемо даља два случаја оптерећења спојити, т. ј. да узмемо да дејствују оба момента $Ma = -Mb$ истовремено. Па имамо:

$$A'' = B'' = o, \quad Ha'' = Hb'' = o \quad N_0 = N''_1 = N_2'' = o$$

$$M_0'' = M_1'' \quad M_2'' = Ma$$

Пређимо на првобитни систем:

$$Ha = -Hb, \quad N_0 = N_2 = 0; \quad N_1 = -Hb,$$

$$M_0 = M_2 = -Hb\,y + Ma, \quad M_1 = -Hb\,.\,v + Ma$$

Ставимо опет $\frac{J_0}{J_1} = \kappa$, $L = o$ место H:

$$Ha = Hb$$ и место E: $E_0 = E_1$

па ће једначина (9) добити овај облик:

$$2\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial H}\, dy + \kappa \int_0^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H}\, dx +$$

$$+ 2\int_0^l \varepsilon\, t\, E\, J\varepsilon \frac{\partial N_0}{\partial H}\, \partial y + \int_0^l \varepsilon\, tE\, J_0 \cdot \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = 0 \quad (m)$$

$$2\int_o^v M_0 \frac{\partial M_0}{\partial M_a}\, dy + \kappa \int_1^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_a}\, dx +$$

$$+ 2\int_o^v \varepsilon\, t\, E\, J_0 \frac{\partial N_0}{\partial M_a}\, dy + \int_0^l \frac{\partial N_1}{\partial M_a}\, dx = o \quad \ldots \quad (n)$$

У нашем је случају:

$$\frac{\partial M_0}{\partial H} = -y; \quad \frac{\partial M_1}{\partial H} = -v, \quad \frac{\partial N_0}{\partial H} \quad o \quad \frac{\partial N_1}{\partial H} = -1$$

$$\frac{\partial M_0}{\partial M_a} = 1 \quad \frac{\partial M_1}{\partial M_a} = 1 \quad \frac{\partial N_0}{\partial M_a} = o \quad \frac{\partial N_1}{\partial M_a} = o$$

Уведимо ово у (m) и (n) па имамо;

$$2\int_o^v (-Hy + Ma)(-y)\, dy + \kappa \int_o^l (-H.v +$$

$$+ Ma)(v)\, dx + \int_o^l \varepsilon\, t\, E\, J_o\, (-1)\, dx = o$$

$$2\int_o^v (-Hy + Ma)\, dy + \kappa \int_o^l (-Ho +$$

$$+ Ma)\, dx = o$$

Свршимо интегралење и сведимо па излази:

$$v^2\,(2/3\,v + \kappa l)\,H - v\,(v + \kappa l)\,Ma - \varepsilon\, t\, l\, E\, J_o = o$$

$$-v\,(v + \kappa l)\,H + (2\,v + \kappa l)\,Ma = o$$

и отуд:

$$Ma = \frac{v\,(v + \kappa l)}{2\,v + \kappa l} H \qquad H = \frac{3\,\varepsilon\, t\, l\, E\, J_o\,(2\,v + \kappa l)}{v^3\,(v + 2\,\kappa l)}$$

B.

У пракси јављају се често случајеви у којима није могуће лежиште стуба потпуно учврстити. На пример код мостова, чији темељи почивају на стишљивом земљишту, биће доиста ближе истини ако се претпостави:

Лежиште стуба на зглоб и да су стубови засути земљиштем до исте висине. И овај распоред којим конструкција постаје једноструко статички неодређена, доводи такође до простих образаца.

Општи поступак је истоветан с оним у рачунању претходне конструкције. Вреди наведена еквација о виртуелном раду. (7')

$$\int \frac{M}{E\,J} \frac{\partial\, M}{\partial\, Hb}\, dx = 0$$

У статички одређеном систему који постаје изостављањем количине Hb имамо: (сл. 3.).

$$H^0a = R\,\cos\alpha$$

$$A_o \frac{Rr_b}{l}, \quad B_o = \frac{Rr_a}{l}$$

$$\mathfrak{M}_o = H^o_a \cdot y - \sum_y^o (P)_y$$

$$\mathfrak{M}_1 = H^o_a \cdot y - v + A_o x - \sum_o^x (P)_x$$

$$\mathfrak{M}_2 = - \sum_o^y (P)_y$$

А ако дејствује само сила H_b (сл. 4) онда је $H_a = - H^o_a + H'_a$; $M = \mathfrak{M} + M'$; а из тога:

$$M_o = H_a{}^o \cdot v + A_o x - \sum_o^y (P)_y - H_b \cdot v$$

$$M_1 = H^o_a \cdot v + A_o x - \sum_o^x (P)_x - H_b v.$$

$$M_2 = - \sum_o^y (P)_y - H_b \cdot y$$

$$\frac{\partial M_o}{\partial H_b} = - y_1 \quad \frac{\partial M_1}{\partial H_b} = - V_1 \quad \frac{\partial M_2}{\partial H_b} = - y$$

Ставимо опет

$$\frac{J_o}{J_1} = k$$

и нека је E за све делове рама стално, па онда гласи еквација виртуелног рада:

$$\int_o^v M_o \frac{\partial M_o}{\partial H_b} \cdot dy + k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b} \cdot dx +$$

$$\int M_1 \frac{\partial M_2}{\partial H_b} dy = o$$

$$\int_v^o M_o \frac{\partial M_o}{\partial H_b} dy = - H^o_a \frac{v^3}{3} + (\pi_o)_a + H_b \frac{v^2}{3},$$

$$k \int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H_b} dx = k \left[- H^o_a v^2 l - \frac{A_o v l^3}{2} + \right.$$

$$\left. + \cdot v \cdot \pi_1 + H_b v^2 l \right],$$

$$\int_o^v M_o \frac{\partial M^2}{\partial H_b} dy = (\pi_2)_b + H_b \frac{v^2}{3}$$

Спојимо ове три еквације па добијамо:

$$(\pi_0)_a + v k \pi_1 + (\pi_1)_b - R v \left[\frac{\cos \alpha \cdot v}{3} + \right.$$

$$\left. + v \kappa l \cos \alpha + \frac{kl \cdot v_b}{2} \right] + H_b \cdot v^2 \left[{}^2/_3 + v \kappa l \right] = o$$

А отуда:

$$H_b = \frac{R_v \left[v \cdot \cos\alpha \left(\frac{v}{3} + k\, l \right) + \frac{\kappa\, v r_b}{2} \right] -}{v^2 \left[{}^2/_3 v + \kappa\, l \right]}$$

$$\frac{- \left[(\pi_o)_a + v\ \kappa \pi_1 + (\pi_2)_b \right]}{v^2 \left[{}^2/_3 v + k l \right]}$$

Практички примери:

1.) **Равномерно оптерећење вертикалне греде** *cd* (као у слици 6.)

$$R = q l. \ \cos\alpha = o, \ r_b = \frac{l}{2}, \ H_a = H_b = H$$

$$\pi_o = \pi_2 = o \quad \pi_1 = \frac{q\, l^2}{6}$$

$$H = \frac{q \cdot l \cdot v \cdot \frac{\kappa\, l^2}{4} - \frac{v \kappa q\, l^2}{6}}{v^2 \left[{}^2/_3 v + \kappa l \right]} =$$

$$= \frac{q\, l^2}{12 \cdot v \left[\frac{2v}{3 l \kappa} + 1 \right]}$$

Највећи негативни моменат у тачци *c* биће:

$$M_c = H \cdot v = \frac{q\, l^2}{12 \left[\frac{2v}{3\, l.\kappa} + 1 \right]}$$

Највећи позитивни моменат у средини греде:

$$M_s = M_c + \frac{q\, l^2}{8} = q\, l^2 \cdot \frac{2v + l\kappa}{8(2v + 3 l \kappa)}$$

2.) **Концентрисан вертикалан терет на хоризонталној греди** (као у сл. 7.)

$$R = P_1, \ \cos\alpha = o, \ r_b = p', \ (\pi_o)_a = (\pi_o)_b = o$$

$$\pi_1 = \frac{P\, p'^2}{2}$$

$$H = \frac{P\, p\, p'}{2 v \left[{}^2/_3 \frac{y}{k} + l \right]}$$

За комбинацију равномерног оптерећења са системом концентрисаних терета вреди:

$$H = \frac{q l^3 + 6 \sum_o^l P \cdot p \cdot p'}{12 v \cdot l \left[1 + \frac{2}{3} \frac{v}{k.l} \right]}$$

3.) **Земљин потисак дејствује на оба стуба** (као у сл. 8).

При сличним претпоставкама као код чврсто усађеног рама опет је:

$$R = o, \ \pi_o = \pi_2 = \frac{Z \cdot v^2}{4}, \ (\pi_o)_a = (\pi_2)_b = \frac{11}{60} Z \cdot v^2$$

$$\pi_1 = {}^2/_3\, Z \,.\, v \,.\, l \text{ и } H = \frac{Z\left[\frac{11}{10}\, v + 2\, k l\right]}{3\left[\frac{2}{3}\cdot V + k l\right]}$$

Знак — значи опет, да H дејствује у противном смислу но што смо претпоставили при склапању општих формула.

Моменат у тачци c:

$$Mv = H \,.\, v - Z \,.\, {}^2/_3 \,.\, v = -\frac{7}{60}\,\frac{Z \,.\, v}{(v + {}^2/_3\, kl)}$$

4. **Равномерно хоризонтално оптерећење q на стубу** *a c* (као у сл. 9)

У том ће случају бити опет:

$$R = q \,.\, v,\ \text{Cos}\alpha = 1,\ r_b = -\frac{v}{2},\ \pi_o = q\frac{v^3}{6}\ \pi_2 = o,$$

$$(\pi_o)a = \frac{q.v^3}{6},\ \pi_2 = o,\ (\pi_o)a = \frac{qv^4}{8},\ (\pi_2)b = 0\ _1 =$$

$$\pi_1 = \frac{qv^2 l}{2},\ (\pi_1)\,c = (\pi_1)\,d = \frac{qv^2 l^2}{4}$$

Кад ове вредности унесемо у општу еквацију за H_b добићемо:

$$H_b = \frac{q \,.\, ({}^5/_6\, v + k l)}{4\ ({}^2/_3\, v + k l)}$$

Даље је:

$$H_a = q\, v - H_b \text{ и зато:}$$

$$M_c = -\frac{q\, v^2}{2} + H_a \,.\, v = \frac{q\, v^2 .\ \left(\frac{v}{2} + k l\right)}{4\ ({}^2/_3\, v + k l)}$$

Зарад израчунавања уплива од промене температуре узмимо опет општу еквацију виртуелног рада (9.)

$$L = \int \frac{M}{E\,J}\,\frac{\partial M}{\partial X}\,dx + \int \varepsilon\, t\,\frac{\partial N}{\partial X}\,dx$$

За главни систем вреди:

$$H_a^o = H_b^o = 0,\ \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = 0\ \mathfrak{N}_0 = \mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$$

Ако дејствује само H_b онда је:

$$H'_a = -\,H_b\ N_0' = 0 = N'_2,\ N_1 = -\,Hb,$$

$$M'_o = -\,H'_b\, y = M'_2 \text{ и } M'_1 = -\,Hb.\, v$$

Ставимо опет:

$$\frac{J^o}{J_1} = \kappa,\ L = 0,\ H_a = H_b = H,\ E_0 = E_1 = E$$

Па је:

$$2\int_o^v M^o\,\frac{\partial M_o}{\partial H}.\,dy + \kappa\int_o^l M_1\,\frac{\partial M_1}{\partial H}\,dx +$$

$$+ 2\int_o^v \varepsilon\, t\, E\, J_o\,\frac{\partial N_1}{\partial H}\,dy + \int_o^l \varepsilon\, t\, E\, J_o\,\frac{\partial N_1}{\partial H}\,dx = 0$$

У нашем је случају:

$$M^o = -\,H \,.\, y = M_2,\ M_1 = -\,H \,.\, v,\ \frac{\partial M_o}{\partial H} = -\,y$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial H} = -\,v\quad \frac{\partial N_0}{\partial H} = 0\quad \frac{\partial N_1}{\partial H} = -\,1$$

Пошто уведемо ове вредности добијамо:

$$2\int_o^v -\,H \,.\, y \,.\, dy + \kappa\int_o^l -\,H \,.\, v - v \,.\, dx +$$

$$+\int_o^l \varepsilon\, t \,.\, E.\, J_0\ (-1)\ .\ dx = 0$$

$$2\ H.\ \frac{v^3}{3} + \kappa.\ H.\ v^2.\ l - \varepsilon.\ t.\ l.\ E.\ J_0 = 0,$$

$$H = \frac{\varepsilon.\ t.\ l.\ E.\ J_0}{v^2\left(\frac{2}{3}v + \kappa.\ l.\right)}$$

Срачунајмо још независан *утицај уздужних сила на силу H при вертикалном оптерећењу горњег носиоца.*

Еквација виртуелног рада, кад узмемо у обзир подужне силе и промену температуре гласи:

$$\int \frac{M}{E\,J}\,\frac{\partial M}{\partial X}\,dx + \int \frac{N}{E\,F}\,\frac{\partial N}{\partial X}.\,dx +$$

$$\int \varepsilon\, t.\,\frac{\partial N}{\partial X}\,dx = 0.$$

Сад можемо задатак решити непосредно без прелаза на статички одређен систем.

Нека је резултанта свију терета R (слика 11.) па је:

$$A = \frac{R.\ r'}{l},\ B = \frac{R\, r}{l} \text{ и } H_a = H_b = H$$

За део $\overline{ac}$ вреди:

$$M_o = -\,H \,.\, y,\ N_o = \frac{R\, r'}{l}\quad \frac{\partial M_o}{\partial H} = -\,y,\ \frac{\partial H_o}{\partial H} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \int_o^v M_o\,\dfrac{\partial M_o}{\partial H}\ d\,y = \dfrac{H \,.\, v^3}{3} \\ \int_o^v N_o\,\dfrac{\partial N_o}{\partial H}\ dy = 0\quad \int_o^v \dfrac{\partial N_o}{\partial H}\,dy = 0 \end{array}\right\} \ldots \text{ a)}$$

То исто вреди и за део $\overline{bd}$.

Део $\overline{cd}$:

$$M_1 = -\,Ax\ - \sum_o^x (P)x - H \,.\, v = \mathfrak{M}_{\overline{cd}} - H \,.\, v,$$

$$N_1 = -\,H$$

$\mathfrak{M}_{\overline{cd}}$ значи моменат савијања у одређеном пресеку носиоца $\overline{cd}$ за случај да је носилац слободно ослоњен.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial M_1}{\partial H} = -v, \frac{\partial N_1}{\partial H} = -1 \\ &\int_o^l M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H}\, dx = H \cdot l \cdot v^2 - v \cdot \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx \\ &\int_o^l N_1 \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = H \cdot l \\ &\int_o^l \frac{\partial N_1}{\partial H}\, dx = -l \end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{(b)}$$

Унесемо ли у еквацију виртуелног рада за интеграле вредности нађене у еквацијама под (a) и под (b) и то за делове $\overline{ac}$ $\overline{cd}$ и $\overline{db}$, добићемо еквацију:

$$2 \cdot \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \frac{H \cdot v^3}{3} + \frac{1}{E J_1}\left[H \cdot l \cdot v^2 - v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx\right] + \frac{1}{E F_1} H \cdot l - \varepsilon \cdot t \cdot l = 0.$$

Помножимо једначину ову са $E J_0$ и ставимо за $\frac{J_0}{J}$ вредност к па је:

$$^2/_3\, H \cdot v^3 + H \cdot к \cdot l \cdot v^2 - к \cdot v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx + \frac{J_o\, H \cdot l}{F_1} - \varepsilon \cdot t \cdot J_0\, l = 0$$

Из тога:

$$H = \frac{\kappa \cdot v \int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx + \varepsilon \cdot t \cdot E \cdot J_0 \cdot l}{v \cdot l \left[\frac{2}{3}\frac{v^2}{l} + \kappa \cdot v + \frac{J_0}{F_1 \cdot v}\right]}$$

$\int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx$ значи површину моментног полигона слободног носиоца $\overline{cd}$.

За наш случај равномерног оптерећења и оптерећења системом терета вреди:

$$\int_o^l \mathfrak{M}_{\overline{cd}}\, dx = \frac{q\, l^2}{12} + \sum_o^l \frac{P \cdot p\, p'}{2},$$

и зато:

$$H = \frac{к \cdot v\left[\frac{q\, l^3}{12} + {}^1/_2 \sum_o^l P \cdot p\, p'\right] + \varepsilon t\, E J_0\, l}{v \cdot l \left[\frac{2}{3}\frac{v^2}{l} + к \cdot v \cdot + \frac{J_0}{F_1\, v}\right]} =$$

$$= \frac{q l^3 + 6 \sum_o^l P \cdot p \cdot p'}{12 \cdot v \cdot l\left[1 + {}^2/_3 \frac{v}{к\, l} + \frac{J_1}{F_1 \cdot v^2}\right]} + \frac{\varepsilon \cdot t \cdot E \cdot J_0\, l}{v^2\left[\frac{2}{3} v + к l + \frac{J_0 \cdot l}{F_1\, v^2}\right]}$$

Први члан значи уплив оптерећења; други, уплив промене температуре. Ако упоредимо овај израз с изразом изведеним без обзира на подужне силе, увидећемо, да се њихови чланови разликују у именитељу вредностима

$$\frac{J_1}{F_1 \cdot v^2} \text{ и } \frac{J_0\, l}{F_1\, v^2}$$

с којим су вредностима именитељи повећани и тиме вредност H смањују (ово вреди само за + t т. j. ако температура расте).

Код високих стубова може се занемарити уплив тога члана, о чему се лако даје уверити бројним примером.

Бројни пример:

Прорачунати средњи носилац друмског моста од армираног бетона, за оптерећење по шеми II. (аустријске норме) т. j. навала људска 400 килограма на квадратни метар, кола теже 8 тони; чист отвор између стубова износи 21 м. размак носилаца од осе 1,50 м. висина стубова до површине горњег строја друма 6,00. Конструкцију ћемо сматрати као рам са стубовима на зглобове, а с обзиром на то, да је случајно оптерећење упоређено са сталним сразмерно мало, ми ћемо зарад простијег рачунања увести место појединачних притисака одговарајуће равномерно оптерећење. Модуо еластичности узећемо сталан за све делове т. j. $E_0 = E_1$. Моменти лењивости стубова и главног носача мењају се с променом арматуре (ојачања), међутим ову околност није могућно увести у детаљан рачун по нашим обрасцима, према томе ћемо морати решити на сталне попречне пресеке чији се моменти лењивости могу сматрати као константни.

По правилу (кад су стубови ниски) из побуда штедње напреже се главни носилац у свом средњем пресеку до крајње мере, док међутим напрезање око крајева, где су моменти негативни, не достиже до крајњих мера. Због тога се препоручује да се за моменте лењивости изаберу оне вредности које одговарају сигурности за димензионирање главног носача, т. j. како би размера κ била минимална. То ћемо постићи ако изаберемо за J_0 моменат пресека при дну стуба где је арматура најслабија а за J_1 моменат средњег пресека хоризонталног носача који важи готово за $^2/_3$ целе дужине.

Стално оптерећење:

1 m² шљунка просечне висине 22,5 см. .	427·5 кгр.
1 m² бетонске облоге дебљине 20 см. .	480·0 „
Свега на m² .	907·5 кгр

Од тога долази на дужни метар носача:

907.5.1,5	1361 кгр.
Сопствена тежина носача	816 „
Целокупно оптерећење на дужни метар $q_1 =$	2177 кгр.

Случајно оптерећење :

Навала поред воза . . . . . , 147 кгр.

Равномерно оптерећење које одговара терету колском од 8 тони за мост од 22 m. распона срачунато је да износи округло : . . . . 550 „

Целокупно равномерно оптерећење на дужни метар носача q_2 = ... 667 кгр.

Укупно оптерећење сталним и случајним теретом износи на дужни мет. $q = q_1 + q_2 = 2874$ кгр.

Израчунавање силе H извешћемо нарочито 1) за оптерећење хоризонталног носача, 2) за потисак земље и 3) за температурну промену. Уплив подужних сила занемаримо.

Претходно је потребно изабрати размеру и арматуру хоризонталног носача и стубова. За поречни пресек постављен сл. 12 је :

Квадратура пресека : $P . l$ = ... 7221 см²

Даљина неутралне осе од притиснуте ивице x = ... 52,5 см.

Моменат лењивости за неутралну осу

J_1 = ... 13,556,016 см⁴

За пресек стуба по сл. 13. је :

$P . l = 19971$ см² $x = 66,3$ см. $J_0 = 28826,1$ см⁴

$$\kappa = \frac{J_0}{J_1} = 2,12$$

Према овим подацима постављен је облик рама у слици 14.

1.) Хоризонтална сила, која произлази услед пуног равномерног оптерећења горњег носача, износи :

$$H = \frac{q l^2}{12 . v \left[1 + {}^2/_3 \frac{v}{l\kappa}\right]} =$$

$$= \frac{2874 \times 22,326^2}{12 . 5,25 \left[1 + \frac{2}{3} \frac{5,25}{22,326 . 2,13}\right]} = 21170 \text{ кгр.}$$

Максималан моменат у средини носача :

$$M_1 = - H . v + \frac{q l^2}{8} = - 21170 . 5.25 +$$

$$\frac{2874 . 22326^2}{8} = 67566 \text{ м. кгр.}$$

Израчунајмо положај пресека на превоју еластичке линије пресека. Моменат у произвољном пресеку горњег носача дат је изразом :

$$M = \frac{qx}{2} (l - x) - H . v = 0$$

(за пресек, на превојној тачки еласт. лин.)

Решимо ово по x па добијамо :

$x = 18,013$ см. и $x = 4,313$ см.

Одредимо даље момменте савијања; за горњу страну стуба (M_2), у рогљу (M_3), у дубини испод ивице носача (M_4) и на дубини 2,5 м. (M_5) и 4,0 м. (M_6) испод осе хоризонталног носача.

$M_2 = - Hv + \frac{qx_2}{2} (l - x_2)$ = 90860 м. кгр.

$M_3 = - H . v$ . . . . . = — 111502 „ „

$M_5 = - H . y_4$ . . . . . = — 96853 „ „

$M_5 = - H . y_5$ . . . . . = — 58580 „ „

$M_6 = - H . y_6$ . . . . . = — 26820 „ „

2.] Уплив земљиног потиска.

Ако претпоставимо, да потисак дејствује управно на стуб и да је горња површина земљишта хоризонтална, може се величина земљишног притиска израчунати по познатом обрасцу ;

$$Z = {}^1/_2 \; b \gamma \; v^2 \operatorname{tg}^2 (45 - \varphi/2)$$

У нашем је случају:

$b = 1,5$ m, $\gamma = 1600$ кгр/m³, $v = 5,25$ m. $\varphi = 30^0$ и кад то све уведемо добијамо: $Z = 11020$ кгр.

Хоризонтална сила коју изазива овај потисак износи ;

$$H = \frac{- Z \left(\frac{11}{10} v + 2 \kappa l\right)}{3 \left({}^2/_3 v + \kappa l\right)} = - 7270 \text{ кгр.}$$

Моменти су редом: мет. килом

$M_1 = M_2 = M_3 = H . v - {}^2/_3 Z . v = - 403$

$M_4 = H . y_4 - \frac{S}{3 . v^2} . (3v - y_4) = - 380$ „

$M_5 = + 6896$ мет. килогр.

$M_6 = + 6118$ мет. килогр.

3 Уплив промене температуре.

По изведеном обрасцу је величина хоризонталне силе изазване променом температуре:

$$H = \frac{\varepsilon . t \, l \, E \, J_0}{v^2 \left({}^2/_3 v + \kappa l\right)}$$

У нашем је случају :

$\varepsilon = 0,0000135$ t = $\mp 25^0$ $E_0 = E_1 = 140\,000$ кгр. см²

Кад ово уведемо добијамо :

$H = \mp 2042$ кгр.

Моменти су:

$M_1 = M_2 = M_3 = \pm H . v = \pm 10755$ м. кгр

$M_4 = H . y_4 = \pm 9342$ „ „

$M_5 = H . y_5 = \mp 5650$ „ „

$M_6 = H . y_6 = \mp 2587$ „ „

По овим резултатима, који су прегледано уписани у таблици на листу, конструјисан је промењив пресек посматраног рама, као што је означено у сл. 14*).

*) У сликама је означена само подужна арматура, а поречна је занемарена.

Хоризонталан носач ојачан је са осам гвоздених полуга пречника 36 мм. Од ових су четири на превоју еластичке линије преведени ка горњој ивици пресека и у стубове до дубине 1,5 м. под доњом ивицом носача. Арматура рогља појачана је са 20 гвожђа пречника 20 мм. од којих су по 10 подједнако утакнути на сталним размацима у стубовима и у горњем носачу.

Ребра хоризонталног носача проведена су до стубова да би се повећала притиснута површина пресека на местима где су моменти испитивани.

ПРЕВЕО

Ј. Стефановић

РЕД. ПРОФ. УНИВЕРЗИТЕТА

Прорачунавање Аеропланова.

од **A. Baumann-a**

из Z. d. V. d. J. превео **Ј. Ж. Николић.**

(Са сликама на Листу 12.)

Због тога, што се данас питање о крмањењу ваздушним лађама у основи у толико може сматрати решеним, у колико ће се даљи развој састојати више у конструктивном но у проналазачком правцу, у ужем смислу узев, па се услед тога може у напред у извесним границама извести закључак, шта ће будућност донети, због тога се често тврди, како будућност не припада ваздушној лађи већ машини за летење — аероплану.

У неколико се ово тврђење може тиме објаснити, што теорије о машинама за летење управо још нема, те се из данашњих почетака у развитку истих још не може да закључи, шта се на томе пољу може постићи, док ствар са ваздушном лађом, као што видесмо, обрнуто стоји. Због тога се још многи надају изненађењима, са којима се није могло рачунати, а која би нам под извесним околностима на један мах донела и неслућено решење и неочекиване успехе на томе пољу.

Обично се при томе указује на птичији лет, коме је свакако сразмерно мали потрошак у раду потребан, и који би нам требао служити као пример за решење овога задатка. На супрот томе, пре свега, мораћемо утврдити, да сравњење са ваздушном лађом не иде у прилог машини за летење. Ваздушна се лађа састоји из једног тела, које плови у ваздуху и терета које оно носи и преноси с места на место, тако да је једино за кретање у напред потребан известан рад, коме је задатак, да савлада ваздушни отпор. На против, машини за летење, којој недостаје тело, које би је пловећи носило, потребан је не само рад за кретање у напред, већ и за то, да терете издигне у вис и да их одржи, да у ваздуху лебде.

До душе, тачно узев, за држање једног тела у једној одређеној непроменљивој висини јасно је, да никакав рад није потребан, него дејство сила; јер, докле год тело остане у истој висини, њему нити се какав рад додаје нити се од њега какав рад добија: његов потенцијал у односу на земљу остаје исти. Мора само на ма који начин на њега да дејствује нека сила, која одговара величини његове тежине а супротног је правца правцу теже. Ну, без помоћи каквог чврстог ослонца такво дејство сила је практички непзводљиво без употребе одговарајућег рада. Аналогије за ово налазимо на свима пољима: загрејаност (температура) некога тела може се само тако одржати на истој висини, ако се телу непрестано доводи иста толика количина топлоте, колико тело зрачењем губи, а да се при томе не повећава његова топлотна количина. Ако то тело обвијемо каквим рђавим топлотним спроводником, онда тај случај одговара употреби чврстог ослонца за лебдење каквог тела у ваздуху.

Замислимо, да се, помоћу каквих било направа, од неког тела, које лебди у ваздуху, произвољне масе бацају на ниже у правцу теже, онда се свакако може постићи, да притисак, који даје убрзање тим масама, које бацамо на ниже, буде раван тежини тела, за које хоћемо да лебди у ваздуху. Тело би тада све дотле остало на истом месту у ваздуху, докле год би тај притисак за убрзање дејствовао на супрот тежини тела. Чим би тај притисак за убрзање престао, тело, које треба да лебди, почело би да пада. Цео тај чин би дакле морао без прекида да се одиграва. На место појединих маса долази млаз маса, који постојано од тела које лебди отиче на ниже ка земљи и коме згодне направе дају убрзање. За ово стално убрзавање потребан је извесан рад.

У начелу, за овај се чин могу употребити произвољне масе, али је најпростије, ако се употреби сам ваздух, у коме тело лебди.

Ако је површина пресека тога ваздушног млаза, који се на тај начин произведе и управи ка земљи,, F у m^2, његова специфична маса

$$\frac{\gamma}{g} \text{ у } \frac{\text{кгр. сек}^2}{m^4}$$

и његова брзина c у m/сек. онда морамо његову масу, која кроз тај пресек пролази у секунди, да доведемо од брзине o на брзину c. Томе одговара рад у секунди:

$$E = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{c^3}{2}$$

Реакција притиска, које производи убрзање тога млаза, је:

$$\int d\,P = \int m \frac{d\,c}{d\,t} \cdot dt = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot c^2$$

Према раније реченом, ова реакција мора да буде једнака тежини тела које треба да лебди дакле:

$$G = \frac{F \cdot \gamma}{g} \cdot c^2 \text{ или}$$

$$c = \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

и:

$$E = \frac{G \cdot c}{2} = \frac{G}{2} \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma}} = \frac{1}{2} G^{3/2} \times$$

$$\times \left(\frac{g}{F \cdot \gamma}\right)^{1/2} \text{ mкгр/сек.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)^1)$$

Толики је рад потребан, да би се неко тело тежине G одржало да лебди у ваздуху помоћу ваздушног млаза, чији је пресек F а сецифична маса $\frac{\gamma}{g}$. На место ваздуха могла би се узети ма која друга материја а да се ови односи ни у колико не измене.

Ако ваздушни млаз не би био управљен вертикално на ниже, него би се вертикалним правцем склапао угао β, онда би било, што се лако може извести:

$$E = \frac{G}{2 \cos \beta} \sqrt{\frac{G \cdot g}{F \cdot \gamma \cdot \cos \beta}} = \frac{1}{2} \times$$

$$\times \left(\frac{G}{\cos \beta}\right)^{3/2} \times \left(\frac{g}{F \gamma}\right)^{1/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

из тога излази: Рад, који је потребан, да се одржи неко тело да лебди у ваздуху, расте, при иначе једнаким околностима, са $\frac{3}{2}$ степена његове тежине а опада са квадратним кореном пресека ваздушног млаза или млаза какве друге материје и са квадратним кореном специфичне масе тога млаза.

За произвођење ваздушног млаза би се нпр. могли употребити помоћу експлозије компримовани гасови, што је већ и било предложено. Али је лако одмах увидети, да то не би било цеилсходно. Тада би свакако F испало мало (а c велико). Услед тога би и E морало постати велико. Ако пак променимо ваздух, који нас окружује, па га помоћу црпке или вентилатора усисавамо и на ниже истискујемо, на којој страни истиче са извесним пресеком, онда имамо пред собом основу тако-званог аероплана са вртешком (Schaubenflieger). Изведене једначине нам показују, да, не узимајући у обзир све споредне појаве, као нпр. отпоре које имају да савлађују вртешкина пера (Schaubenflügel), тежина направе и т. д., да потребна енергија бива у толико мања, у колико је вртешкин пречник већи, или, при употреби више вртешки, у колико је већи збир кружних површина, које оне описују. Но то се несме пренети, као што ћемо доцније видети, и на вртешке, које се и у правцу своје осовине крећу.

Ако ову вртешку *начинимо само са једним* пером, које се окреће на бескрајно дугачком дршку, онда имамо пред собом аероплан.

Сви ти облици извођења представљају дакле направе, помоћу којих се околни миран ваздух ставља на тај начин у покрет, да реакција притиска, који производи убрзање ваздушне масе, саму ту направу одржава у лебдењу При томе ће направа у толико савршенија бити, у колико се више убрзање ваздуха врши у вертркалном правцу на ниже, у колико је излазни пресек ваздуха из направе већи и у колико је излазна брзина на ниже управљеног ваздушног млаза мања. Величине површине која носи, игра при томе секундарну улогу, и то у толико, у колико наравно од ње зависи пресек произведене ваздушне струје. Али она не игра тако видну улогу, каква јој се обично приписује.

Ако на основу горе реченог посматрамо аероплане, онда их по *спољашности можемо поделити на* аероплане са равним и аероплане са кривим крилима одн. површинама које носе. Али још на овом месту морамо да нагласимо, да ћемо равних површина, које носе, строго узев са практичког гледишта, у врло мало случајева наћи, јер су оне површине, које се праве разапињањем платна на оквире, до душе у миру равне, као у сл. 1., али оне под утицајем ваздушног притиска, при кретању, мање више прелазе у површине као у сл. 2., дакле у криве површине, сем ако платно није сувише јако било затегнуто.

1) Сличном току мисли следује Budan, Z. d, österr. Jng. u. Arch. Vereins, 1903. № 42 и 43.

Ако једну површину крећемо у ваздуху напред, онда ће ваздух поред површине клизити и измицати. Према свему ономе, што је из општих резултата и теоријских испитивања познато, може се узети, да ће при томе слика струјних линија изгледати као у сл. 3. до 9. На површини, која се креће кроз миран ваздух, или која стоји у ваздуху који струји, образује се један мртви угао, под којим ваздух склиза на обе стране. У ствари услед тога не влада у мртвом углу потпун мир, већ је у њему на против ипак неко слабо кретање ваздуха Ваздушни млаз, који поред њега клизи одвлачи собом на месту, где додирује површину, ваздух из мртвог угла, а на темену мртвог угла притиче нова одговарајућа количина ваздуха, због чега теме мртвог угла одређено опитима не изгледа тако оштро, као што је у овим сликама представљено Клизање ваздуха поред мртвог угла врши се онда тако, да струјне нивоске линије затварају површине, као у сл. 3. до 9., Ако се површина која се креће, поклопи са таквом једном нивоском површином, као у сл. 8., онда ваздух тече само ка оној страни на којој је слабија кривина. Да би тај случај наступио, претпоставка је само да ваздушни млаз погађа тангенцијално површину, т. ј. да је улаз ваздуха у криву без удара. Код положаја површине као сл. 9. отиче ваздух опет као и код положаја у сл. 7. делимично на више а делимично на ниже.

Према раније реченом до тога је стало, да се што већа количина ваздуха убрза у правцу на ниже. Она количина ваздуха дакле, која скрене на више, значи губитак; јер, на њу је до душе потребно да се утроши известан рад за убрзање, али реакција притиска који убрзава, односно његова једна компонента не дејствује у правцу противном тежи, већ у правцу теже. С те тачке гледишта, криве површине, које су сада скоро у општој употреби, треба равним површинама претпоставити. Али кривина као у сл. 6. 7. и 9. није тако подесна као у сл. 8. При томе може закон, по коме је поршина искривљена, потпуно произвољан да буде.

Сви случајеви сем онога у сл. 8. не допуштају рачунско претресање и даље истраживање све дотле, докле год закон о кретању ваздуха дуж равних или кривих површина не буде у појединостима познат, докле год не буде постигнута довољна сагласност између рачуна и опита. На против, случај у сл. 8. може се рачунски испитивати. Па како он сем тога још и најповољнији случај представља, чијем извођењу, као што јасно излази из напред реченог, треба да тежимо код машине за летење, то ће нам он бити довољан за даље рачунање.

Односи између терета који треба да се дигне, потребног рада за то и брзине летења.

Ако се површина Т. сл. 10., која носи, креће у напред са брзином v, онда помоћу ње скрећемо једну ваздушну струју висине и ширине b. Апсолутна излазна брзина ваздушне струје је:

$$c = 2\,v \sin\frac{\alpha}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

ако α представља угао, који тангенте на улазу и излазу из кривине међу собом склапају. Излазни пресек је:

$$F = \frac{h\,.\,b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

Излазна брзина није вертикално на ниже упућена, већ је угао између ње и вертикале $\frac{\alpha}{2}$, као што се из слике види.

Према томе је на основу једначине (3)

$$E = \frac{G}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{G\,.\,g}{\frac{hb}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\,.\gamma.\cos\frac{\alpha}{2}}} =$$

$$= G\sqrt{\frac{G.g}{h\,b\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{(1-\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

а према једначини (1) с обзиром на једначине (4) и (4a).

$$v = \sqrt{\frac{G.g}{h\,.\,b\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Кад би $\alpha = 0$ било онда би било и $E = 0$, ако би h и b били непромењиви. Према слици 10. морала би у томе случају и површина, која носи Т. бити бескрајно велика. Да видимо сад како се мењају односи, кад је величина површине, која носи, Г непромењива, а α се мења и са њиме висина h? Ако хоћемо, да нам то испитивање буде могућно, онда нам мора бити познат закон по коме је површина искривљена. Треба оба крајња случаја да посматрамо, да је 1) површина у кружном луку искривљена, сл. 10, и 2) да је површина сложена из две равне површине t_1 и t_2 сл. 11. које су међу собом једним кратким луком спојене.

У првом случају, према слици 10, је:

$$h = R\,(1 - \cos\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7,)$$

ако је R полупречник кривине, при чему је:

$$R = \frac{T}{b.\alpha}$$

ако је Т површина која носи

Из тога дакле излази:

$$h = \frac{T}{b}\,\frac{1-\cos\alpha}{\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

а према томе с обзиром на једначину (4)

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{(1-\cos\alpha)^{\alpha^2}}{(1-\cos\alpha)^3\,(1-\cos)^2}} =$$

$$= G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{\alpha}{\sin\alpha\,(1+\cos\alpha)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ако је $\alpha = 0$, онда је:

$$E\ min = \frac{G}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}$$

У случају. сл. 11., је приближно и ако задржимо исте ознаке као и горе;

$$h = \sim \frac{T\,.\,\sin\alpha}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

а с тим имамо:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3\,\sin\alpha^2}}$$

$$= G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\cdot\frac{1}{1+\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

ако је $\alpha = 0$, онда имамо:

$$E\ min = \frac{G}{2}\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}$$

Вредности E min се практички не могу постићи, пошто би за њих била потребна бескрајно велика брзина летења. Мале вредности од α пак дају скоро исте величине за E као вредност $\alpha = 0$, а вредности брзине лета, које се добијају при томе употребљиве су. Случај 2.) показује повољније односе него случај 1.) јер је код њега пројекција површине, која носи, на површину управну на правац лета већа и ако је површина која носи једнака оној у сл. 10. С друге стране опет прелаз од t_1 ка t_2 не сме да буде сувише оштар, да би ваздушна струја била правилно, подесно вођена. Добре површине које носе биће дакле средина између ова два крајна случаја.

Пошто је

$$c = 2\,v\sin\frac{\alpha}{2},$$

то ће с обзиром на једначину (8) према једначини (2) бити брзина лета:

$$v = \sqrt{\frac{G.g}{T\,.\,\gamma}}\;\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\alpha}{2\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

а за мале углове α:

$$v = \sim\sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\;\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12a)$$

Исто тако добијамо за други случај с обзиром на једначину (10):

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\sqrt{\frac{1}{2\sin\alpha\,\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{G\,.\,g}{T\,.\,\gamma}}\;\frac{1}{\sin\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Под именом аероплана са двоспратним крилима подразумевају се често аероплани, код којих су две површине које носе једна над другом постављене. Ако горњи ток прорачуна применимо на такав један аероплан као овај у сл. 12, онда добијамо за изразе код једначина (4) и (4а):

$$c = 2\,v\sin\frac{\alpha}{2};\ F = \frac{hb}{2\sin\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

и за профил површине као у сл. 11:

$$h = h_2 + \frac{T\sin\alpha}{2b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15),$$

из једначине (5):

$$E = \frac{G}{2\cos\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{g}{h\,b\,\gamma}\cdot\frac{\sin\frac{b}{2}}{\cos\frac{b}{2}}}$$

добијамо после извесних свођења:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{(h_2\,b+\frac{T}{2}\sin\alpha)\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1-\cos\alpha^3)}} \quad . \quad . \quad (16)$$

ако у овој једначини ставимо $h_2\,b = f$, онда добијамо:

$$E = G\sqrt{\frac{G\,.\,g}{(f+\frac{T}{2}\sin\alpha)\,.\,\gamma}}\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3}} \quad . \quad . \quad (16a)$$

и исто тако као пре:

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{(f+\frac{T}{2}\sin\alpha)\gamma}}\sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Кад би овде било $\alpha = 0$, онда би било и $E = 0$, а $v = \sim$, са претпоставком, да се може при сваком углу γ и датим количинама f и T постићи потпуно правилно скретање ваздушног млаза. Пресек, кроз који ваздушни млаз, апсолутно узев, излази, према раније изведеном, је:

$$F = \frac{h\,b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{h_2\,b}{2\sin\frac{\alpha}{2}} + \frac{T}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

мерен управно на правац ваздушног млаза при

изласку. Без обзира на потребно правилно скретање ваздушног млаза, овог пресека мора бити, ако хоћемо да наступи израчунато дејство. Њега нпр. нема, ако имамо две подударне криве површине једну изнад друге.

Однос између чеоног отпора, површине која носи и потребног рада.

До сада смо код изведених једначина занемаривали сваки губитак и посматрали једино дејство ваздушног млаза скретаног од површина које носе. У ствари пак, сваки ће аероплан, што је у осталом јасно, имати површина. које не дејствују као површине које носе, него које при њиховом кретању кроз ваздух проузрокују отпор, који се мора савлађивати. Ове површине дају скелет направе за летење, мотор, путници као и вођ машине. У будуће ћемо те површине у кратко као чеону површину обележити.

Ако се једна површина (чеона површина) S креће кроз ваздух са брзином v, онда она трпи отпор.

$$w = S \frac{v^2 \gamma}{g} x .$$

нека се под изразом

$$s = S . x$$

разуме редуцирана чеона површина (при чему је x број који се има опитом одредити), која у првом реду зависи од облика површине. У овом случају који посматрамо, поглавито хоћемо да испитујемо цилиндричне површине, које се својом осом управно према ваздуху крећу, а сем тога у мањем обиму и површине, које су у правцу кретања заоштрене—сведене. Нарочито су Frank и Eiffel опитима одредили коефицијенте x за таква тела независно један од другога на разне начине са довољном подударношћу резултата.[1]) Вредност

$$w = \frac{v^2 \gamma}{g} s$$

можемо дакле са довољном сигурношћу да одредимо. Рад, који је потребан за кретање је онда:

$$Es \quad s \frac{\gamma}{g} v^3 \text{ mkg/sek} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

За овај рад имамо раније израчунат рад E да повећамо, ако хоћемо да напред описани чин буде могућан. Према томе је

$$E \text{ укупно} = E + Es$$

или са обзиром на једначине (5) (6) и (18)

$$E \text{ укупно} = G \sqrt{\frac{G . g}{h\, b\, \gamma}} \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)^3}} +$$

$$+ s \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{G . g}{h\, b\, \gamma} \sqrt{\frac{G . g}{h\, b\, \gamma}} \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{1}{\sin\alpha}} =$$

$$= G \sqrt{\frac{G . g}{h b \gamma}} \left(\sqrt[4]{\frac{1 - \cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)^3}} + \frac{s}{h b} \sqrt{\frac{1}{\sin^3 a}} \right) . \quad 19)$$

Изводом добија се (диференцирањем) као услов за минимум E укупно;

$$\frac{s}{h\, b} = \frac{1}{6} \frac{(1 - \cos\alpha)(2 - \cos\alpha)}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

за облик површине у сл. 11:

$$E_{\text{укупно}} = G \sqrt{\frac{G . g}{T . \gamma}} \left(\frac{1}{1 + \cos\alpha} + \frac{s}{T} \frac{1}{\sin^3\alpha} \right) \quad (21)$$

гласи услов

$$\frac{s}{T} = \frac{1}{3} \operatorname{tg}\alpha (1 - \cos\alpha)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22);$$

за један аероплан као у сл. 12.

$$E_{\text{укупно}} = G \sqrt{\frac{G . g}{(h_2 b + \frac{T}{2} \sin\alpha)\gamma}} \times$$

$$\times \left(\sqrt[4]{\frac{1 - \cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)^3}} + \frac{s}{h_2 b + \frac{T}{2} \sin\alpha} \times \right.$$

$$\left. \sqrt{\frac{1}{\sin^3\alpha}} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

гласи услов:

$$\frac{(4 + \cos\alpha) \sin^5\alpha}{8 (1 + \cos\alpha) \sqrt{\sin\alpha}} = \frac{\frac{s}{T}}{\frac{2}{}} \frac{2}{\frac{h\, b}{\frac{T}{2} \sin\alpha} + 1}$$

$$\times \left(\frac{2}{\frac{h\, b}{\frac{T}{2} \sin\alpha} + 1} + \cos\alpha \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Ови услови за минимум по свом облику нису згодни, да се према њима одреди најповољнији угао a; с тога је боље за сваки случај посебице пробањем то одређивање извршити.

из једначине (19) и (20) добијамо нпр за

$\frac{s}{hb} =$	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1
$a =$	6°00'	11°40'	$18_0$10'	27°00'	38°40'	46°40'
Eукуп. =	0,13	0,28	0,35	0,42	0,54	$0{,}6g\sqrt{\frac{G.g}{h.b.\gamma}}$

1) Z. од 1908 стр. 463, 1039, 1522.

из једначине (21 и 22) за

$\frac{s}{T}$ = 0,0025 0,05 0,01 0,02 0,05 0,01

α = 26°40' 31°00' 36°00' 41°40' 49°50' 56°20'

$E_{\text{укупно}}$ = 0.555 0,565 0,601 0,64 0,72 0.82 ×

$$\times G = \sqrt{\frac{G\,g}{T\cdot\gamma}}$$

Из ових таблица се види, да у избору угла α нисмо слободни, већ да смо за потпуно одређене количине везани. Мали углови α, који према раније реченом и према овим таблицама излазе као најповољнији, само су тако могућни, ако је чеона површина аероплана према површини која носи сразмерно врло мала.

Однос између терета и површине која носи:

Ако смо угао α и величину $\frac{S}{hb}$ према предњем одредили, онда можемо за рад да ставимо:

$$E_{\text{укупно}} = G\sqrt{\frac{G\cdot g}{h\,b\,\gamma}}\cdot A \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

и

$$v = \sqrt{\frac{G\cdot g}{h\,b\,\gamma}}\cdot B \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

При томе сама количина h . b не мора још бити одређена; писање једначина на горњи начин само је тако допуштено, дакле, ако се може узети, да је S бар приближно сразмерно hb, што, и ако не строго узев, у главном и одговара стању ствари.

Као што се види и као што је већ и раније истакнуто, укупан потребан рад расте са $^3/_2$ степеном целокупног терета, док брзина лѐта само са квадратним кореном расте, под иначе истим околностима. Рад и брзина опадају пак са квадратним кореном из hb, које је мерило за величину површине која носи. Из тога излази веома велика важност, која се мора дати што је могућно мањој тежини направе, док међутим повећање површине, која носи, сразмерно само мали утицај има, а нарочито због тога, што то повећање површине само по себи има последицу и повећање тежине направине. Шта више, и такав случај може наступити, да повећање површина, које носе, има за последицу пре погоршање но побољшање укупног резултата, и то у толико пре, што са повећањем количине hb опада брзина лета, а циљ свију тежњи је међутим свакако исто тако велика брзина лета као и постигнуће да се утроши што мање рада, који је потребан.

Укупни терет G сложен је из три дела: 1) из терета, који направа треба да дигне G_1, 2) из тежине мотора G_2 и 3) из тежине саме направе за летење G_3. При томе можемо моторову тежину ставити, да је пропорционална раду, који има да се утроши а тежина направе за летење да је пропорционална вредности hb, и тада имамо:

$$G_2 = \kappa_2\, E_{\text{укупно}} \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

и

$$G_3 = \kappa_3 \,.\, hb \quad \ldots\ldots \quad (28)$$

Преема томе имамо:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = G_1 + \kappa_2\, E_{\text{укупно}} + \kappa_3\, hb \quad (29)$$

и место једначине (25) можемо да пишемо:

$$E_{\text{укупно}} = A\,(G_1 + \kappa_2\, E_{\text{укупно}} + \kappa_3\, hb)\times$$

$$\sqrt{\frac{g}{\gamma}\,\frac{G_1 + \kappa_2\, E_{\text{укупно}} + \kappa_3\, hq}{hb}} \quad \ldots\ldots \quad (30);$$

а свођењем добијамо:

$$G_1 = \left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3}\left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3} - \right.$$

$$\left. - \kappa_2\,\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\,\kappa_3\right] hb \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

према томе двострук терет изискује и двоструку величину hb и двоструко $E_{\text{укупно}}$. Помоћу извода добијамо као најповољнији однос

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}:$$

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 3\,A\,\kappa_3\sqrt{3\,\kappa_3\,\frac{g}{\gamma}} \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

а с тим:

$$(G_1)_{max} = hb\,\kappa_3\left(2 - \frac{\kappa_2}{\kappa_3}\,\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right) =$$

$$= hb\,\kappa_3\,(2 - 3\,A\,\kappa_2\sqrt{3\,\kappa_3\,\frac{g}{\gamma}}) \quad \ldots\ldots \quad (33)$$

Често се тврди, да је грађење аероплана тек онда постало могућно, кад се је успело да се начине лаки мотори. Што се тиче потребног рада и површине, то, као што једначине (31) и (33) показују, не стоји у ствари. Мора само према једначини (31) да буде:

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3} - \right.$$

$$\left. - \kappa_2\,\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} - \kappa_3\right] \geqq 0$$

или

$$A \leqq \frac{\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\sqrt{\frac{\gamma}{g}}}{\left(\kappa_2\,\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} + \kappa_3\right)^{2/3}} \quad \ldots\ldots \quad (34).$$

Или према једначини (33)

$$\frac{k_2}{k_3}\,\frac{E\text{ укупно}}{h\,b} \leqq 2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

из једначине (32) излази величина A, која је потребна:

$$A = \frac{E\text{ укупно}}{h\,b}\cdot\frac{1}{3\,k_3\quad 3\,k_3\,\frac{g}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (36)$$

Ове једначине показују, како се са што је могућно мањим потрошком у раду може преносити што је могућно већи терет. То решење општег задатка, да се сагради један аероплан, можемо у извесном погледу означити као најпростије и најприродније. Али се и друго шта може од машине тражити Можемо нпр. тражити, да се постигне што је могућно већа брзина без обзира на рад, који ће се за то утрошити, а можемо такође тражити да се постигне што је могућно мањи потрошак у раду за пренос од једрог килограма терета, који има да се пренесе, и једног километра пређеног пута.

Однос између рада и брзине која се може достићи.

Према једначини (6) је:

$$v = \sqrt{\frac{G\,.\,g}{h\,b\,\gamma}\cdot\frac{1}{\sin\alpha}};$$

На основу једначине (25) можемо ставити:

$$G = \left(\frac{h\,b\,\gamma}{g}\right)^{1/3}\cdot\left[\frac{E\text{ укупно}}{A}\right]^{2/3}$$

а кад ту вредност заменимо у једнач. (6) онда добијамо:

$$v = \sqrt[3]{\frac{E\text{ укупно}}{h\,b}\cdot\frac{g}{\gamma}}\sqrt[6]{\frac{1}{A^2\sin^3\alpha}}$$

Ако и овде, као раније, ставимо:

$$A = \sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} + \frac{s}{b}\sqrt{\frac{1}{\sin^3\alpha}}$$

онда свођењем добијамо:

$$v = \sqrt[3]{\frac{E\text{ укупно}}{hb}\cdot\frac{g}{\gamma}}\times$$

$$\times\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Ако у једначину (6) на место G ставимо његову вредност из једначине (29)

$$G = G_1 + k_2\,E\text{ укупно} + k_3\,hb,$$

онда добијамо:

$$v = \sqrt{\left(\frac{G_1}{hb} + k_2\,\frac{E\text{ укупно}}{hb} + k_3\right)\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sin\alpha}} \quad . \quad . \quad (38)$$

Из једначине (37) излази:

$$\frac{E\text{ укупно}}{hb} = v_3\,\frac{\gamma}{g}\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{h\,b}\right) \quad . \quad (39)$$

Ако ту вредност заменимо у горњој једначини, онда добијамо:

$$v^2 = \left[\frac{G_1}{hb} + k_2\,v^3\,\frac{\gamma}{g}\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{h\,b}\right)+\right.$$

$$\left. + k_3\right]\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sin\alpha}$$

или:

$$v^2\,\frac{\gamma}{g}\,\sin\alpha\left[1 - k_2\,v\left(\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb\,\sin\alpha}\right)\right] =$$

$$= \frac{G_1}{hb} + k_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (40)$$

Да би за G_1, т. j. за терет који треба носити, биле могућне позитивне вредности, мора бити:

$$k_2\,v\,C = k_2\,v\left(\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}+\frac{s}{hb\,\sin\alpha}\right) < 1$$

Обично је дато k_2 а тражи се v; услед тога, да би смо постигли жељену сврху, морамо израз у загради учинити што мањим. Тај израз достиже твој минимум кад је:

$$^1/_2\,|\,2\,\frac{s}{h\,b} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\,\sin^2\alpha}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

На основу тога добијамо онда за:

$\frac{s}{h}$ = 0,0025 0,005 0,01 0,02 0,05 0,01

α = 1°20' 3° 4°50' 6°55' 10°55' 15°10'

c = 0,0273 0,133 0,178 0,252 0,401 0,572

Са $k_2 = \frac{1}{7}$ нашли бисмо као крајње недостижне граничне вредности за брзину:

v = 256 52,5 39 28 17.5 12,2 мтр/сек

одговар. 920 190 140 100 63 44 km/час;

са $k_2 = \frac{1}{28}$ четири пута веће бројеве од ових.

v = 256 52,5 39 28 17,5 12,2 m/сек.

одговар. 920 190 140 100 63 44 km/час;

а са $к_2 = \frac{1}{28}$ четири пута веће бројеве од ових.

Вредност $к_2 = \frac{1}{7}$ кгр. за 1 мкгр моторовог рада одговара од прилике тежини немачких аутомобилних мотора а $к_2 = \frac{1}{28}$ тежини лаких француских мотора за аероплане. Као што се из табеле види, брзине од 200 км/час, које многи проричу, и за које је у новије време расписана награда, могу се постићи само помоћу мотора који су лакши од аутомобилних; јер вредност

$$\frac{s}{h\,b} = 0{,}005$$

једва ако се сме за мање аероплане узети. С друге опет стране у новије време се све више и више долази до закључка, да је боље избегавати сасвим лаке моторе. При свем том, већ је довољно, ако се тежина мотора смањи од

$$к_2 = \frac{1}{7} \text{ kg/mkg на } к_2 = \frac{1}{12}$$

да би се постигла сврха, којој се тежи. Ако би било на пример

$$\frac{s}{h\,b} = 0{,}006,$$

онда би морало бити $\alpha = 3^{\circ}20'$, да би се постигла брзина од 200 км/час = 55,5 м/сек. Тада би било $C = 0{,}142$. Кад би даље $к_2 = \frac{1}{12}$ било а $к_3$ 5 и $G_1 = 75$, онда би из једначине (40) добили:

$$\frac{G_1}{h\,b} + 5 = 7{,}7 \quad \text{или} \quad G_1 = 2{,}7\ hb.$$

тако да би било за $G_2 = 75$

$$hb = 28{,}5\ m^2$$

Ако к томе рачунамо још округло 25 кг. горива, онда ће бити:

$$G_2 = 100\ a$$

$$hb = 37\ m^2$$

Из једначине (34) добијамо онда:

$$E_{\text{укупно}} = 610 \,.\, 8.5 = 5200\ mkg.$$

односно $= 6750$ „

Чему одговара рад од 69,5 и 90 коњских снага. Тежина направе износи онда укупно 150 одн. 180 kg.. тежина мотора 435 одн. 560 kg. дакле целокупан мртав терет износи: 585 одн. 740 кгр.

Однос између терета, који има да се пренесе — корисног терета — пређеног пута и потрошка у раду.

Нека је као и досад G_1 = корисном терету, v = брзина, $E_{\text{укупно}}$ = раду у mkgr/сек., онда ће вожња у толико целисходнија бити, у колико је већа размера:

$$o = \frac{G_1 \,.\, v}{E_{\text{укупно}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

Ако у овој једначини заменимо вредности за G_1 и v из једначине (31) и (37), онда после извесног свођења добијамо:

$$o = \left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{h\,b}}}$$

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} - \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{1/3} к_2 - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}\right)^{2/3} к_3 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42\,a)$$

Овај израз достиже свој максимум кад је:

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = \frac{2\,к_3}{к_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43),$$

помоћу чега добијамо:

$$o = \left(\frac{g}{\gamma}\right)^{1/3} \frac{1}{\left(\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{hb}\right)^{1/3}}$$

$$\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3} - \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}\,к_3^{1/3}\,к_2^{2/3}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (42\,b)$$

и

$$v \quad \sqrt[3]{\frac{2к_3}{к_2}\,\frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{\sqrt{2}\,\sin\alpha\,\sin\frac{\alpha}{2} + \frac{s}{h\,b}}} \quad . \quad . \quad (44)$$

и најзад за одређивање количине hb и самога $E_{\text{укупно}}$.

$$G_1 = hb\left[\frac{1}{A^{2/3}}\left(\frac{\gamma}{g}\right)^{1/3}\left(\frac{2к_3}{к_2}\right)^{2/3} - 3к_3\right] \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

При томе су углови α одн. A увек одређени једначинама (20) и (24).

Израз за o можемо у другом облику да пишемо стављајући за $E_{\text{укупно}}$ рад у мкг/сек. и означавајући ефекат вртешке са η_s дако да је потребан користан рад у К. С.

$$Ne = \frac{E_{\text{укупно}}}{75\ \eta_s}$$

Ако даље за једну К. С./час. потребан потро-

шак у гориву означимо са B а количину понетог горива на направи са $\mathfrak{B}$, онда је потрошња горива

$$\text{за } 1 \text{ К. С./сек.} = \frac{B}{3600},$$

те ће бити :

$$Ne = \frac{\mathfrak{B}\ 3600}{B} = \frac{E_{\text{укупно}}}{75\ \eta_s}$$

или

$$E_{\text{укупно}} = \frac{75\ \eta_s\ 3600\ \mathfrak{B}}{B} = \frac{270000\ \eta_c\ \mathfrak{B}}{B}$$

отуда излази :

$$o = \frac{G_1\ v\ B}{270000\ \eta_s\ \mathfrak{B}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46).$$

Онда је рад у мкгр. који је потребан за пренос :

$$T = G_1\ v = 270000\ \eta_2\ \frac{\mathfrak{B}}{B}\ o$$

или у километар килограмима :

$$T = 280\ \eta_3\ \frac{L}{B}\ o \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

т. ј. са $\mathfrak{B}$ килограма горива може се постићи преносни рад од T кгр. Км

Нека је н. пр. $\mathfrak{B} = 50$ кгр. $\eta_s = 0{,}6 \cdot B = 0{,}3$ кгр. и о према једначини (46) израчунато на 1,5, онда је :

$$T = 270 \,.\, 0{,}6 \,.\, \frac{50}{0{,}3} \,.\, 1{,}5 = 50500 \text{ кгр. Км..}$$

што значи да би са 50 гр. горива могли 100 кгр. корисног терета пренети на даљину од 505 Км. При томе није узето у рачун, да се потрошком горива смањује мртав терет (некористан терет), што би наравно дало бољи резултат.

Примери

За испитивање постављених односа нека нам послужи машина за летење, коју су саградили браћа Voisin, а која је позвата под именом Farman-ов аероплан и која је представљена сликама 13 и 14. а за тим за поређење Wright-ов аероплан са сл. 15 и 16., у колико о њему имамо података. Према податцима, које сам од градилаца ових аероплана добио, износи тежина Farman-овог аероплана заједно са машиновођем 530 кгр. а са машиновођем и једним путником 615 кгр. Чеона површина S износи према добивеним податцима округло 1 m²; ако на машиновођи, који вири ван затвореног његовог седишта рачунамо још $^1/_4$ m², онда добијамо S = 1.25 m². Као редуцирану чеону површину добијамо, ако x = 0,35 ставимо, s= 0,44 m². Од осталих података имам: Брзина лета износила је до 18 $^{m}/_{сек}$, моторов рад 50 К. С.е (ефективних коњских снага), а брзина, при којој је таман наступило лебдење, 14 $^{m}/_{сек}$. Ефекат вртешкин износио је преко 70 од сто. Према објављеним цртежима износио је угао $\alpha = \sim 24^0$; с обзиром на објашњење сл. 1 и 2 можемо са нешто већом вредношћу овога угла да рачунамо. Даље, из цртежа (што у појединостима можемо лако да израчунамо) излази према једнач. (6) и (19).

за α	20	24	30	35
h b	24,9	27,1	30,1	31,7
$\frac{s}{h\ b}$ =	0,01.6	0,0161	0,0146	0,0138
$\sqrt[4]{\frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)^3}}$ =	0,3	0,34	0,38	0,42
$\frac{s}{h\ b}\ \frac{1}{\sqrt{\sin^3\alpha}}$ =	0,088	0,059	0,037	0,03
A =	0,388	0,399	0,417	0,45
$E_{\text{укупно}}$ =	34,9	34,0	34,0	35,6 К. С.
v =	21,8	19,0	16,2	14.8 m/сек

ако узмемо да је укупан терет 530 кгр. што одговара оптерећењу, које чини сам машиновођа. Из горње се таблице види, да је за овај случај угао α, од 24⁰ и нешто више заиста најповољнији у односу на рад који је потребан да се утроши. Можемо слободно узети, да је овај угао помоћу многих опита утврђен као најповољнији, из чега излази, да је сагласност између рачуна и стварности потпуна. Даље, из те таблице видимо, да је мотор од 50 К. С. при ефекту од 70 од сто пре сувише јак но сувише слаб, што оправдава помисао, да машина може понети још и једног путника. У односу на потребан рад горњем рачуну потребна је још извесна поправка, о којој ћемо доцније говорити. И брзина лежи између граница које имамо у податцима. Што се тиче те брзине, за њу због тога не можемо добити потпуну сагласност између рачуна и опита, што при опиту добијамо разне брзине, јер исте зависе од правца ветра и његове јачине, а због краткоће времена, колико ова летења трају, о њима не можемо ни добити тачних података. Кад и то узмемо у обзир, онда и ту морамо узети да је сагласност између рачуна и опита потпуна. К томе долази још и то да се руковањем крмилових површина и премештањем тежишта целокупне направе (помоћу разног држања тела машиновође) може постићи промена у брзини, док год је мотор довољно јак, о чему ћемо на другом месту говорити. Рад пак, који је потребан, скоро је независан од противног ветра и његове јачине тако да ће се у томе рачун и опит боље слагати.

Што се тиче тежине Farman-овог аероплана можемо узети, да мотор са горивом и водом за хлађење тежи од прилике 250 кгр. машиновођа 65 кгр.; на

површине које носе и скелет остају дакле 315 кгр. Према томе можемо, узевши да је ефекат вртешке 75 од сто, ставити да је према једнач. (27) до (29)

$$G_1 = 65\,,\ k_2 = \frac{150}{75.50.0{,}75} = \sim 0{,}05,\ k_3 = \frac{315}{30} = 10{,}5$$

Даље је:

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = \backsim 94,$$ ако оставимо да је $hb = \backsim 30$ и $A = \backsim 0{,}4$. На тај начин добијамо:

$$G_1 = 30\left[\left(\frac{1{,}3}{9{,}81}\right)^{\frac{1}{3}} . 94^{2/3} . \frac{1}{0{,}4^{2/3}} - 0{,}05 . 94 - 10{,}5\right]$$

$= 126$ кгр. као највећи терет који помоћу те машине за летење можемо да подигнемо, а то је 27 од сто тежине машине и одговара од прилике тежини два сапутника.

Ако испитујемо, који је најповољнији однос $\frac{E\ \text{укупно}}{hb}$, добићемо према једначини (32):

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 3 . 0{,}4 . 10{,}5 \sqrt{3 . 10{,}5 \frac{9{,}81}{1{,}3}} = 194$$

према 94 како је изведено. Претпоставка за тачност израчунате вредности била би, као што смо већ неколико пута нагласили, да је тежина конструкције, која носи, од 315 кгр. пропорционална површини hb. Али нарочито Farman-ов аероплаан показује опет многе делове чија је тежина непроменљива, која не зависи од величине површина које носе. Ти делови су носач, који предње површине које носе везује са задњим, скелет са машиновођиним седиштем и точковима као и крмило. Њихова тежина ће свакако износити $^4/_{10}$ целокупне тежине, т. ј. око 125 кгр Ту тежину можемо додати тежини G_1 и онда имамо:

$$k_3 = \frac{315 - 125}{30} = 6{,}33$$

и

$$\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 3 . 0{,}4 . 6{,}33 \sqrt{3 . 6{,}33 . \frac{9{,}81}{1{,}3}} = 91$$

према 94 како је изведено. Помоћу $\frac{E\ \text{укупно}}{hb}$ добили бисмо:

$$hb = 31\ \text{qm}$$

а према једнач. (33)

$$G = 31 . 6{,}33 \left(2 - 0{,}4 . 0{,}05 \sqrt{27 . 6{,}33 . \frac{9{,}81}{1{,}3}}\right) = 251\ \text{к.}$$

да би смо одатле добили величину корисног терета имамо од тога да одбијемо 125 кгр. на рачун скелета и т. д., тако да ћемо као и пре добити

$$G = 126\ \text{кгр.}$$

т. ј. размере Farman-овог аероплана које се односе на величину површина које носе заиста су најповољније. У новинама смо могли читати у оно време, које је предходило успесима Farman-овим да је величина задњих површина које носе смањена, и да су тиме добивени бољи резултати, а то би према показаном рачуну потпуно одговарало приликама.

Лошије стоје односи у погледу на моћ преношења. Ако је $B = 0,\ 4$ а $\mathfrak{B} = 1$, онда је:

$$o = 1{,}68 \text{ и } \mathfrak{T} = 2{,}8\ \text{km.}$$

за једног сапутника. Са $\frac{E\ \text{укупно}}{hb} = 200$ као најповољнијом вредношћу, при чему би изнело $Ne = 62$ К. С. на место 50 К. С., и $hb = 16{,}2$ на место окр. 30 m^2 даље $v = 21{,}4\text{m/sec.} = 77$ km./час на место $v = 16$ m/сек. $= 57.5$ km/час, могли бисмо достићи:

$$o = 168.$$

и

$$\mathfrak{T} = 3{,}2\ \text{km.}$$

Ако сравнимо аероплан браће Wright са Farman-овим у колико је то могућно при мало и то нетачних података, који ми стоје на расположењу наћи ћемо следеће:

Wright-ов аероплан тежак је према податцима у Z. d. v. d. J.[1]) 280 кгр. његов мотор производи 24 К. С. при својој тежини од 90 кгр. Ширина крила износи око 12,5 m. одстојање једне површине од друге око 2,5 m. Узимамо да је $h = 0.5$ те према томе $hb = 37{,}5\ m.^2$ округло. Судећи по фографијама изгледа да је угао α мали и једва да је 20^0 велики. На против s ће свакако бити приближно толико исто као и код Farman-овог аероплана. Одговарајући томе нека буде $A = 0{,}38$. Летења Wright-ова изведена су са оптерећењем, које одговара тежини 2 сапутника, дакле око 131 кгр. То би било готово 50 од сто од тежине направе.

Према једначини (25) било би онда:

$$E\ \text{укупно} = \frac{410}{75} \sqrt{\frac{410 . 9{,}81}{37{,}5 . 1{,}3}} . 0{,}38$$

$$= 18{,}8\ \text{К. С.}$$

Према томе би ефект вртешкин морао бити 78 од сто. То би још било могућно. Али није ни то искључено, да односи у појединостима мало и другаче стоје, при чему би резултат у једном или другом правцу могао и другаче испасти.

Коефецијенат k_2 био би сличан кад и код Farman-a:

$$\frac{90}{20{,}7 . 75} = 0.0575$$

1.) Види Zeitschrift des Vereines deutscher Jngenieure од 1908 год. стр. 1369.

На скелет направе остају 280 — 90 = 190 кгр.

На рачун постоља и подупирача који га везују са осталом конструкцијом можемо од те тежине одбити 50 кгр. као тежину која је непроменљива и онда имамо:

$$k_3 = \frac{190 - 50}{37,5} = \frac{140}{37,5} = 3,74$$

Према томе би најповољнија вредност за $\frac{E_{\text{укупно}}}{hb}$ била према једнач. (32)

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 3 \,.\, 0,38 \,.\, 3,74 \sqrt{3 \,.\, 3,74 \,.\, \frac{9,81}{1,3}} = 39,3$$

Изведено је пак:

$$\frac{20,7 \,.\, 75}{37,5} = \sim 41,4$$

Дакле и овде можемо утврдити, да се рачун и опит довољно слажу — подударају.

Ако сравнимо резултате Farman-ове са Wright-овим, онда, на основу рачуна, можемо рећи, да привидно преимућство Wright-ове конструкције у првом реду можемо да припишемо мањој тежини направе, како изгледа, делимично на рачун трајашности, а делимично на рачун готовости у раду; јер, лако је увидети, да је аероплан на салинцима лакши него на точковима, и да аероплан на салинцима не може са сваког места полетети. Мања тежина употребљена је сем тога још и на рачун стабилности, у колико Wright-ов аероплан нема репа те је тиме за тежину носача, који би носио реп, лакши. Овај последњи недостатак накнађује Wright свакако својом личном већом окретношћу и потпунијом могућности у крмањењу. С тога се не може рећи да је Wright-тов аероплан у примућству над Farman-овим због свога дејства у дизању, него на против само због лакшег управљања њиме. Само у томе погледу значи он несумњив напредак. Ако занемаримо чеони отпор па посматрамо само подигнуте терете, који према горњим рачуннма стоје у размери као 2 : 3 онда би Wright-ов мотор производио:

$$35 \,.\, {}^2/_3 \sqrt{{}^2/_3} = 19 \text{ К. С.}$$

т. ј. ако узмемо да Farman-ов мотор производи 35 К. С. А тако у ствари и јесте.

Да покажемо још, како и при знатно већим тежинама мотора може аероплан да буде успешан што се тиче моћи дизања и величине површина.

Нека је нпр.

$k_2 = 0,28$ на место 0,05. т, ј. 5,6 пута веће него горе.

$k_3 = 7$ на место 6,33 односно 4,5.

Онда би према једначини (35) морало да буде:

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} \leqq 2 \frac{k_3}{k_2} - 2 \,.\, \frac{7}{0,28} = 50$$

Ако узмемо

$$\frac{E_{\text{укупно}}}{hb} = 40,$$

онда би било према једначини (36).

$$A = 40 \frac{1}{3 \,.\, 7 \sqrt{21 \,.\, \frac{9,81}{1,3}}} = 0,162$$

А с тиме би према једначини (31) било:

$$G = hb \left(\frac{1}{0,162^{2/3}} \, 40^{2/3} \left(\frac{1,3}{9,81} \right)^{1/3} - 40 \,.\, 0,27 - 7 \right) = 2,2 \, hb$$

Ако рачунамо користан терет и константне тежине направине

$$G = 1000 \text{ кгр.}$$

онда добијамо:

$$hb = 455 \text{ m}^2$$

Потребан рад би био:

$$\frac{455 \,.\, 40}{75} = 236 \text{ К. С.},$$

који би рад вртешка имала да изврши, или узимајући да је ефекат вртешкин 0,7:

340 К. С.

Тежина машине би била	236.75 0,28	= ~	5000	кгр.
„ скелета „ „	455.7	= „	3200	„
„ корисног терета и конст. теж.		= „	1000	„
		Свега	9200	кгр.

Вредност A = 0,162 одговарала би малом углу α. Претпоставка за могућност његову била би, да се $\frac{s}{hb}$ може довољно малим да начини, што према обиму, који би цела машина имала, као могућно изгледа.

За такву једну машину не мислим овим примером пропагирати. Али ако се опоменемо оних вести о Maxim-овом аероплану од 360 К. С. са укупном тежином направе од 3600 кгр. при чему је угао α био између 6^0 и 10^0, и који је почетком деведесетих година опробан био и при томе на кратка одстојања летео онда налазимо, да је и та машина била потпуно према свему што напред изложисмо подешена, и, ако стабилност не узмемо у обзир, не можемо наћи разлога, за што је таква једна машина морала имати мање успеха него данашње мале машине са лаким моторима.

Напоменуо сам већ, да рачун за Farman-ов аероплан у једној тачци имамо још да исправимо. Из сл. 13. види се, да тангента *a*, повучена на површину која носи, склапа са вртешкином осовином угао од ~ 5^0. Можемо сад у двоумици бити, да ли при нормалном лету вртешкина осовина остаје

као у слици водоравно, дакле да струјање ваздуха бива као у сл. 9., или тангента α, пада у правац кретања, при чему би онда вртешка била косо на више управљена. На моје питање, браћа Voisin известили су ме, да је ово последње случај. У том случају дејствује онда вртешка услед свог косог положаја директно "ижући. Тиме се повећава за нешто моћ дизања. Због тога је потребно ову конструкцију још једном испитати.

Односи између рада и брзине кад вртешка стоји косо.

Утицај чеоног отпора ћемо узети ради довољног упрошћења за ову сврху као коефицијенат ηt у рачун, тако да ћемо за хоризонтални отпор добити придржавајући се ознака у сл. 17.

$$\frac{H}{\eta t} = \frac{hb\gamma}{g\eta t} v^2 (1 - \cos \alpha)$$

при чему све остале ознаке важе као и пре,

ηs нека буде вртешкин ефекат

S вртешкина вучна снага у напред

V дижућа сила површина које носе.

Онда мора бити:

$$v = \frac{hb\gamma}{G} v^2 \sin \alpha = G - S\eta s \sin \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

и

$$\frac{H}{\eta t} = \frac{hb\gamma}{G\eta t} v^2 (1 - \cos\alpha) = \eta s \, S \cos \beta \quad . \quad . \quad (49)$$

из једначине (48) имамо:

$$v^2 = \frac{G - \eta s \, S \sin \beta}{hb \gamma \sin \alpha} G,$$

а из једначине (49) кад сведемо:

$$S = G \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha - 2\beta}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

и

$$v^2 = \frac{Gg}{2hb\gamma} \frac{\eta t}{\eta t \, ctg \frac{\alpha}{2} + tg\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

Најзад добијамо E из једнач. (50 и 51):

$$E_{\text{укупно}} = S \frac{v}{\cos \beta}$$

$$= \frac{G}{\eta s} \sqrt{\frac{G.g}{2 hb \gamma}} \frac{1}{\cos^2 \beta \sin \frac{\alpha}{2}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\eta t}{(\eta t \, ctg \frac{\alpha}{2} + tg \beta)^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

Ако према резултатима ранијег рачунања за Farman-ов аероплан ставимо $\eta t = 0{,}95$, $\eta s = 0{,}75$ $G = 615$ кгр. (два сапутника), $\alpha = 24^0$, $\beta = 5^0$, $hb = 30.1$, онда за потребан рад моторов добијамо;

$$E_{\text{укупно}} \quad \frac{615}{75.0{,}75} \sqrt{\frac{615.9{,}81}{2.30{,}1.1{,}3}} \frac{1}{0{,}996 \, . \, 0{,}21}$$

$$\sqrt{\frac{0{,}95}{(0{,}95.4{,}7+0.09)^3}}$$

$$= 46{,}1 \text{ К. С.}$$

на место ≈ 50 К. С према ранијем рачуну. Па пошто мотор даје 50 К. С., онда из тога излази да би већ и ефекат вртешкин и од 69% био довољан да омогући Farman-ове успехе у летењу.

Из овога примера се јасно може видети, како потребна количина рада за летење опада, кад се вртешка косо постави. У исто време опада нешто и брзина, и то у толико више у колико је косији положај вртешкин. Ну, то не желимо, и већ из тога разлога задовољићемо се увек са мањом косином вртешкиног положаја. Ка томе још долази, да и ефекат вртешкин при јако косо постављеној вртешки такође опада. Из напред изведених једначина можемо извести закључак, да је најповољнији угао $\beta = 90^0$, дакле да вртешка управно стоји. Али, не узимајући у обзир ово што рекосмо, имамо да напоменемо овде, да те једначине у опште вреде само за мале углове β пошто је ефекат вртешкин при њиховом извођењу узимат као непромењљив; у ствари пак он је, не узимајући у обзир β и v, и независан, као пто ћемо сад показати.

Ефекат вртешкин.

У овоме, што следује, хоћемо да одредимо ефекат без обзира на мање или више повољан облик саме вртешке, већ само према његовој зависности од кретања вртешке у напред и вучне снаге у напред, при чему ћемо узети да је угаона брзина непроменљива.

Ако са v означимо брзину вртешке у правцу њене осовине, са c брзину ваздушне струје кроз вртешку, са F пресек те ваздушне струје, онда мора вртешка брзину ваздуха од v на c да повећа. Томе убрзању, које је за то потребно, одговара реакција :

$$S = \frac{F \, . \, \gamma}{g} c \, (c - v) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

и рад :

$$E' = \frac{F \gamma}{g} c \left(\frac{c^2 - v^2}{2}\right)$$

Ка овоме раду додаје се још и рад, који мора да се употреби на савлађивање штетних отпора, који се троши на трење и образовање вртлога који свакако можемо сматрати, да је пропорци-

оналан пресеку F, и кубу брзине, c^3, и онда имамо:

$$E'' = \frac{F\gamma}{2g}\,[c\,(c^2 - v^2) + w\,c^3]$$

При томе бисмо морали узети, да је струјање ваздуха паралелно са осовином вртешкином. То међутим није тачно; на против брзина c ће пре представљати само пројекције стварних брзина које одступају од вртешкине осовине својим правцем. Да бисмо и то унели у рачун, треба E'' да поделимо са још једном коефицијентом η_v који би био мањи од 1 и свакако зависан од односа између брзина v и c као и од облика вртешкиног; према томе наравно ништа се у опште одређено не може рећи о η_v, и ми добијамо:

$$E = \frac{F\gamma}{2g\eta_v}\,[c\,(c^2 - v^2) + w\,c^3] \quad \ldots\ldots (54)$$

Вртешка врши рад **S** . v, ако се са силином S и брзином v у напред креће. Као ефекат вртешкин добијамо дакле:

$$\eta_s = \frac{\frac{F\gamma}{g}\,c\,v\,(c - v)}{\frac{F\gamma}{2g\eta_v}\,[c\,(c^2 - v^2) + wc^3]}$$

и, ако ставимо:

$$\frac{v}{c} = \sigma \quad \ldots\ldots (55)$$

онда је:

$$\eta_s = \frac{2\,\eta_v\,\sigma\,(1 - \sigma)}{1 - \tau^2 + w} \quad \ldots\ldots (56)$$

а према једначини (54):

$$E = \frac{F\gamma}{2g\eta_v}\,c^3\,[(1 - \sigma^2) + w\,\sigma^3] \quad \ldots\ldots (57)$$

и према једначини (53) и (55):

$$S = \frac{F\cdot\gamma}{g}\,c^2\,(1 - \sigma) \quad \ldots (58)$$

Под именом *слип* (Slip) код вртешке, односно пропелера, разуме се однос

$$s = \frac{c - v}{c} = 1 - \sigma$$

На основу тога можемо да пишемо и:

$$\eta_s = \frac{2\,\eta_v\,s\,(1 - s)}{(2 - s)\,s + w}$$

при чему је пак η_v и само функција од σ односно s. Вредност η_s достиже свакако при извесној вредности од σ т. ј. $\frac{v}{c}$, свој максимум. Ако се v при константном броју обрта, т. ј. константном c, промени, онда се мора и σ и η_s променити.

Ако машина за летење, која има да се креће у напред, има непроменљив облик и положај у правцу кретања, онда је њен отпор у кретању према раније реченом пропорционалан са v^2; њега дакле можемо ставити $= K_1 v^2$. С друге стране опет он мора у равнотежи бити са кретном снагом вртешке S, те према једначини (53) односно (58(и (55) имамо:

$$K_1 v^2 \quad S = \frac{F\gamma}{g}\,c\,(c - v) =$$

$$= \frac{F\gamma}{g}\,c^2\,(1 - \sigma) = \frac{F\gamma}{g}\,v^2\,\frac{1 - \sigma}{\sigma^2}$$

Према томе ће, ако је брзина лета као и остали односи прописана, равнотежа наступити само при извесној вредности σ_0 коју можемо одредити из:

$$\frac{1 - \sigma}{\sigma^2} = \frac{K_1\,.\,g}{F\,.\,\gamma} \quad \ldots\ldots (59)$$

С друге стране опет, ако ради мотор, који служи за кретање вртешке. са једнаком снагом у сваком свом ходу, што је нпр. случај код мотора са клипом а без регулатора, онда је његов рад пропорционалан броју обрта у минуту, т. ј. једнак је производу $K'_2\,n$, па пошто је и c пропорционално n, онда је тај рад раван и $K_2\,c$. Рад пак, који захтевамо од мотора, је, као што смо одредили већ, према једначини (54) односно (57).

$$E = \frac{F\gamma}{2g\eta_v}\,(1 - \sigma^2 + w)\,c^3$$

Равнотежа ће бити, ако је:

$$\frac{F\gamma}{2g\eta_v}\,[(1 - \sigma_0^2) + w]\,c^3 = K_2\,.\,c,$$

при чему је σ_0 према горњем одређено помоћу једначине (59).

Из тога излази:

$$c = \sqrt{\frac{2g\,\eta_v\,K_2}{F\gamma\,(1 - \sigma_0^2 + w)}} \quad \ldots\ldots (60)$$

Са тим је међутим одређен и број обрта мотора као и брзина лета v.

Из свега овога излази да један дат мотор, са вртешком одређеног облика спојен, и у направу одређеног облика уметут, само једну у напред одређену брзину v може дати тој направи. Пошто с друге стране опет једна потпуно одређена брзина v мора бити постигнута, ако хоћемо да наступи лебдење, онда је јасно да се само подесним стицајем свих поменутих околности може успех постићи.

Горе речено вреди на исти начин у осталом и за ваздушне лађе[1]) само што су овде прилике у толико повољније, што постигнута брзина или брзина, која има да се постигне v није тако тесно

1) сравни Z. 1908. год. стр. 1185, Zeppelin: Erfahrungen im Bau von Luftschiffen.

ограничена. У оба случаја се може, ако постигнута брзина није довољна, у извесним приликама постићи повећање брзине, као што излази из једнач. (60) 1^0) смањивањем пресека F, 2^0) повећањем K_2 т. ј. у првом реду променом у висини хода вртешкиних пера, претпостављајући, да се промене од K_1 односно K'_2 не желе или да нису могућне.

Ни у ком се случају пак (изузев случајности не може променом једне од тих количина постићи *најбољи* резултат, јер се тиме σ опет мање више својевољно одређује, а максимум ефекта вртешкиног одговара само једној потпуно одређеној вредности од σ. Таква једна промена мора дакле да буде последица само дубоке студије свију појединих познатих околности.

Та сложеност прилика и околности објашњује нам, без обзира на друге околности, које смо већ делимично проучили, и о којима ћемо у доцнијим расправама још говорити. колико је много опита и покушаја потребно, пре но што се са једном машином за летење постигне успех.

Први успех ће се свакако увек у томе састајати, што ће аероплан крађу дужину прелетети. Величина ове дужине зависиће од стабилности целе направе и умешности, са којом машиновођа ову стабилност уме да одржи, не узимајући наравно у обзир мање или више неповољне спољне прилике Ако се баш при тим првим покушајима десе рђаве околности, тако да се услед изгубљене стабилности поломи аероплан или појединн делови, онда ће се машиноћа тек полагано и са великим трошковима моћи довољно извежбати. С тога треба аероплан, који у напред обећава што је могућно потпунију сигурност за одржавањем стабилности, свакако претпоставити другом ком мање савршеном. И у том ће се правцу даљи развој и усавршавање свакако и кретати. Лаки аероплани у томе правцу надмашују тешке и гломазне. Код лаких аеропланова довољна је једна промена у положају машиновођина тела па да измени тежиште целокупне направе и да дејствује на супрот случајним моментима претурања. Тако исто, за брзо стављање у покрет крмила потребна је сразмерно мала снага. Код тешких аероплана је тежина машиновођина према укупној тежини целе направе врло мала и без утицаја а направе за крмање дејствују само онда, кад се велика снага употреби. Да би њима могао машиновођа да рукује, потрени су дакле преноси, који брзину дејства у моменту опасности отежавају, ако је и не искључују. То су те околности, које нам дају права да тврдимо, да су тек лаки мотори могли да омогуће решење питање о лету са аеропланима, али само дотле, док не будемо успели да постигнемо аутоматско одржање стабилности, одн. докле год то аутоматско одржавање стабилности не буде било могућно.

У питању, да ли преимућство припада ваздушној лађи или аероплану тешко се је одлучити; обе направе су по својој врсти и дејству и сувише различите За цело ће обе једна поред друге моћи егзистирати и ако за разне сврхе. Код обојих расте утрошак у раду са рашћењем корисног терета, али у колико се без испитивања у појединостима може закључити, брже код аероплаиа но код ваздушне лађе. Али једно изгледа да је вероватно, да ће аероплан одржати победу над ваздушном лађом у ширењу њиховом у области шпорта.

Прелазне кривине код железница.

Dr технике K. Watorek у часопису Organ fur die Fortschrite des Eisenbahnwesens изводи једначину за прелазне кривине по сасвим другим принципима но што је до сад рађено.

Пошто критички пропрати недостатке до сад примењене прелазне кривине, он поставља ове услове :

1). Вредност полупречника кривине мерена у оси колосека као и у оној линији коју описује пројекција тежишта воза мора се потпуно мењати па зато мора и надвишење у прелазном луку бити изведено по непрекидној линији, без скокова,

2). Оса колосека мора бити сведена линија чији полупречници кривине на сваком месту одговарају дотичном надвишењу, те се вредности полупречника кривине морају поступно мењати од $\varrho = \infty$ до $\varrho = r$ колико износи полупречник дане кривине.

3). Линија коју описује тежиште мора бити такође непрекидна крива линија чији полупречници кривине поступно опадају од $\varrho = \infty$ до ϱ r.

Рачунске количине имају овај значај.

η = висина надвишења на ма ком месту прелазног лука.

χ = апсциса дотичне тачке мерена од почетка прелазног лука

$1/n$ = нагиб надвишења на превоју

h = надвишење у кривини

l = дужина прелазног лука

ϱ = полупречник кривине у оси колосека

ϱ_1 = „ „ „ прелазном луку

r = полупречник кружног лука
y = одступање осе колосека од исте праве мерено у хоризонтакној пројекцији.
ξ = одступање линије коју описује тежиште од исте праве мерено у хориз. пројекцији
t = висина тежишта кола над шинама
s = ширина колосека
v = брзина вожње
o = одступање тежишта од осе колосека мерено у хоризонталној пројекцији
g = убрзање теже

$$C = \frac{s\,v^2}{g}$$

1. *Линија надвишења*

У опште можемо поставити ову еквацију:

$$\eta = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots a_n x_n$$

Према горњим условима ова линија има да испуни ове погодбе:

1). На почетку кривине надвишења, за x = o мора бити:

a). Надвишење $\eta_{(x=o)} = 0$

b). Дирка на кривину надвишења мора бити хоризонтална дакле мора бити:

$$\frac{d\eta}{dx_{(x=o)}} = 0$$

c). Да би линија коју описује тежиште на свом почетку добила полупречник кривине = ∞ мора бити

$$\frac{d^2\eta}{dx^2_{(x=o)}} = 0$$

Ово се изводи из ове еквације:

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2\xi}{dx^2}}$$

ϱ_1 може добити вредност ∞ само ако буде

$$\frac{d^2\xi}{dx^2_{(x=o)}} = o$$

2). За одређену вредност $x = x_1$ мора бити ово

a). С обзиром на витоперност колосека мора дирка на кривину надвишења имати према хоризонтали одређен нагиб, дакле:

$$\frac{d\eta}{dx^2_{(x=x_1)}} = \frac{1}{n}$$

b.) Мора у тој тачци бити превој дакле;

$$\frac{d^2\eta}{dx^2_{(x=o_1)}} = o$$

3.) На крају прелазног лука за $x = l$.

a.) Мора бити $\eta_{(x=l)} = h$, величини која одговара полупречнику кружног лука r.

b.) Дирка на кривину надвишења у тој тачци мора бити хоризонтална дакле:

$$\frac{d\eta}{dx\,(x=l)} = 0$$

c.) да би полупречник кривине оне линије коју описује тежиште на крају прелазног лука добио вредност $\varrho = r$ мора бити:

$$\frac{d^2\eta}{dx^2}\,(x=l) = 0$$

Погодбе 1_a 1_b и 1_c дају

$$a_0 = a_1 = a_2 = 0$$

Осталих пет погодаба од 2_a до 2_c дају могућности да се одреде вредности x_1 и l и да се за еквацију тражене линије узме линија петог степена.

$$\eta = a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5$$

чији је први извод

$$\frac{d\eta}{dx} = 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + 5a_5 x^4$$

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = 6a_3 x + 14a_4 x^2 + 20a_5 x^3$$

Условне еквације дају:

по 2_a : $3a_3 x_1^2 + 4a_4 x_1^3 + 5a_5 a_1^4 = \frac{1}{n}$ . . α
„ 2_b : $6a_3 x_1 + 12\alpha_4 x_1^2 + 20a_5 x_1^3 = 0$ . . . β
„ 3_a : $a_3 l^3 + a_4 l^4 + a_5 l^5 = h$ . . . γ
„ 3_b : $3a_3 l^2 + 4a_4 l^3 + 5a_5 l^4 = 0$ . . . δ
„ 3_c : $6a_3 l + 12a_4 l^2 + 20a_5 l^3 =$ ε . . . o

Из еквација γ, δ и ε добија се:

$$a_3 = \frac{10\,h}{l^3};\ a_4 = \frac{15\,h}{l^4};\ a_5 = \frac{6\,h}{l^5}$$

Заменом ових вредности у екв. α и β добијамо:

$$x_1 = \frac{3 \cdot 5}{2^3}\ n\,h \quad \ldots\ldots\ldots 1$$

$$l = \frac{3 \cdot 5}{2^4} \cdot n\,h = 2x_1 \quad \ldots\ldots 2$$

Према томе сачиниоци a_3 a_4 и a_2 имају ове вредности:

$$a_3 = \frac{2^{10}}{3^3 \cdot 5^2 \cdot n^3 \cdot h^2}$$

$$a_4 = \frac{2^{12}}{3^3 \cdot 5^3 \cdot n^4 \cdot h^3}$$

$$a_5 = \frac{2^{16}}{3^4 \cdot 5^5 \cdot n^5\,h^4}$$

Отуда еквација кривине надвишења:

$$\eta = \frac{2^{10}}{3^3 . 5^2 . n^3 . h^2}\left(x^3 - \frac{2^2}{5nh}x^4 + \right.$$

$$\left. + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2}x^5\right) . . . . . 3.$$

II. **Оса колосека**

У свакој тачци осе колосека треба полупречник кривине да одговара надвишењу на том месту треба дакле да буде

$$\eta = \frac{C}{\varrho} . . . . . n$$

За слабо савијене луке може се приближно а доста тачно ставити

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Из еквација 3 и n добићемо:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{2^{10}}{3^3 5^2 C n^3 h^2}$$

$$\left(x^3 - \frac{2^2}{5 nh}x^4 + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2}x^5\right) . . . . 4)$$

што нам преставља диференцијалну еквацију осе колосека. — Интегралењем добићемо:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2^8}{3^3 5^2 . C . n^3 h^3}$$

$$\left(x^4 - \frac{2^4}{5^2 nh}x^5 + \frac{2^7}{3^2 . 5^3 n^2 h^2}x^6\right) . . . . 4)$$

$$y = \frac{2^8}{3^3 . 5^3 . C n^3 h^3}$$

$$\left(x^5 - \frac{2^3}{3 . 5 . nh}x^6 + \frac{2^7}{3^2 . 5^2 . n^2 h^2}x^7\right) . . . . . 6)$$

Обе интегралне константе равне су нули, јер је за

$$x = 0 \text{ и } \frac{dy}{dx} = 0 \text{ и } y = 0$$

Ако ставимо леве стране еквација 5 и 6 равне нули па их решимо по x онда се лако уверавамо да је за $x = 0$ и $y = 0$;

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ и } \frac{d^2y}{dx^2} = 0.$$

Дакле оса колосека додирује праву осу колосека и има на додиру бескрајно велики полупречник кривине. Иначе се почев од вредности $x = 0$ до $x = l$ не добијају реалне вредности што значи да ова оса колосека никако не пресеца праву да нема ни минимума ни максимума па ни превојне тачке дакле оса колосека је континуивни лук.

За поједине тачке ове криве линије имамо:

За $x = 1/2 = \frac{3 . 5}{2^4} . nh$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{h}{2C} = \frac{1}{2r} . . . . . 7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 . 5^2 . nh^2}{2^9 . C} . . . . . 8)$$

$$y = \frac{3^3 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^{10} . C} . . . . . 9)$$

За $x = l = \frac{3 . 5}{2^3} . nh$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{h}{C} = \frac{1}{r} . . . . 10)$$

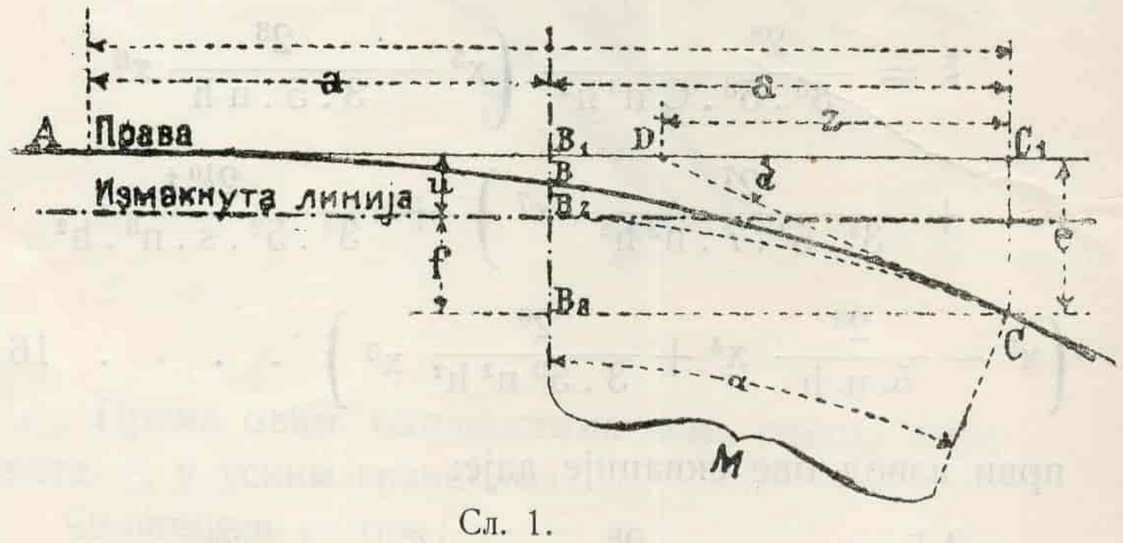
$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 . 5 . nh^2}{2^4 C} = \operatorname{tg}\alpha . . 11) \text{ вид. сл. 1.}$$

$$y = \frac{3^2 . 5^2 n^2 h^3}{7 . 2^6 . C} = e . . . 12) \text{ вид. сл. 1}$$

Еквација **10** показује да је полупречник кривине осе колосека на крају прелазног лука исто онолики колико и полупречник кружног лука те је према томе испуњена погодба о поступном опадању полупречника кривине колосекове осе од ∞ до вредности r.

Употреба прелазног лука условљава да се круг измакне ка центру кривине за дужину *u* (види сл. 1 2 и 3).

Да бисмо одредили положај прелазног лука наспрам кружне кривине колосека треба да срачунамо још меру за колико одстоји тачка B_2 од краја C прелазног лука; Тачка B_2 је додирна тачка продужене кружне кривине и праве померене за количину *u* (в. сл. 1)



Сл. 1.

У троуглу B_3 C M је:

B_3 C = a r sin α или приближно = r tg α; $r = \frac{C}{h}$

и за tgα добијамо вредност из еквације h, те је:

$$a = \frac{3.5}{2^4} nh = l/2$$

Величина померања и изводи се из $u = e - f$ где је f стрелица што одговара тетиви 2a. — Приближно је:

$$f = \frac{a^2}{2r} = \frac{3^2 . 5^2 n^2 h^3}{2^9 C}$$

Из еквације 12 имаћемо:

$$u = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^6 C} = \frac{3^2 5^2 . n^2 h^3}{2^9 . C} =$$

$$\frac{3^2 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^9 . C} = \frac{e}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14$$

Из троугла $C C_1 D$ наћићемо остојање $C_1 D$ пресека дирке на крају, C D, с правом мерено од краја лука

$$z = C_1 D = \frac{e}{tg\alpha} = \frac{3 . 5 . nh}{7 . 2^2} = {}^2/_7 l \quad . \quad . \quad . \quad 15$$

Еквације 9 и 15 дају нам потребне податке за обележавање.

III. **Путања тежишта**

Услед надвишења измиче се пројекција тежишта ка центру кривине за $\partial = \frac{t}{s} . \eta$

Мера за колико се поменута пројекција тежишта одличе од првобитне праве добија се кад додамо *y*, меру за колико сама оса колосека одмиче од праве; по томе је еквација линије која преставља пројекцију тежишта:

$$\xi = y + \frac{t}{s} . \eta \; ; \; \frac{d\xi}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{t}{s} \frac{d\eta}{dx}$$

и

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{t}{s} . \frac{d^2\eta}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad p$$

и кад уведемо вредности:

$$\xi = \frac{2^8}{3^3 . 5^3 . C\, n^3 h^2} \left(x^5 - \frac{2^3}{3 . 5 . n\, h} x^6 + \frac{2^7}{3^2 . 5^2 . 7 . n^2 h^2} x^7 \right) + \frac{2^{10} t}{3^3 . 5^2 . s . n^3 . h^2} \left(x^3 - \frac{2^2}{5 . n . h} x^4 + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2} x^5 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16$$

први извод ове еквације даје:

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{2^8}{3^3 . 5^2 . C . n^3 h^2} \left(x^4 - \frac{2^4}{5^2 nh} x^5 + \frac{2^7}{3^2 . 5^3 n^2 h^2} x^6 \right) + \frac{2^{10} t}{3^2 . 5^2 . s . n^3 h^2} \left(x^2 - \frac{2^4}{3 . 5 . nh} x^3 + \frac{2^6}{3^2 . 5^2 . n^2 h^2} . x^4 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17$$

Други извод:

$$\left(\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{2^{10}}{3^3 . 5^2 . s\, n^3 h^2} \left(x^3 - \frac{2^2}{5^2 . n\, h} x^4 + \frac{2^6}{3 . 5^3 n^2 h^2} x^5 \right) + \frac{2^{11} . t}{3^2 . 5^2 . s\, n^3 h^2} \right.$$

$$\left. x - \frac{2^3}{5\, n\, h} x^2 + \frac{2^7}{3^2 . 5^2 . n^2 h^2} x^3 \right) \quad . \quad . \quad . \quad 18$$

Путања тежишта додирује праву и има на почетку, на додирној тачци бескрајно велики полупречник кривине.

$$\text{За } x = l/_2 = \frac{3 . 5 . nh}{2^4}$$

$$\xi = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^{10} . C} + \frac{h\, t}{2\, s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{3 . 5^2 . nh^2}{2^9 . C} + \frac{t}{s . n} \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{h}{2C} = \frac{1}{2r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

У половини прелазног лука полупречник кривине једнак је с полупречником кривине осе колосека и по еквацији 7 два пут већи но полупречник кружне кривине колосека.

$$\text{За } x = l = \frac{3 . 5 . nh}{2^3} \text{ биће :}$$

$$\xi = \frac{3^2 . 5^2 . n^2 h^3}{7 . 2^6 C} + \frac{ht}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{3 . 5 . nh^2}{2^4 C} = \frac{dy}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{h}{C} = \frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

Дирка на крају путање тежишта има исти правац с дирком на осу колосека, па како ова додирује кружни лук колосека то и путања тежишта додирује праву.

Полупречник кривине путање тежишта једнак је на крају путање с полупречником кружне кривине, те је тако доказана и поступност у промени полупречника кривине путање тежишта, од ∞ до r.

Уопште је вредност полупречника кривине обеју кривих линија, изузев за тачке $x = o, \frac{l}{2}$ и l, различна. У првој половини лука кривина путање тежишта јача је но код осе колосека ; разлика расте с даљином од почетка, док за апсцису $x = x_a$ не

достигне своју највећу вредност; затим разлика опада и постаје равна нули на средини лука. У другој половини лука бива слично, само што је кривина путање тежишта слабија но кривина осе колосека.

Поједине вредности ове разлике равне су другом члану еквације бр. 18. Вредности апсцисе x за које је разлика максимална добијају се кад се први део поменутог члана стави раван нули.

Тако се добија:

$$x^2 - \frac{3 \cdot 5 \cdot n \cdot h}{2^3} x + \frac{3 \cdot 5^2 \cdot n^2 \cdot h^2}{2^7} = 0$$

$$\text{и } x = \frac{3 \cdot 5 \cdot nh}{2^4} \pm \frac{2 \cdot n\,h}{2^4} \sqrt{3}$$

$$x = \frac{l}{2} \pm \frac{l}{6} \sqrt{3}$$

и приближно:

$$x_a = 0{,}2\,l; \quad x_b = 0{,}8\,l \quad \ldots\ldots 25)$$

Из еквација 4 и 17 добијамо за апсцису x_a:

$$\frac{1}{\varrho^a} = \frac{d^2 y}{d\,x^2_{(x=a)}} = \frac{181\,h}{5^5 \cdot C} \quad \ldots\ldots 26)$$

$$\frac{1}{\varrho_1{}^a} = \frac{d^2 \xi}{dx^2_{x=a)}} = \frac{181\,h}{5^5\,C} + \frac{2^{10}\,t}{5^4 \cdot s \cdot n^2\,h} \quad \ldots\ldots 27)$$

За апсцису x_b:

$$\frac{1}{\varrho^b} = \frac{d^2 y}{dx^2_{(x-b)}} = \frac{23 \cdot 2^7 \cdot h}{5^5\,C} \quad \ldots\ldots 28)$$

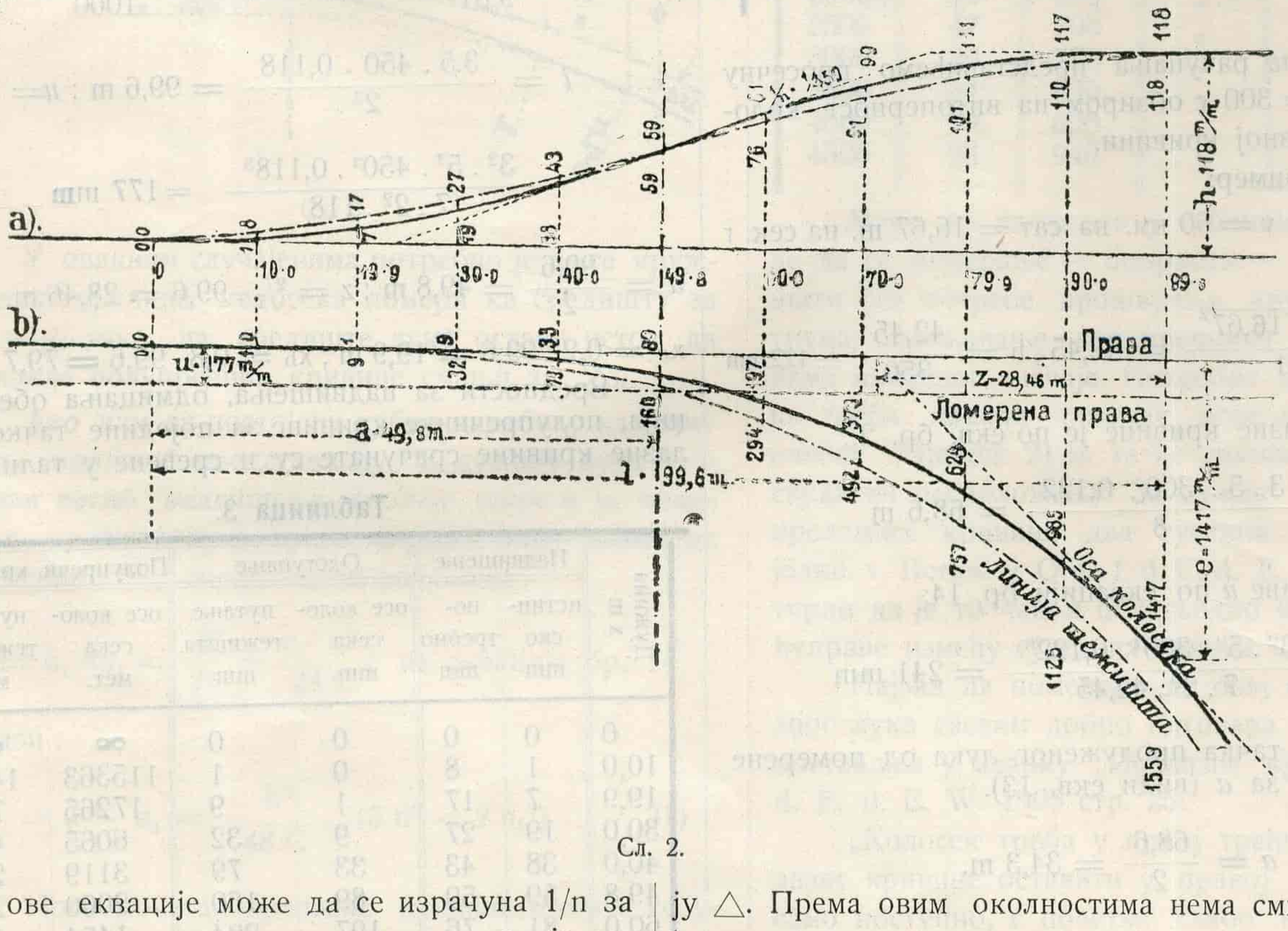
$$\frac{1}{\varrho_1{}^b} = \frac{d^2 \xi}{dx^2_{(x-b)}} = \frac{23 \cdot 2^7 \cdot h}{5^5\,C} - \frac{2^{10} \cdot t}{5^4 \cdot s \cdot n^2\,h} \quad \ldots\ldots 28)$$

Ова разлика у кривинама ових двеју линија долази услед разлика у надвишењу η, које одговара оси колосека, и надвршоњу η_1, које одговара надвишењу путање тежишта. Означимо ову разлику надвишења са $\triangle$ па из еквација 26 до 29 и с обзиром на вредност

$$\eta = \frac{C}{\varrho}$$ добијамо:

$$\triangle a = \triangle b = \triangle = \frac{2^{10} \cdot C \cdot t}{5^4 \cdot s \cdot n^2 \cdot h} \text{ и}$$

$$n = \frac{2^5}{5^2} \sqrt{\frac{t}{\triangle s}} \cdot r \quad \ldots\ldots 30)$$



Сл. 2.

Из ове еквације може да се израчуна 1/n за сваки полупречник кружне кривине, кад нам је дато t, s и $\triangle$.

Што је веће $\triangle$ то ће бити n мање и утолико ће бити краћа прелазна кривина; зато је од велике важности одредба вредности $\triangle$. — Тек би нам опити дали могућности да се ово ближе одреди. Овде ћемо нагласити само околности, које одређују $\triangle$. Према овим околностима нема смисла одређивати $\triangle$ у уским границама:

Околности су ове:

1). Нити се може надвишење тачно извршити нити трајно одржати. И једно и друго може бити само приближно.

2). Услед разлике надвишења кола теже да се од средине помере к једној или другој шини. Тре-

ње између точка и шине противи се овом померању и на неки начин поништава разлику у надвишењу.

3). Поступност у промени вредности за полупречник кривине даје места вероватности да ће кола прелазити поступно, без удара, с једне шине на другу; пошто удари могу наступити једино у случају кад се вредност полупречника кривине мења скоком, нагло.

Примери.

Да објаснимо све ово и примерима.

Предпоставимо да је: s = 1,50 m t = 1,80 m. и △ = 10 mm. па ћемо по еквацији бр. 30 добити таблицу I, где су за разне полупречнике кривине срачунате вредности за n.

Таблица I.

r met.	n	r met.	n	r met.	n	r met.	n	r met.	n
250	220	500	320	1200	490	2500	700	4500	940
300	240	600	350	1500	550	3000	770	5000	990
350	260	800	400	1800	600	3500	830		
400	280	1000	450	2000	630	4000	890		

За остала рачунања представићемо просечну вредност n = 300 с обзиром на витоперност колосека у прелазној кривини.

Први пример:

Дато је: v = 60 км. на сат = 16,67 m. на сек. r = 350 m.

$$C = \frac{1{,}50 \times 16{,}67^2}{9 \cdot 81} = 42{,}45\,,\ h = \frac{42{,}45}{350} = 122\,\text{mm}$$

Дужина прелазне кривине је по екв. бр. 2.:

$$l = \frac{3 \,.\, 5 \,.\, 300^2 \,.\, 0{,}122}{8} = 68{,}6\ \text{m}$$

Померање праве *u* по еквацији бр. 14:

$$u = \frac{3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 300^2 \,.\, 0{,}122^3}{7 \,.\, 2^9 \,.\, 42{,}45} = 241\ \text{mm}$$

Додирна тачка продуженог лука од померене праве одстоји за *a* (види екв. 13).

$$a = \frac{68{,}6}{2} = 34{,}3\ \text{m}.$$

Пресечна тачка дирке у крајњој тачци с правом удаљена је од краја лука по екв. бр. 15 за: $z = {}^2/_7 \,.\, 68{,}6 = 19{,}60$ m.

Тачке највеће разлике у надвишењу имају апсцисе (екв: 25):

$x_a = 0{,}2 \,.\, 68{,}6 = 13{,}7$ m. и $x_b = 0{,}8 \,.\, 68{,}6 = 54{,}7$ m.

Одмицање једне линије од друге као и полупречници кривина за обе линије као и овима принадлежна надвишења срачунати су по еквацијама 4, 6, 16 и 18 и сређени у таблици II.

II. Таблица

Дужина x m	Надвишење		Одступање		Полупречн. кривина	
	истинско mm	потребно mm	Осе колосека mm	путање тежишта mm	Осе колосека m	путање тежишта m
0	0	0	0	0	∞	∞
10,0	3	10	0	4	14176	4225
13,7	7	15	3	11	6014	2896
20,0	18	25	10	32	2293	1676
30,0	47	49	66	122	908	878
34,3	61	61	120	193	700	700
40,0	80	76	234	330	534	557
50,0	107	100	587	715	398	427
54,7	115	107	835	973	370	396
60,0	120	114	1188	1332	354	374
68,6	122	122	1928	2074	350	350

Други пример:

Дато је: v = 100 km. на сат = 27,28 m. на сек. r = 1000 met. — Рачунато као и у првом примеру имамо:

$$C = \frac{1{,}50 \,.\, 27{,}28^2}{9 \cdot 81} = 118{,}00; h = \frac{118}{1000} = 118\ \text{mm}$$

$$l = \frac{3.5 \,.\, 450 \,.\, 0{,}118}{2^3} = 99{,}6\ \text{m}\ ;\ u =$$

$$\frac{3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 450^2 \,.\, 0{,}118^3}{7 \,.\, 2^2 \,.\, 118} = 177\ \text{mm}$$

$$a = \frac{99{,}6}{2} = 49{,}8\ \text{m}\ ;\ z = {}^2/_7 \,.\, 99{,}6 = 28{,}46\ \text{m}.$$

$x_a = 0{,}2 \,.\, 99{,}6 = 19{,}9$ m ; $x_b = 0{,}8 \,.\, 99{,}6 = 79{,}7$ m.

Вредности за надвишења, одмицања обеју линија, полупречнике кривине за поједине тачке прелазне кривине срачунате су и сређене у талици III.

Таблиица 3.

Дужина x m	Надвишење		Одступање		Полупречн. кривине	
	истинско mm	потребно mm	осе колосека mm	путање тежишта mm	осе колосека мет.	путање тежишта мет.
0	0	0	0	0	∞	∞
10,0	1	8	0	1	115363	14154
19,9	7	17	1	9	17265	7133
30,0	19	27	9	32	6065	4224
40,0	38	43	33	79	3119	2770
49,8	59	59	89	160	2000	2000
60,0	81	76	197	294	1454	1547
70,0	99	91	373	492	1187	1300
79,7	111	101	624	757	1062	1164
90.0	117	110	985	1125	1004	1068
99,6	118	118	1417	1559	1000	1000

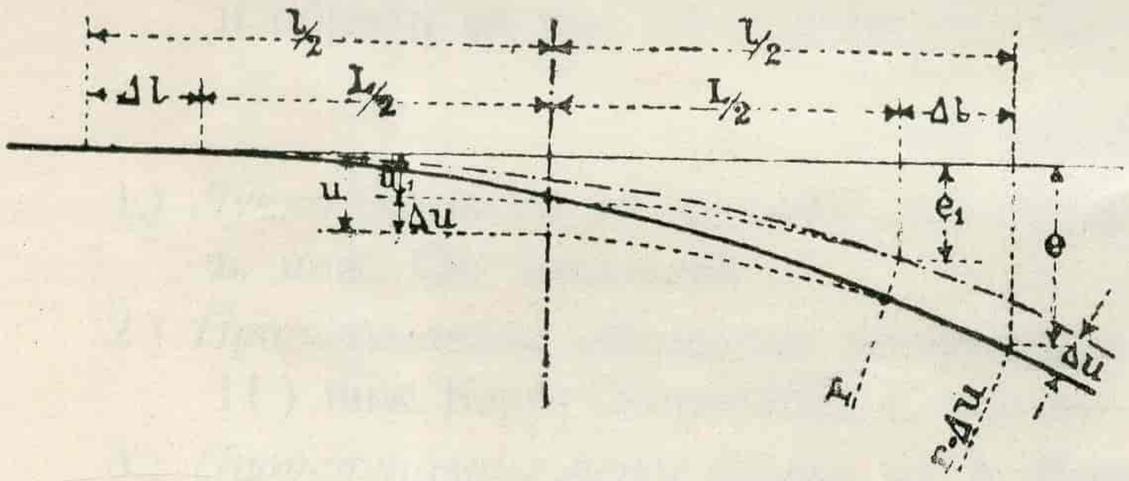
Линије срачунате у другом примеру графички су престављене у сл. 2.

У слици 2a је издужни изглед линије надвишења, дакле вертикална пројекција. Извучена линија преставља праву а испрекидана линија потребно надвишење. У слици 2b извучена линија преставља линију осе колосека а испрекидана — · — линију путање тежишта.

Примена овог оваког срачунатог надвишења и прелазне кривине не задаје никаквих тешкоћа.

Полагање и одржавање прелазне кривине биће лакше но код до сад уобичајеног начина рада при чему се заобљавање лактова на почетку и крају прелазне кривине оставља надзорнику пруге. Оса колосека повија се по линији која је слична кубној параболи па ће према томе и полагање и одржавање бити исто тако лако као код до сад уобичајеног рада.

Још би само било потребно да се оцени да ли се може и како треба нову прелазну кривину уметнути у колосек који већ постоји. Праве при том треба да остану непромењене. Сем тога треба средина новог и средина старог лука прелазне кривине да се поклапају. (види сл. 3.)



Сл. 3.

У оваквим случајевима потребно је да се кружни лук кривине колосека помери ка средишту за $\triangle u$ и то тако да средиште лука остане исто; да се дакле полупречник кривине смањи за $\triangle u$.

Ако нам за постојећу кубну параболу као прелазну кривину представљају: $\mathfrak{L}$ дужину лука 1 : n сталан нагиб надвишења спољне шине и u_1 померање кружног лука према дирки; онда имамо да применимо ове образ- це за рачунање:

$$\mathfrak{L} = n_1 h u_1 = \frac{\mathfrak{L}^2}{24 r} = \frac{n_1^2 h^3}{24 C}\text{; из еквације бр. 14}$$

излази:

$$\triangle u = u - u_1 = \frac{h^3}{48 C} (3 n^2 - 2 n_1^2) \quad . \quad . \quad 31)$$

Нови почетак прелазне кривине помиче се уназад према првобитном за дуж $\triangle l$, при чему је:

$$\triangle l = {}^1/_2 (l - \mathfrak{L}) = {}^h/_{16} (15n - 8n_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32.$$

Помоћу еквација 31 и 32 одређени су потпуно положај прелазног лука, и кружног лука (кривине колосека) који овом одговара.

Преглед величина $\triangle u$ $\triangle l$ даје нам таблица IV. За брзину од 60 км. на сат узето је $n_1 = 300$ 4 а за брзину од 100 км. на сат узето је $n_1 = 500$ Ово се слаже с расписом аустриског Министарства Саобраћаја од 24. јуна 1905. године.

Таблица 4.

полупреч. кривине r met.	надвишење h mm	Број n	Број n_1	$\triangle u$	$\triangle l$
a) Брзина 60 км. на сат C = 42,48					
300	141	300	300	124	18,5
350	122	300	„	80	16,0
400	106	300	„	53	13,9
500	85	320	„	38	12,8
600	71	350	„	33	12,6
800	53	400	„	23	11,9
1000	43	450	„	17	11,7
12 0	35	490	„	11	10,8
1600	26	550	„	8	10,0
b) Брзина 100 км. на сат C = 118,00					
1000	118	450	500	31	20,3
1200	98	490	„	37	20,5
1500	79	550	„	35	21,0
2000	59	630	„	24	20,1
2500	47	700	„	18	19,2
3000	39	770	„	14	18,4
3500	34	830	„	11	18,0
4000	70	890	„	9	17,6
4500	26	940	„	7	16,4

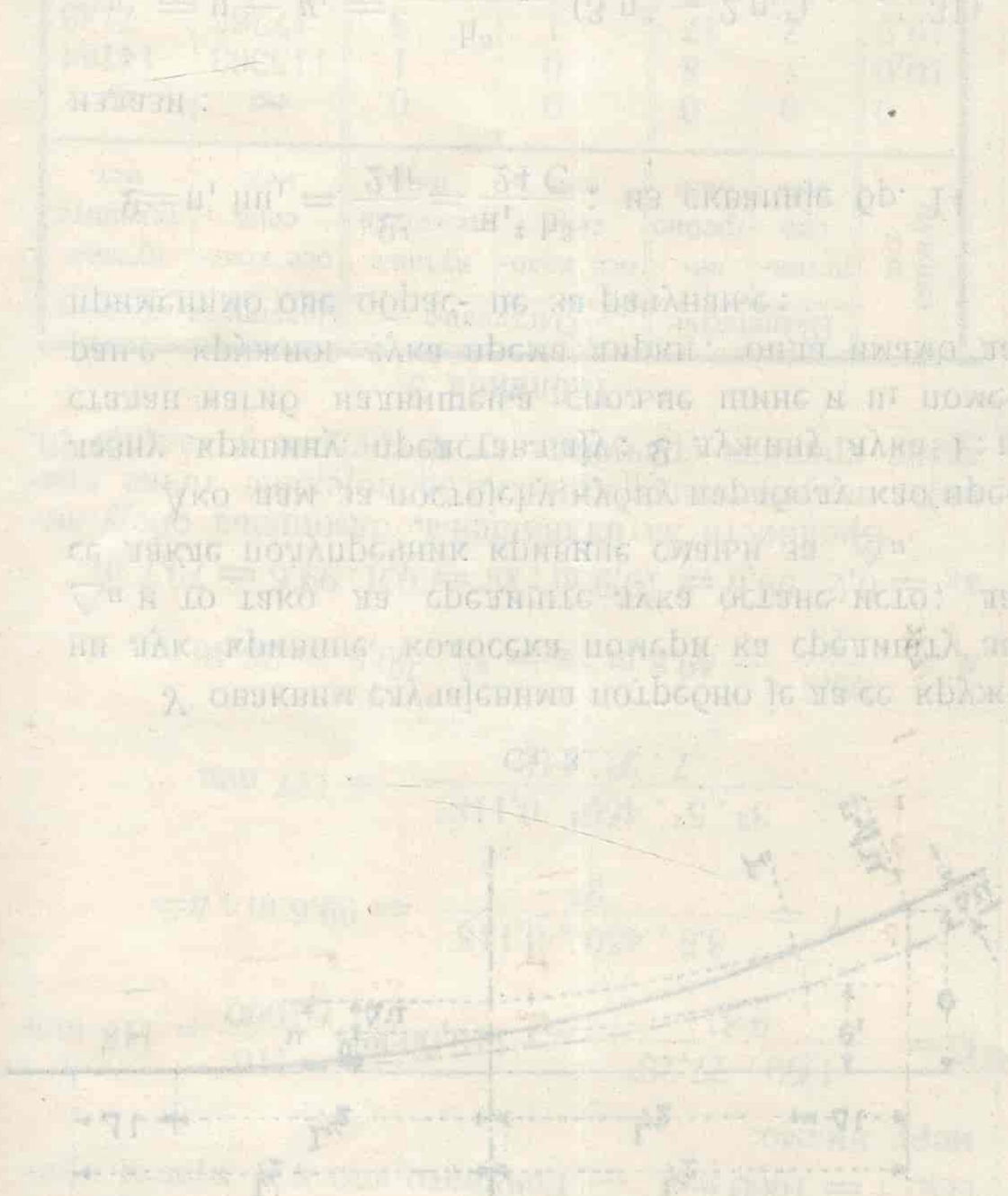
Мере $\triangle n$ изложене у таблици IV. тако су мале да се померање — поправка — лука може извршити без потребе проширења круне железничког трупа: Смањивање полупречника кривине за $\triangle u$ нема никаквог значаја. Потребна дуж $\triangle l$, за колико треба измаћи почетак нове прелазне кривине износи највише 21 м. те ће толико дужине бити свуда на расположењу. За нужду могу се почетци прелазних кривина два суседна лука спојити у једно. v. Bories у Org. f. d. F. d. E. W. 1905. стр 22 тврди да је то чак и целисходно кад су кратке међуправе између суседних лукова.

Најзад да поменемо да овај нов облик прелазног лука сасвим добро одговара услову, који је постављен у чланку „Прелазна кривина“ Organ f. d. F. d. E. W. 1905 стр. 25:

„Колосек треба у првој трећини дужине прелазне кривине оставити у правој и спољну шину само поступно, с почетка слабо и што даље све јаче издизати. У другој половини прелазне кривине прећи тад у доста оштрој кривини у кружни лук.“

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1907. 9 и 10 свеска.

J. Стефановић



САДРЖАЈ:

НАШИ ТЕХНИЧКИ РАДОВИ

1.) *Важнији објекти београдске канализације:* I. Спој канала горње зоне савског слива на почетку тунела, (са сликама на Листу 1. и 2.) инжењери Д. Божић и Н. Смиљанић . . . . . 1.

2.) *Главнији радови на прузи Зајечар—Боговина :* II. Варијанта за тунел „Звездан“ и објекти на њој (са сликама на Листу 3.) инж. П. Миленковић . . . . 11.

ИЗ НАУКЕ И ПРАКСЕ

1.) *Лучни мостови од ојачаног (армираног) бетона,* (са сликама на Листу 4-10.) в. инж. Св. Јовановић . . . . . 14.

2) *Прорачунавање статички неодређених крутих рамова* (са сликама на Листу 11) инж. Карел Скорковски. С чешког Ј. Стефановић ред. проф. Универзитета 47.

3.) *Прорачунавање Аеропланова* од A. Baumann-a, (са сликама на Листу 12.) превео инж. Ј. Ж. Николић . . . . . 57.

4.) *Прелазне кривине код железница* — Ј. Стефановић . . . . . 71.

РЕДАКЦИОНИ ОДБОР ЛИСТА:

Јефта Стефановић, ред. проф. Универзитета; Кирило Савић, ванредни проф. Универзитета; Јован Андрејевић, Управник Грађевин. Одељења општ. београдске; Павао А. Димић в. инжењер Мин. Грађевина и Душан Божић, шеф - инжењер Канализационог Одсека.